

**PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DO RIO DE JANEIRO
DEPARTAMENTO DE ECONOMIA**

MONOGRAFIA DE FINAL DE CURSO

**OPÇÕES REAIS UMA NOVA ABORDAGEM PARA
A ANÁLISE DE PROJETOS**

**Carlos de Góes Mascarenhas Filho
No. De Matrícula 9414916-2**

**Orientadores: José Henrique Tinoco de Araújo
Luis Carlos Ewald**

Julho de 2000

“As opiniões expressas neste trabalho são de responsabilidade única e exclusiva do autor ”

ÍNDICE

<i>I-Introdução</i>	7
<i>II-Uma Breve Introdução a Análise de Investimentos Utilizando Opções Reais</i>	10
<i>III- Uma Crítica aos Métodos Tradicionais de Avaliação de Projetos</i>	17
<i>III.1)- Avaliando Operações : Valor Presente Ajustado</i>	19
<i>III.2) - Avaliando Direitos de Propriedade : Fluxos de Caixa de Capital Próprio</i>	21
<i>III.3) - Avaliando Oportunidades como Opções Reais</i>	22
<i>IV- O Conceito de Opções Reais para a Análise de Projetos de Investimento</i>	26
<i>IV.1)-Justificando a Analogia com Opções Reais</i>	30
<i>IV.2)-Desenvolvendo uma nova Classificação para o Projeto</i>	31
<i>IV.3)-Questões Estratégicas para a Análise de Capital Budgeting</i>	40
<i>V -O Modelo Black-Scholes</i>	39
<i>V.1) Definições Básicas</i>	40
<i>V.2) O Conceito de Não-Arbitragem (Put –Call Parity)</i>	43
<i>V.3) O Modelo Binomial</i>	48
<i>V.4) O Movimento do Preço dos Ativos (Geometric Brownian Motion)</i>	54
<i>V.5) A Equação Diferencial de Black-Scholes-Merton</i>	57
<i>VI-Adaptando Análise de Opções Reais a Projetos de Investimento</i>	62
<i>VI.1)-Associando VPL ao Valor de uma Opção</i>	64
<i>VI.2)-A Variância Acumulada</i>	66
<i>VI.3)-Um Exemplo Numérico</i>	68
<i>VII-Conclusão</i>	76
<i>VIII-Bibliografia</i>	79

ÍNDICE DE GRÁFICOS E EQUAÇÕES

<i>Gráfico III .1) Os Componentes dos fluxos de caixa de um projeto</i>	20
<i>Gráfico III .2) Árvore de decisão de um projeto</i>	23
<i>Gráfico III .3) Árvore de decisão de um projeto com opções reais</i>	23
<i>Gráfico III 4) Estrutura no balanço dos diversos tipos de projeto</i>	25
<i>Gráfico III .5) Métodos de avaliação de projetos</i>	25
<i>Gráfico IV.1) Distribuição do VPL na ausência do gerenciamento flexível</i>	28
<i>GráficoIV.2) Distribuição do VPL na presença do gerenciamento flexível</i>	28
<i>GráficoIV.3) Jogo estratégico</i>	36
<i>GráficoIV.4) Classificação de um projeto segundo teoria de opções reais</i>	38
<i>GráficoVI.1) Payoff de um projeto de investimento</i>	65
<i>GráficoVI.2) VPlq de um projeto</i>	65
<i>GráficoVI.3.) Espaço métrico bidimensional das opções</i>	67
<i>GráficoVI.4) Espaço métrico bidimensional das opções ,com regiões</i>	74

<i>EquaçãoV.1) Limite inferior para uma opção de compra</i>	46
<i>EquaçãoV.2) Limite inferior para uma opção de venda</i>	47
<i>EquaçãoV.3) A paridade put-call</i>	48
<i>EquaçãoV.4) Delta no tempo discreto</i>	50
<i>EquaçãoV.5) Valor de uma opção de compra no modelo binomial</i>	52
<i>EquaçãoV.6) Valor esperado de um ativo supondo avaliação neutra ao risco</i>	53
<i>EquaçãoV.7) Valor de uma opção de compra para dois períodos</i>	52
<i>EquaçãoV.8) Valores para u e d associados a volatilidade</i>	54
<i>EquaçãoV.9) Equação do movimento do preço dos ativos (tempo discreto)</i>	56
<i>EquaçãoV.10) Equação do movimento do preço dos ativos (tempo contínuo)</i>	56
<i>EquaçãoV.11) Lema de Ito</i>	57
<i>EquaçãoV.12) A equação diferencial estocástica de Black-Scholes-Merton</i>	59
<i>EquaçãoV.13) A fórmula de Black-Scholes para opções de compra</i>	60
<i>EquaçãoV.14) A fórmula de Black-Scholes para opção de venda</i>	60
<i>Equação V.15) Valor esperado das opções de compra supondo avaliação neutra ao risco</i>	61

I –INTRODUÇÃO

No mundo das finanças corporativas, o objetivo principal de uma estratégia de investimento deverá ser o seguinte: agregar valor ao acionista (*create shareholder value*). Entretanto no momento em que as decisões de investimento são tomadas, existe uma série de variáveis que podem afetar o sucesso ou fracasso do empreendimento. Ao fazer uma análise dinâmica levando em consideração as perspectivas futuras, os executivos poderão tomar a decisão certa se trabalharem com os instrumentos adequados .

Infelizmente a ferramenta mais utilizada para se tomar estas decisões empresariais assume que um plano pre-determinado deverá ser seguido, apesar das mudanças na estrutura do projeto. A típica análise de investimentos utilizando fluxos de caixa descontados a valor presente coloca o empresário sobre o seguinte dilema : realizar ou não o projeto, mas não oferece uma maneira alternativa de se analisar outras possibilidades. Nos últimos 25 anos a tendência foi em direção a métodos mais formais, explícitos. Em meados dos anos 70, fluxos de caixa descontados à valor presente surgiu como método padrão de análise para ativos corporativos .

De acordo com este método, um projeto analisado irá agregar valor ao acionista se o valor dos fluxos de caixa estimados, descontados a valor presente na taxa ajustada pelo de custo de capital da empresa (*WACC*) ¹, tiver valor positivo. Com o passar dos anos outros métodos de avaliação foram criados e incorporados à análise de *Capital Budgeting* ². Hoje em dia um gerente financeiro deve procurar uma combinação das diversas abordagens alternativas para ajuda-lo no processo de decisão .

¹ *Weighted Average Cost of Capital*

² Referência em inglês para a análise de investimentos corporativos

Utilizar um tipo de técnica isoladamente significa que a análise do projeto foi parcial pois cada modelo oferece um “insight” diferente para o analista. Uma crítica muito comum ao método tradicional de *VPL*³, está na análise estática do projeto, as possíveis mudanças que ocorrem no decorrer do empreendimento não são incorporadas ao modelo. Uma maneira interessante de se avaliar este tipo de problema é fazer uma analogia ao instrumento financeiro opção, para se avaliar um projeto de investimento estas características. Os executivos estarão menos preocupados com a incerteza presente no momento inicial de uma decisão, e mais ativos e conectados com o decorrer dos acontecimentos. Uma estratégia empresarial passará a ser vista como uma série de opções, ao invés de uma série de estáticos fluxos de caixa. A decisão não ocorrerá em um único momento no início do projeto, uma série de decisões serão tomadas durante o processo de investimento. Esta abordagem proporciona um espaço para o aprendizado junto com a evolução do projeto, representando uma possibilidade de se agir baseado com o que se aprendeu .

Estaremos desta maneira, fazendo uma transição de um ambiente estático de estratégias para um terreno dinâmico, onde ocorrem mudanças a todo o momento. Quando os executivos perguntam , o que ganharemos ao evoluirmos do ponto A para o ponto B? .Na verdade eles deveriam estar fazendo a seguinte análise, se nós entrarmos nesta trajetória de A para B, quais são as opções que serão abertas , e o que ganharemos com elas ?. Estarei expondo nesta monografia uma alternativa simples para as ferramentas usuais de análise de projetos de investimento .

O trabalho está organizado em cinco partes. No segundo capítulo, farei uma breve discussão sobre a utilização de opções reais para a análise de projetos. No terceiro apresentarei uma crítica aos métodos tradicionais de avaliação, mostrando que cada projeto possui características exclusivas e por isso devem ser tratados de maneira diferente.

O capítulo quatro é uma apresentação à teoria formal sobre opções reais, justificando classificações específicas para os projetos.

³ Notação que será utilizada para *Valor Presente Líquido*

No capítulo cinco será feita o desenvolvimento do modelo *Black-Scholes*, e no capítulo seis, mostrarei como podemos adaptar a qualquer projeto de investimento a este tipo de análise .

É importante perceber que a avaliação de projetos via opções reais não se trata de uma simples mudança nos instrumentos matemáticos, mas numa nova maneira de se enfrentar o problema. Estarei mostrando que podemos utilizar este instrumento financeiro opção em analogia a uma estratégia de investimento. Ao enxergar o mundo de uma maneira diferente os executivos estarão descobrindo opções reais (*real options*), que estão presentes em todas as decisões corporativas.

II - UMA BREVE INTRODUÇÃO A ANÁLISE DE INVESTIMENTOS UTILIZANDO OPÇÕES REAIS

Uma das tarefas mais difíceis de um executivo financeiro é convencer o seu diretor e ou o conselho de administração a aprovar uma idéia para um projeto de investimento. Restrições de custo devido a orçamentos apertados, dúvidas em relação à viabilidade do projeto, e a preocupação com o retorno adequado ao risco admitido, são questões avaliadas pelos membros da comissão que estudará a implementação ou não de um investimento.

Os executivos devem estar preparados, de posse de ferramentas convincentes para obter uma avaliação justa da sua proposta de investimento. Ao incorporar às suas ferramentas de trabalho a possibilidade de se analisar um investimento como opções reais, os ganhos quantitativos e analíticos podem ser significativos. Desde o surgimento do uso de fluxos de caixa descontados, os executivos financeiros enfrentam uma dificuldade grande em avaliar decisões de investimento complexas que envolvem uma opção de crescimento para a empresa. A decisão passaria a ser entre escolher um projeto arriscado, que fornece uma taxa de retorno abaixo do nível padrão, porem cria uma estratégica oportunidade de investimento posteriormente, ou investir em projetos menos arriscados que proporcionarão um lucro imediato maior .

O problema nesta situação é que o método de fluxos de caixa descontados pode ser impróprio para avaliar alguns tipos de investimento, pois o valor agregado para a empresa não estará associado aos fluxos de caixa no momento presente, mas com as oportunidades de crescimento e domínio de mercado que a execução deste projeto proporcionará. O desenvolvimento de pesquisas e o rápido crescimento das aplicações

de modelos matemáticos sofisticados para precificar derivados financeiros possibilitaram que se fosse feita uma analogia direta entre uma opção de compra (*call*) e um projeto de investimento. Opções de compra de um ativo financeiro, fornecem aos detentores o direito mas não a obrigação de se obter este ativo por um preço pré-estabelecido em uma data definida, explorarei estes conceitos mais detalhadamente adiante. Ao expandir a capacidade produtiva, uma empresa estará adquirindo uma opção de crescimento para algum momento no futuro. O custo inicial representa o preço de exercício desta opção, e o valor agregado desta opção de crescimento não será o valor presente dos fluxos de caixa esperados, mas o valor de novas oportunidades de crescimento geradas. O tempo até expiração é o tempo disponível até que a oportunidade desapareça.. Assim como para as opções financeiras, as opções reais de crescimento representam um valor adicionado para aquelas empresas que as possuem, pois elas fornecem uma flexibilidade para o processo de decisão, tornando-o facultativo. Qualquer investimento com características de poder ser prolongado ou modificado com o decorrer dos acontecimentos, pode ser analisado sob esta ótica de opções reais.

Dentre estas possibilidades geradas por este tipo de gerência flexível presente nas opções reais, podemos incluir: expandir a capacidade produtiva, introduzir novos produtos, adquirir novas companhias e aumentar o orçamento para a propaganda, pesquisa, ou desenvolvimento na área comercial e marketing. Ao perceber a importância de investimentos estratégicos e a dificuldade de usar métodos quantitativos avançados para avaliá-los, surgiram várias alternativas. Infelizmente, modelos menos quantitativos não produziam os resultados esperados e, mostravam-se incapazes de incorporar as diversas variáveis da análise do projeto. A necessidade era de um modelo que superasse as restrições usuais e a falta de capacidade analítica que os resultados tradicionais proporcionam. Assim surgiram os modelos adaptando a teoria de opções à análise usual de *Capital Budgeting*.

O valor de uma opção de compra de um ativo depende do valor do ativo objeto. A mesma lógica pode ser aplicada para opções reais de crescimento. A oportunidade de desenvolver um projeto é pelo menos igual ao valor presente dos fluxos de caixa positivos menos o valor presente dos fluxos de caixa negativos, entretanto a oportunidade flexível de se investir ou não, pode se tornar muito mais valiosa que o

valor presente líquido (VPL). O quanto esta diferença poderá ser depende de alguns fatores :

O período de tempo quando o projeto pode ser ou não prolongado .

O tempo é uma variável crucial para se determinar o preço de uma opção, a possibilidade de se adiar a decisão de investimento e examinar o curso dos acontecimentos proporciona a chance de evitar erros que ocasionarão em custos adicionais para a empresa. Isto também possibilita que ocorra em um intervalo de tempo uma virada dos eventos tornando o projeto mais rentável. Quanto maior o intervalo de tempo disponível , maior a possibilidade de adiamento do projeto, tornando a opção de crescimento mais valiosa. Até mesmo um projeto com um valor presente líquido negativo será visto como uma opção “*out-of-the -money*” ou seja , uma opção que está abaixo do seu preço de exercício, e portanto não é valiosa. Entretanto se a empresa conseguir prolongar a decisão final e manter a sustentação do projeto pode ser que este projeto venha a se valorizar, tornado-se uma opção “*in-the-money*”. Os gastos em manutenção, pesquisa, marketing, desenvolvimento de novas tecnologias, de um projeto possibilitam que no futuro, eventos inesperados possam tornar-lo um investimento mais valioso.

O risco do projeto

Paradoxalmente o risco de um projeto é um fator positivo na determinação da valorização de uma opção de crescimento. Se dois investimentos possuem VPLs positivos e podem ser prolongados pelo mesmo período de tempo, o projeto mais arriscado será mais valioso que o projeto menos arriscado. Isso ocorre devido à assimetria de ganhos de potenciais que ocorrem quando a opção ultrapassa o seu preço de exercício. Pode-se dizer que a variável mais importante para a precificação de uma opção é a variância dos retornos do ativo objeto. Os executivos financeiros encontram uma maior dificuldade em lidar com este parâmetro, pois para a sua estimação são necessários métodos econométricos de séries temporais mais sofisticados, como os modelos de amortecimento exponencial, *ARCH* e *GARCH*. Não é o objetivo deste trabalho discutir estes aspectos, de modo que este tipo de problema será analisado de

maneira superficial. A maneira mais simples de se estimar a variância é através dos dados históricos, porém este método é o mais simples e não produz os resultados mais satisfatórios. Como estamos trabalhando com opções reais, este problema se agrava e por isso existe uma discussão complexa sobre como adaptar a variância dos ativos financeiros para a análise de projeto real. Podemos destacar três possibilidades. Se admitirmos que para o cálculo do custo de capital próprio de uma empresa (*cost of equity*) é feito com a utilização do coeficiente $Beta^4$ da indústria, e não o $Beta$ estimado do próprio retorno da ação da empresa, podemos usar a mesma simplificação para a variância do retorno das ações de um determinado setor associado ao projeto analisado. Outra maneira seria utilizar a variância implícita de uma opção real da empresa associada ao projeto ou de empresas da mesma indústria. A variância implícita é obtida no momento em que utilizamos o modelo *Black-Scholes* e ao invés de utilizarmos como variável exógena à variância dos retornos e variável endógena o preço da opção, utilizamos o preço da opção como input e obtemos a variância como output do modelo. A última possibilidade seria estimar a variância através de técnicas de simulação de *Monte Carlo*, com planilhas baseadas em fluxos de caixa projetados para o projeto, aproximando uma distribuição do retorno dos ativos do projeto.

O nível das taxas de juros

Altas taxas de juros geralmente estão associadas a maiores taxas de desconto e a um menor valor presente líquido dos fluxos de caixa para um dado projeto de investimento, diminuindo assim o valor da opção associada a este projeto.

O tipo de opção real.

Ao contrário de uma opção de compra de um ativo financeiro, existem dois tipos de opção de crescimento. As de propriedade exclusiva e as compartilhadas. A opção de propriedade exclusiva proporciona ao detentor direitos únicos sobre o exercício, resultado proveniente de patentes, da experiência proporcionada por algum conhecimento único do mercado ou de uma possível tecnologia que os competidores não conseguiram copiar. Opções que podem ser compartilhadas são menos valiosas

⁴ Coeficiente do modelo *CAPM* que mede o risco sistemático do ativo

pois significa que haverá uma redução dos benefícios da empresa no momento em que os seus competidores perceberem os aspectos positivos desta opção e decidirem seguir a mesma estratégia. Uma opção desta maneira pode ser exemplificada por uma possibilidade de se expandir em um mercado desprotegido de alto risco, porem inexplorado.

Pensar em investimentos como opções reais desafia o conhecimento usual de *Capital Budgeting*. Por exemplo, uma empresa poderá aceitar um projeto com um custo inicial muito alto que proporciona um valor presente líquido negativo ($VPL < 0$), entretanto o seu valor esta associado à opção criada para um possível crescimento futuro. Neste ambiente de incerteza, projetos que possibilitam oportunidades de crescimento em ambientes não estabelecidos, com um alto risco serão vantajosos para este processo especial de *Capital Budgeting*. A decisão de exercer ou não a opção de crescimento depende de uma análise comparativa das vantagens e desvantagens de se adiar um projeto ou realiza-lo o mais cedo possível. Como a opção do projeto é mais valiosa que o valor presente líquido (VPL) do projeto em questão, uma empresa deverá a principio esperar até o último momento antes de se comprometer com os recursos para o desenvolvimento do investimento. Isto preserva o prêmio, enquanto protege uma empresa de cometer erros, evitando custos adicionais. A decisão de investir antes do tempo necessário sacrifica o valor da opção .

A vantagem de opções de crescimento é que elas incorporam um planejamento de longo prazo com a decisão imediata de *Capital Budgeting*. Dentro desta linha de pensamento, o *Capital Budgeting* seria simplesmente uma execução do plano de investimento de longo prazo da empresa. Como a decisão de um investimento hoje , cria as bases para decisões de investimento amanhã, as alocações de capitais feitas em qualquer ano são passos vitais para estratégias de planejamento de longo prazo. Trabalhar com a perspectiva de opções de crescimento proporciona aos executivos a possibilidade de se concentrar em um único objetivo, cria valor para o acionista (*create shareholder value*) no longo prazo. Como uma opção real está mais próxima de uma perspectiva estratégica de longo prazo, ela estará mais próxima do objetivo de se criar valor,do que uma usual decisão de análise de investimento, envolvendo apenas as restrições de orçamento da empresa. Os benefícios estratégicos de opções reais devem

ser entendidos pelo conselho de administração destas empresas pois este tipo de estratégia gera benefícios para o capital próprio dos acionistas (*shareholder's equity*), da mesma maneira que fluxos de caixa de curto prazo. Ao fazer esta distinção, os dirigentes das empresas poderão passar menos tempo analisando questões como retorno do investimento, ou ganhos de fatias do mercado e rentabilidade, e estarão mais preocupados com o tipo de investimento que criará perspectivas futuras para a empresa, aumentando as suas possibilidades de sucesso ao longo do tempo. Para ser consistente com o objetivo de maximizar o capital próprio dos acionistas (*shareholder's equity*), os executivos devem aumentar seus horizontes de planejamento, incorporando decisões estratégicas em detrimento a ganhos de curto prazo. Quando os executivos das empresas começarem a encarar as decisões de investimento como opções reais, eles estarão descobrindo outros aspectos relevantes de uma estratégia que não tinham pensado antes.

Estes executivos financeiros das corporações, ao avaliar uma estratégia de investimento estão projetando um percurso de evolução de um ponto onde estão agora e onde desejam estar no futuro. Em um mercado competitivo, ninguém espera formular uma estratégia pré-determinada e segui-la sem tomar conhecimento dos acontecimentos. Ao longo da trajetória novas informações são adquiridas e muitas vezes novas oportunidades surgem com o decorrer do tempo. Existe uma necessidade de flexibilidade para que novos caminhos possam ser traçados, eliminando um compromisso com a decisão inicial tomada. O método de fluxos de caixa descontados assume que um plano pré-determinado deverá ser seguido, independente do desenrolar dos acontecimentos. Uma abordagem melhor seria incorporar este tipo de incerteza presente na decisão de um investimento, fazendo dela parte do sistema de análise. Isto ajudaria aos executivos a analisar suas estratégias ativamente, ao invés de assistir estaticamente aos novos acontecimentos. As opções reais podem fornecer este extra "insight". O ganho maior de se incorporar opções reais está no desenvolvimento da estratégia, um projeto passa a ter um novo significado, estamos encerrando-o sob uma perspectiva diferente.

Desenvolverei ao longo dos próximos capítulos desta monografia a analogia direta entre um projeto, e sua análise utilizando opções reais. Apesar do nível mais

elevado de sofisticação matemática associada á teoria formal de precificação de opções , podemos aproxima-las á análise de projetos através dos pontos em comum entre os conceitos trabalhados. O tipo de abordagem apresentada neste trabalho procura diminuir a distância entre projetos usuais de investimento e a sofisticação matemática necessária para se entender as teorias de precificação de opções. Os métodos e abordagens resultantes são totalmente diferentes do método de valor presente líquido (VPL) utilizando fluxos de caixa descontados a valor presente, porem existe o espaço para a comparação entre as duas técnicas pois os conceito são parecidos e as fontes de dados representadas nas planilhas são os mesmos para as duas abordagens .

III – UMA CRÍTICA AOS MÉTODOS TRADICIONAIS DE AVALIAÇÃO DE PROJETOS

Toda a decisão que envolve uma grande alocação de recursos por parte de uma empresa, é baseada em estudos sobre o valor agregado que este empreendimento proporcionará. Seja qual for o tipo de investimento, lançar um novo produto, formar uma associação estratégica, investir em pesquisa e tecnologia, expandir a capacidade produtiva, o método de estimar o valor destas iniciativas é crucial para determinar uma boa alocação de recursos. Uma alocação eficiente de recursos é, sem dúvida, o fator principal para se avaliar a performance de uma determinada empresa .

Neste moderno mundo das finanças corporativas, métodos de avaliação de projetos são as técnicas financeiras mais demandadas pela maioria dos executivos. Isto ocorre pois estes executivos não desejam uma situação de dependência dos analistas financeiros, eles querem participar ativamente do mecanismo estratégico de decisão da empresa, mas para isso ocorrer é necessário um aprendizado de novas técnicas, pois entender “*valuation*”⁵ tornou-se um pré-requisito para a discussão sobre as possibilidades de investimento futuro em uma empresa..

A maioria das empresas utiliza uma combinação de abordagens para estimar valor adicionado. Algumas metodologias são formais, aplicando modelos teóricos à prática, outras são informais, baseadas em regras operacionais pré-estabelecidas. Algumas empresas utilizam técnicas adaptadas de forma a torna-las mais personalizadas, para atender as características singulares do seu mercado. Apesar dos executivos utilizarem perspectivas diferentes para estimar valor, nos últimos 25 anos a

tendência sem dúvida foi em busca de métodos mais formais explícitos e institucionalizados .

Em meados dos anos 70, a análise de fluxos de caixa descontados a valor presente *VPL*, surgiu como o melhor método para avaliar ativos corporativos. Em particular, uma versão desse método tornou-se padrão, foi a versão onde uma oportunidade de investimento é analisada a partir dos fluxos de caixa futuros esperados , descontados a valor presente sobre a taxa do custo de capital da empresa (*WACC*).

Hoje em dia o método (*WACC*) padrão é obsoleto. Isto não significa que ele deixou de funcionar, alias, provavelmente devido aos avanços em informática e software, este tipo de abordagem produz resultados melhores do que nunca. Mas foram exatamente estes avanços em computadores pessoais que tornaram possível, a implementação e o desenvolvimento de técnicas superiores de avaliação. A partir de final da década de 70 o custo de análise de projetos de investimento caiu bastante devido aos avanços em informática. Tornou-se muito mais fácil à possibilidade de se utilizar técnicas avançadas, mais apropriadas para situações específicas de decisão enfrentadas pela maioria dos executivos. Como até agora estou tratando de situação genérica para um projeto de investimento, dividirei um processo de alocação eficiente de recursos em três problemas básicos de “*valuation*” .

Os executivos devem estar preparados para avaliar projetos relacionados a operações, oportunidades e direitos de propriedade. A pratica mais comum hoje em dia é aplicar a mesma técnica básica de “*valuation*” para todos os três problemas. Apesar de um método de “*valuation* ” ser uma função de três fatores fundamentais, recursos, timing e risco, cada tipo de problema possui características próprias, possibilitando a distinção dos demais. Os resultados têm aspectos analíticos diferentes. Três tipos de ferramentas complementares, uma para cada tipo específico de avaliação, irão superar os resultados obtidos na análise tradicional de fluxos de caixa descontados a valor presente (*VPL -WACC*) .

⁵ Métodos de avaliação de projetos

III.1) - Avaliando Operações : Valor Presente Ajustado

O problema mais elementar de “*valuation*” é a análise de projetos operacionais de uma empresa. Na maioria das vezes os executivos estarão considerando a compra de um novo equipamento, uma mudança de fornecedores, ou estimarão o valor de um projeto em andamento. Em cada caso, independente do tamanho da operação em questão, a empresa ou já investiu nesta nova atividade ou está decidindo no momento presente se deve continuar investindo ou não. A questão principal é o valor dos futuros fluxos de caixa esperados, uma vez que a empresa já realizou todos os investimentos iniciais. É em relação a este aspecto que existe um problema com os métodos tradicionais de fluxos de caixa descontados (*VPL*).

Uma análise deste tipo é feita a partir de uma série de fluxos de caixa arriscados que se prolongam no tempo futuro. A tarefa do analista é estimar corretamente os fluxos de caixa para cada período, e desconta-los a valor presente numa taxa que represente o custo de oportunidade dos recursos utilizados para a implementação do projeto. Os executivos podem usar como referencia para o custo de oportunidade, investimentos de risco similar que podem ser observados no mercado de ativos financeiros. Este custo de oportunidade do investimento inclui o valor do dinheiro no tempo, ou seja, o valor do rendimento da aplicação dos recursos, e também inclui um prêmio de risco relacionado com as características do projeto.

A maneira mais utilizada para conseguir resolver este tipo de problema é a seguinte: primeiro estimam-se os fluxos de caixa que incluem receitas, despesas e novos investimentos; segundo, a taxa de desconto é ajustada para incorporar os elementos de custo de oportunidade (*Tining-Risco*). O ajuste na taxa de desconto via o custo de capital da empresa (*WACC*), é a maneira mais comum de fazê-lo. A vantagem prática de se utilizar o (*WACC*) é que poucos cálculos são feitos, perfeitos para uma época quando o uso de calculadoras era intensivo, antes da revolução dos computadores pessoais, quando era praticamente impossível trabalhar com métodos mais sofisticados.

Podemos visualizar a interação entre estas variáveis e as suas características através do gráfico abaixo :

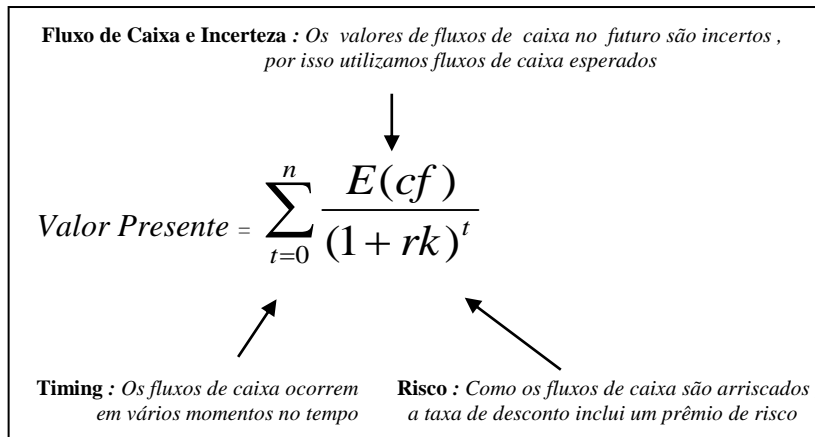


Gráfico III . 1

Estes tipos de simplificações contem um custo. A abordagem é perfeita para as mais simples e estáticas estruturas de capital. Na maioria dos casos, ajustes necessários devem ser feitos para capturar benefícios de impostos, custos de novas emissões de ações, formas de financiamento com características singulares via dívida (*debt*), e estruturas de capital exóticas. Estes ajustes devem ser feitos não somente para um determinado projeto, mas período a período. Mesmo assim, apesar de todas as modificações, o método (WACC) fornecerá resultados limitados. Quanto maiores forem as sofisticções da estrutura de capital da empresa, maiores serão as limitações do (WACC).

A melhor alternativa para um projeto operacional deste tipo é aplicar a relações básicas de fluxos de caixa descontados *VPL*, mas separando os fluxos de caixa de acordo com as suas características semelhantes. Este tipo de abordagem chama-se valor presente ajustado *APV*⁶. Ele parte do principio que os fluxos de caixa devem ser divididos em duas categorias principais : os fluxos reais, associados as receitas , custos operacionais, despesas de capital, e os fluxos relativos a efeitos secundários, associados ao financiamento de investimentos que incluem, benefícios fiscais, subsídios, custos de captação e hedges .

⁶ Uma descrição detalhada deste método pode ser encontrado em Timohty Luerman “ *Using APV : A Better Tool for Valuing Operations* ”, HBR , Maio-Junho , 1997

O APV está relacionando ao princípio do valor adicionado, ou seja, é possível dividir o projeto em pedaços e obter o valor de cada parte antes de avaliar o conjunto. A vantagem desta técnica é a possibilidade de identificar os respectivos fluxos de caixa separadamente, podendo analisar as causas do resultado do valor presente líquido (VPL).

III.2) - Avaliando Direitos de Propriedade : Fluxos de Caixa de Capital Próprio

Quando uma empresa promove uma abertura do capital próprio, ela está emitindo um direito sobre o valor das suas operações. Ao participar de um empreendimento com associados (*joint ventures*), alianças estratégicas, ou realizar investimentos de larga escala via financiamentos, a empresa está dividindo a propriedade do valor dos seus ativos com outros sócios. Os executivos devem entender não só o valor da associação como um todo, mas também o valor respectivo da participação da sua empresa. Esta compreensão é essencial para avaliar a possibilidade de uma futura participação em uma associação, bem como para decidir a estrutura da sociedade através de um contrato qualquer.

Suponha que uma empresa esteja planejando uma associação para a construção de um centro comercial. A realização do projeto terá um valor presente líquido positivo ($VPL > 0$), a própria construção gera valor adicionado. A empresa está sendo solicitada para contribuir com fundos em troca de participação acionária no empreendimento. Apesar do projeto verificar um valor presente líquido positivo pode ocorrer que todo valor criado beneficie somente a um dos sócios do empreendimento.

Uma maneira direta de se avaliar o capital próprio de uma associação correspondente a uma determinada empresa, é estimar os futuros fluxos de caixa correspondentes à sua participação e desconta-los a valor presente utilizando uma taxa que compense o custo de oportunidade e o risco do projeto. Esta abordagem é conhecida como fluxos de capital próprio (*ECF-equity cash flows*). Mais uma vez está se usando uma metodologia de fluxos de caixa descontados (VPL), mas os fluxos de caixa e a taxa de desconto são diferentes das utilizadas no (APV) ou no (WACC). Os fluxos de caixa devem ser ajustados para incorporar os direitos financeiros fixos (pagamentos de juros e do principal), os respectivos financiamentos, e o risco associado correspondente a uma

participação sem alavancagem (só com o componente *Equity*), evitando qualquer tendência provocada pela obtenção de dívida (*Debt*).

III.3) - Avaliando Oportunidades como Opções Reais

Oportunidades podem ser vistas como a possibilidades de obter ganhos acima dos esperados no futuro. Ao decidir quanto e como investir em pesquisa e tecnologia, uma empresa está avaliando oportunidades. Os gastos no momento presente não apenas geram fluxos de caixa operacionais, mas proporcionam a possibilidade de se investir no futuro, dependendo da análise de uma nova situação. Muitas estratégias de marketing possuem estas características. A despesa inicial cria uma oportunidade para um crescimento da marca no futuro. Apesar da oportunidade poder ser explorada ou não dependendo das circunstâncias, o fato é que um valor adicional real foi obtido neste processo. Empresas que possuem, novas tecnologias, produtos em desenvolvimento, posições vantajosas em mercados em expansão, ou acesso a novos mercados inexplorados, possuem este tipo de oportunidade de valor. Para algumas empresas estas oportunidades são os seus ativos mais valiosos.

Uma abordagem comum para se analisar este tipo de oportunidade é feita evitando uma avaliação formal até o momento em que a decisão de investimento não pode mais ser adiada. Só neste momento do tempo, é que os métodos tradicionais de valuation seriam aplicados. Os críticos descrevem este tipo de prática como míope, pois a empresa está sub-avaliando o futuro e como consequência não investe tanto quanto deveria. A ausência de métodos mais formais de análise de investimento proporcionam um espaço para o surgimento de abordagens menos quantitativas. Geralmente o direito de iniciar, abandonar, ou modificar uma atividade de investimento em algum momento no futuro é diferente do direito no momento presente. Uma decisão importante sobre a exploração ou não da oportunidade será feita no futuro, podendo ser adiada. Desse modo, o direito de maximizar o poder de decisão em um momento no tempo é valiosa.

Um método sólido de “*valuation*” será capaz de capturar esta opção intrínseca à oportunidades de investimento. A decisão crucial de realizar ou não o investimento será

realizada quando as incertezas presentes forem resolvidas ou quando o tempo limite para o prolongamento acabou.

Como se pode perceber este tipo de flexibilidade é semelhante a uma opção financeira, fornecendo o direito mas não a obrigação de adquirir determinado ativo por um preço pré-determinado em algum momento futuro .

Graficamente :

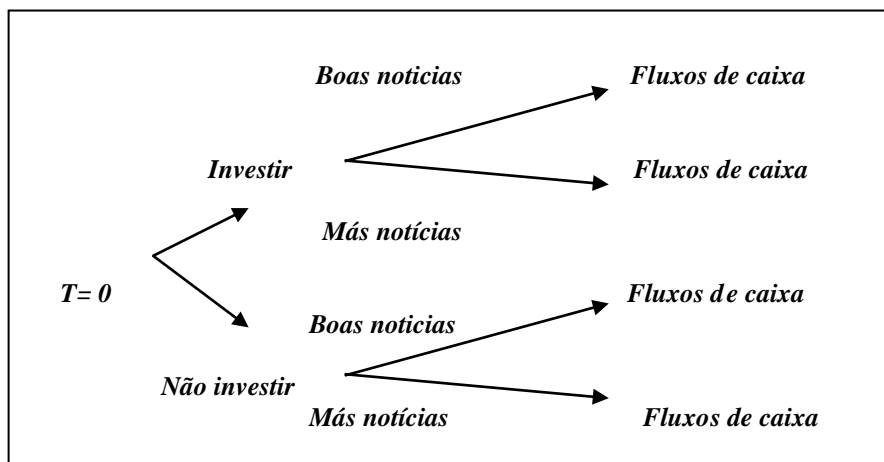


Gráfico III .2

*A decisão de realizar o investimento é feita independente dos acontecimentos
Métodos tradicionais de valor presente líquido VPL*

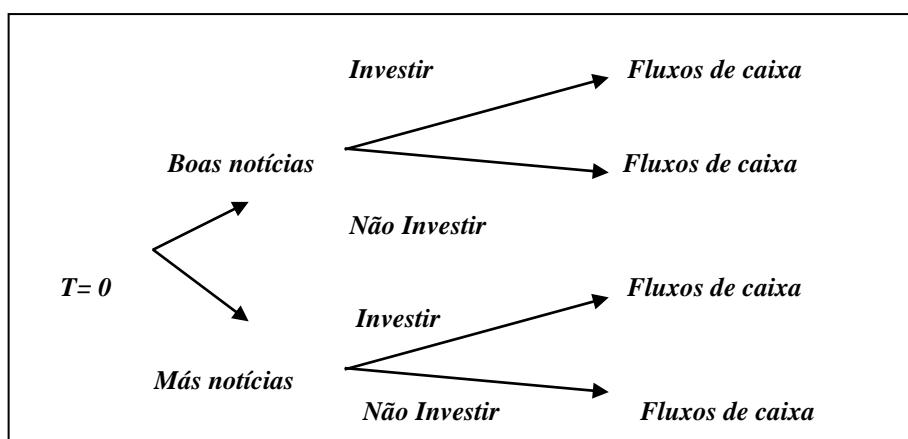


Gráfico III . 3

*A decisão de só é realizada após uma análise dos acontecimentos
Opções Reais*

Ao se analisar oportunidades de investimento, o custo inicial, o período de tempo e o risco, são fatores importantes para se encontrar o valor desta opção. Como mostrarei ao longo deste trabalho, existem seis componentes responsáveis pela determinação do preço de uma opção que podem ser relacionados com os fatores referentes ao custo, período de tempo e risco de uma oportunidade.

Pela facilidade de se adaptar a este tipo de análise de contingência melhor do que os métodos tradicionais de fluxos de caixa, modelos de precificação de opções tem sido considerados como uma maneira promissora de se abordar problemas de avaliação de oportunidades desde o final dos anos 70. Entretanto, projetos no mundo real são mais complexos que simples opções de compra e opções de venda. A combinação de diversos fatores torna impraticável a análise de oportunidades reais mais formalmente, como resultado, as teorias de precificação de opções não tem sido ainda utilizada em larga escala como uma ferramenta de “*valuation*”.

O interesse em modelos utilizando opções aumentou nos últimos anos quando o avanço em computadores pessoais tornou este tipo de análise mais sofisticada possível. Apesar destes modelos ainda estarem nas mãos dos especialistas, os executivos poderão se beneficiar do trabalho com este tipo de abordagem mesmo que isto implique em alguma margem de erro, afinal houve ganhos significativos em relação aos resultados analíticos produzidos.

Um dos pontos principais para avaliar oportunidades de investimento corporativos como opções está na habilidade de estabelecer uma correspondência entre as características do projeto e as características da opção. Esta analogia será estabelecida em capítulos posteriores. Uma maneira pragmática de se utilizar a teoria de opções para a análise de projetos seria fazer o uso destas técnicas mais avançadas como um suplemento ao método tradicional já desenvolvido. O que os executivos necessitam é de um tipo de abordagem fácil de ser implementada e compreendida, que possa ser feita para diversos projetos. Afinal de contas o objetivo é complementar e não substituir os métodos tradicionais.

Os executivos gostariam de uma ferramenta que pudesse compartilhar dos mesmos “inputs” que o método tradicional de fluxos de caixa descontados (VPL). O candidato direto é o modelo *Black-Scholes*. Esta tipo adaptação simples e direta será feita nos capítulos posteriores, sugerindo uma alternativa para os executivos financeiros que avaliam oportunidades de investimento.

Podemos resumir a discussão sobre essas três abordagens de valuation através dos gráficos abaixo:

Balanço	
Ativo	Passivo e Patrimônio Líquido
<p><i>Decisões de investimento Passadas</i></p> <p><i>Operações</i></p>	<p><i>Direito sobre Capital de Terceiros (Debt Claims)</i></p>
<p><i>Decisões de Investimento Futuras</i></p> <p><i>Oportunidades</i></p>	<p><i>Direito sobre o Capital Próprio (Equity Claims)</i></p>

Gráfico III .4

Problema
 (Métodos de Valuation) **Menos Formais** → **Mais Formais**

<p>Operações</p> <p>(Valor Presente Ajustado)</p>	<p>→</p> <p>Múltiplos de Vendas</p>	<p>Múltiplos de LAIR</p> <p>VPL-WACC</p>	<p>→</p> <p>Simulações Monte Carlo</p>
<p>Oportunidades</p> <p>(Opções Reais)</p>	<p>→</p> <p>Árvores de Decisão</p>	<p>Simulações : Análise de Cenários</p>	<p>→</p> <p>Métodos de Opções Sofisticados</p>
<p>Direito sobre o Capital Próprio</p> <p>(Fluxos de Caixa do Capital Próprio)</p>	<p>→</p> <p>Quociente P/E</p>	<p>(VPL-WACC) -Debt</p>	<p>→</p> <p>Simulações: Análise de Cenários</p>

Gráfico III .5

IV – O CONCEITO DE OPÇÕES REAIS PARA A ANÁLISE DE PROJETOS DE INVESTIMENTO

O número de executivos financeiros e pesquisadores acadêmicos insatisfeitos com os métodos de alocação de recursos é cada vez maior. A distância entre a teoria financeira tradicional e a realidade corporativa faz com que os executivos abandonem os critérios rígidos procurando acomodar flexibilidade operacional e planejamento estratégico, considerados tão valiosos quanto fluxos de caixa diretos. A abordagem tradicional baseada em fluxos de caixa descontados a valor presente não consegue capturar a possibilidade de se obter uma gerência flexível, capaz de adaptar e revisar decisões em resposta a acontecimentos inesperados do mercado. O método tradicional de fluxos de caixa faz uma hipótese implícita em relação ao cenário esperado presumindo que os executivos assumirão uma postura estática, mantendo uma estratégia operacional fixa. Os mercados reais são caracterizados por constantes mudanças, incertezas e interações competitivas. Os fluxos de caixa provavelmente serão diferentes dos esperados. Na medida em que novas informações são incorporadas e as incertezas em relação às condições do mercado são resolvidas, os executivos que possuírem uma flexibilidade gerencial, conseguirão alterar as suas estratégias iniciais com o objetivo de aproveitar as novas oportunidades ou minimizar as possibilidades de perdas. Os executivos poderão adiar, expandir, contrair, abandonar ou alterar um projeto em seus vários estágios da sua vida operacional. Esta flexibilidade gerencial está intimamente ligada a opções financeiras. Na assimetria existente no direito, mas não a obrigação de se exercer a opção reside o seu verdadeiro valor destes projetos.

Assim como nos mercados de opções financeiras, os executivos possuirão uma flexibilidade para adaptar suas ações futuras em resposta a condições adversas do mercado e a reações competitivas, isto expande a oportunidade de valorização do investimento melhorando as suas possibilidades de crescimento e ao mesmo tempo limita os risco de perdas. O resultado dessa assimetria proporcionada pela gerência flexível , expande os critérios de decisões, pois diversos cenários devem ser considerados. Uma abordagem pela teoria de opções para os problemas de *Capital Budgeting*, possui o potencial para capturar e quantificar o valor das opções criados pela gerência flexível e pelas interações estratégicas. A maioria das opções reais está presente nas mais usuais decisões de investimento.

Conforme foi discutido anteriormente, o principal motivo da falha nos modelos que utilizam o valor presente líquido *VPL*, ou qualquer outro modelo baseado em fluxos de caixa descontados a valor presente esta no fato que estes ignoram, ou não podem capturar, a flexibilidade para se adaptar e revisar estratégias .

O método tradicional de *VPL*, faz implicitamente uma hipótese em relação ao cenário esperado dos fluxos de caixa presumindo que os executivos manterão uma estratégia operacional sem alterações. Os valores esperados dos fluxos de caixa são descontados a valor presente por uma taxa que ajusta o projeto ao seu risco específico. Se o *VPL* do projeto for positivo, o projeto é aceito, caso contrário ele é rejeitado. Neste caso os executivos trabalham com um cenário de fluxos esperados sem poder desviar muito da estratégia operacional estabelecida .

No mundo real de incertezas e interações competitivas, os fluxos de caixa de um projeto, provavelmente serão diferentes dos originalmente esperados . Na medida em que novas informações são incorporadas e incerteza sobre futuros fluxos de caixa é gradualmente resolvida, os executivos perceberão que novas alternativas surgirão em diversos níveis de flexibilidade, permitindo uma revisão das estratégias originais. Os executivos poderão prolongar, expandir, contrair ou abandonar um projeto de diversas maneiras seus estágios. Esta flexibilidade de se adaptar aos acontecimentos futuros dependendo do ambiente, introduz uma assimetria na distribuição de probabilidade do *VPL* , expandindo o valor da oportunidade de investimento, aumentando o seu

potencial de valorização e ao mesmo tempo limitando as possibilidades de perda. Na ausência deste tipo de flexibilidade, a distribuição de probabilidade do *VPL* é simétrica.

Quando algum tipo de flexibilidade introduzido como uma opção para se postergar ou abandonar o projeto, existe uma possibilidade de uma adaptação melhor no futuro independente dos acontecimentos, aumentando os potenciais de um valor esperado maior. O resultado é uma distribuição assimétrica de probabilidade. O valor esperado desta assimetria inclui um prêmio da opção adquirida, mais os valores usuais de estáticos *VPL*.

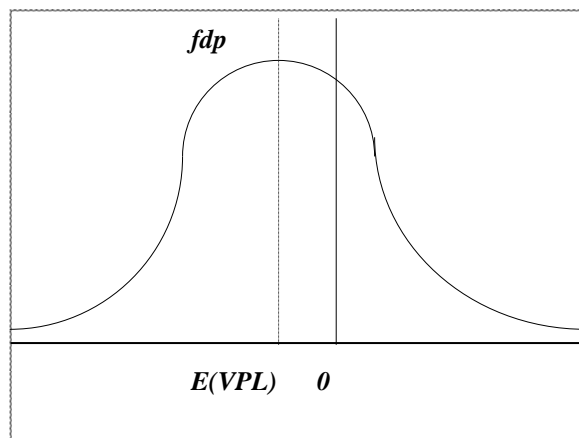


Gráfico IV.1

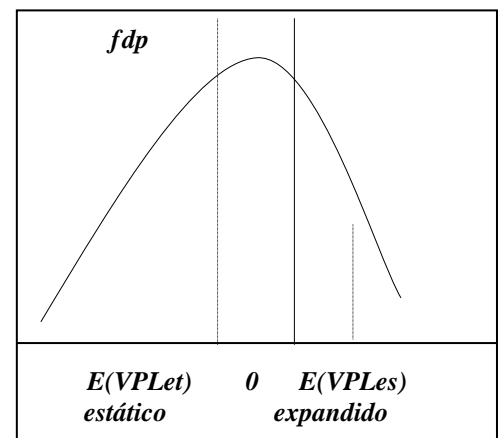


Gráfico IV.2

Podemos desta maneira definir uma nova variável que incorpora o valor da flexibilidade introduzida projeto.

VPL Expandidos ou Estratégicos = VPL Tradicional ou Estático + Prêmio da Opção

onde :

Prêmio da Opção =(Valor das Opções Estratégicas de uma Gerência Ativa , Flexível)

Toda a motivação de uma análise de projetos através do conceito de opções reais surge da possibilidade de capturar e quantificar este prêmio da opção, componente a uma flexibilidade associada ao valor inicial. Isto não significa que o método tradicional deve ser descartado, muito pelo contrário, necessitamos deste tipo de análise para realizar a expansão ao *VPL* tradicional .

Oportunidades de Investimentos como uma Coleção de Opções Reais.

Como foi enfatizados anteriormente, os métodos de fluxos de caixa descontados a valor presente não conseguem capturar vários aspectos importantes de um projeto devido à incerteza em relação a eventos futuros no momento em que a decisão inicial foi tomada. Podemos contornar esta dificuldade se pensarmos em oportunidades de investimento como uma coleção de opções reais. Assim como o detentor da opção possui o direito mas não a obrigação de adquirir um determinado ativo por um preço pré-estabelecido, o detentor de uma opção real tem o direito de realizar ou não o projeto dependendo do contexto no momento em que esta decisão deve ser tomada.

Podemos fazer a seguinte analogia entre as variáveis:

Opção de Compra de uma Ação

Opção Real de um Projeto

Valor corrente da ação

PV esperado dos fluxos de caixa

Preço de exercício

Custo do investimento

Tempo até a expiração

Tempo até que a oportunidade desapareça

Incerteza sobre o valor da ação

Incerteza do projeto

Taxa de juros sem risco

Taxa de juros sem risco

Geralmente quando aliada a esta possibilidade de se adiar a decisão de investimento existe outras opções reais, uma decisão de investimento pode ser vista como um portfolio de opções reais de compra e venda (*calls –puts*) . Mesmo se nenhuma opção real existir, a flexibilidade de adiar o momento de decidir quando iniciar o projeto depois de receber informações adicionais, possui um valor positivo associado à possibilidade de se fazer este tipo de escolha. Mas geralmente, outras opções reais estarão presentes.

IV.1) Justificando a Analogia com Opções Reais

Podemos dizer que os métodos de precificação de opções, baseados nos conceitos de equilíbrio de não-arbitragem ⁷, obtidos a partir de um portfolio de ativos financeiros, podem replicar os valores das opções para uma decisão de análise de projeto, onde os ativos são bens com valores físicos. Entretanto, existem algumas limitações para este tipo de análise . Podemos citar alguns exemplos :

Não –exclusividade de propriedade e interações de competitividade

Um detentor de uma opção de compra de um ativo financeiro possui um direito de propriedade exclusiva , já que para ele não existirá uma preocupação extra referente á competição pelo investimento em questão.De maneira análoga, opções reais de propriedade exclusiva, proporcionam os detentores direitos sobre o valor de exercício, independente de ameaças competitivas. O desenvolvimento de uma patente, o conhecimento técnico exclusivo e a obtenção de condições de mercado especiais obtida através de altas tarifas, que proporcionam um privilégio em relação aos seus competidores, são exemplos de opções reais de propriedade exclusiva .

⁷ O desenvolvimento formal das propriedades da teoria de opções será demonstrado no próximo capítulo

Outras oportunidades de investimento podem ser obtidas por mais de um único membro em uma indústria . Estas opções reais são não-exclusivas (*shared*), trata-se de oportunidades coletivas da indústria que podem ser exercidas por qualquer um dos participantes. A introdução de um novo produto sem proteção, possibilitando o desenvolvimento de substitutos e a oportunidade de explorar novos mercados livres de barreiras de entrada, representa este tipo de opção real. A natureza da interação competitiva pode ser bem diferente se a oportunidade de investimento for de propriedade exclusiva , ou não exclusiva (*shared*)

“Não-comercialidade ”(nontradibility)

Opção de ativos financeiros, podem ser compradas e vendidas (traded) em mercados financeiros .Opções reais, assim como a maioria dos projetos de investimento são não comercializáveis (*non-tradeble*)

Interdependências estratégicas e opções compostas

Opções sobre ativos financeiros podem ser avaliadas de maneira simples, pois o seu valor depende exclusivamente da possibilidade de se obter o ativo objeto por um preço pré-estabelecido. Algumas opções reais no entanto, ao serem executadas possibilitam uma nova oportunidade de investimento .Trata-se de opções sobre opções, ou opções compostas. Um investimento em pesquisa e tecnologia, a aquisição de uma indústria de outro setor, avaliando a possibilidade do surgimento de novas oportunidades, podem ser exemplos de opções compostas. Estas opções terão um impacto maior sobre a decisão de investimento da firma já que a sua análise é mais complexa .

IV.2) Desenvolvendo uma nova Classificação para o Projeto

Na prática, as firmas classificam os projetos de acordo com o seu risco associado ou a partir de suas características funcionais, com o objetivo de implementar o processo de *Capital Budgeting*. Estes padrões de classificação são incompletos, já que eles não incorporam a opção associada ao projeto. Para motivar uma classificação baseadas nas opções reais características de cada projeto, iniciaremos com o método tradicional de *VPL*, e gradativamente introduziremos variáveis adicionais, identificando cada característica . Podemos distinguir dois tipos básicos de problemas referentes à decisão de investimento :

I) Jogos contra a natureza :

O problema está na otimização dos valores dos fluxos de caixa, enfrentando flutuações aleatórias .

II) Jogos estratégicos contra competidores:

As decisões de investimento são tomadas, levando em consideração como a reação dos competidores influenciará as oportunidades de investimento.

O compromisso de investir :método tradicional , VPL estático

A análise tradicional de *VPL* aborda o problema da decisão ignorando interações competitivas estratégicas . Apesar de se tratar do tipo de jogos contra a natureza, este método é limitado no sentido em que presume uma gerência passiva, ou seja, todas as decisões de investimento são tomadas no momento inicial, não existe uma flexibilidade para se revisar as propostas originais do problema , que possibilitaria respostas a desvios nos valores esperado dos fluxos de caixa .

Na ausência de flexibilidade a estratégia pode ser vista desta maneira:

$$NPV = V - I \quad \text{onde : } \begin{array}{l} V = \text{valor presente dos fluxos de caixa esperados} \\ I = \text{custo de implementação do projeto} \end{array}$$

Oportunidade de investir (flexibilidade das decisões)

A questão principal deste tipo de abordagem é o valor da oportunidade do investimento. Na presença de incertezas, onde a natureza promove “jogos”, influenciando o valor de *V*, a oportunidade de investir tem um valor significativo, já que permite uma gerência flexível. Alterando as estratégias iniciais do projeto, surge a possibilidade de um adiamento do investimento para aproveitar situações favoráveis ou para evitar perdas em ambientes adversos. A oportunidade de investir será equivalente a uma opção de compra (*call option*) , desta forma utilizando as variáveis definidas

anteriormente e aplicando a fórmula de *Black-Scholes*⁸ que será derivada no capítulo seguinte, podemos alcançar:

$$C(V; T; t; rf; \sigma^2 \cdot \Delta t) = V_{T=0} N(d1) - I e^{-rT} N(d2)$$

O valor da oportunidade de investimento vista desta forma excede o *VPL*, tradicional $(V - I)$, por um valor que significa a flexibilidade de se postergar a decisão de investimento, alterando-o.

Alguns projetos que podiam ser considerados indesejáveis, na verdade possuem algum valor implícito (*hidden value*), ou seja um investimento com *VPL* negativo ($V < I$) pode ser economicamente viável sobre o ponto de vista das oportunidades geradas .

Projetos de estágios múltiplos (intraprojetos compostos)

Podemos também considerar o custo de implementação do projeto (I), não mais como uma única despesa, mas como uma seqüência de custos de investimentos que se estendem durante a vida do projeto. Nestes casos o investimento pode ser visto como uma opção composta, semelhante aos intraprojetos onde o custo de instalação representa o preço de exercício da opção de continuar o desenvolvimento do projeto. Quando introduzimos a este tipo de projeto a gerência flexível, nos diversos intraprojetos podemos identificar pontos específicos no tempo onde a decisão de investimento deverá ser tomada (nodos de decisão). As técnicas de fluxos de caixa descontados a valor presente, principalmente *VPL*, são incompletas para este tipo de análise, pois simplesmente subtraem o valor presente destes custos adicionais dos fluxos de caixa esperados, ignorando que em diversos momentos do tempo ocorreram decisões afetando o projeto como um todo.

Interdependência de projetos (interprojetos compostos)

Agora estamos considerando projetos interdependentes, onde o desenvolvimento do primeiro projeto é pré-requisito para os próximos. O sucesso do projeto inicial

⁸ Uma interpretação intuitiva desta fórmula será feita no próximo capítulo

proporciona a possibilidade de se investir em novos projetos com características diferentes. Podemos novamente justificar o desenvolvimento de projetos que possuem um valor presente líquido *VPL* negativo, se este projeto gerar valiosos investimentos futuros subsequentes.

Interação competitiva

O segundo tipo de decisão de investimento, ocorre quando a interação competitiva é introduzida. Podemos separar este tipo de abordagem em dois tipos. Se a influência de uma disputa competitiva for exógena, ou seja, estamos considerando que existiria apenas uma ameaça de perda parcial da oportunidade de investimento. A empresa estará novamente enfrentando um problema de otimização, porém de um tipo mais complexo, incorporando o impacto da competição à sua decisão de investimento. Se as decisões de investimento de um competidor são sensíveis a mudanças nas decisões do outro competidor, e vice-versa, então devemos adotar um tratamento formal para este tipo de estratégias competitivas baseado em uma combinação de teoria dos jogos e teoria de precificação de opções.

Competição endógena e estratégica

Para analisar este tipo de situação de estratégias competitivas, consideremos um duopólio formado por duas firmas competitivas (A e B), onde a oportunidade do investimento será igual ao resultado de equilíbrio de um jogo simultâneo. As quatro seguintes situações básicas podem ser consideradas:

- Quando ambas as empresas investem o jogo acaba;
- Quando ambas as empresas decidem postergar o investimento, a natureza move e o jogo é repetido;
- Quando a empresa A investe primeiro, a natureza move e a empresa B deve decidir se investe como seguidora ou se aguarda;
- Quando a empresa B investe primeiro, a natureza move e a empresa A deve decidir se investe como seguidora ou se aguarda.

A interação de diferentes conjuntos de ações das duas empresas resulta em um valor de projeto no fim de uma árvore binomial de avaliação, representando os diversos tipos de equilíbrios obtidos : Nash , Stackelberg ou Monopólio.

O equilíbrio de Nash ocorre quando cada firma realiza o seu melhor dado às ações esperadas da outra firma. O equilíbrio de Stackelberg ocorre quando uma das empresas investe primeiro, tornando-se a líder e a outra investe depois, tornando-se a seguidora .O monopólio ocorre quando uma empresa líder posiciona-se no mercado de maneira a tornar não lucrativo o investimento da seguidora, barrando a concorrência .

Neste contexto competitivo, podemos expressar o critério de *VPL* expandido da seguinte maneira :

$$\text{Valor Presente Líquido Estratégico VPL} = \text{VPL Direto ou Passivo} + \text{Valor Estratégico} + \text{Valor Flexível}$$

Valor estratégico pode ser positivo ou negativo dependendo da interação de diversos fatores como a situação do mercado, do projeto e dos benefícios proporcionados por um investimento estratégico. Podemos considerar a combinação de um *VPL* direto e o valor resultante de um comprometimento estratégico prematuro de capital como o valor de compromisso, ou seja :

$$\text{VPL Direto ou Passivo} + \text{Valor Estratégico} = \text{Valor de Comprometimento}$$

O sinal do efeito estratégico pode ocorrer desta maneira :

Efeito Estratégico (+ ; -)

Se a oportunidade de investimento é Proprietária (Fere a Competição) ou se ela é Comum-Shared (Beneficia a Competição)

X

Se a ação Competitiva é Recíproca (Complementares) ou Contária (Substitutadas)

O sinal do efeito estratégico pode ser definido desta maneira : Dependendo da natureza da reação competitiva (contrária ou recíproca), e do tipo de investimento (comum ou proprietária) , diferentes estruturas de equilíbrio de mercado ocorrerão.

Podemos destacar quatro diferentes estratégias competitivas , que podem ser visualizadas através do quadro abaixo ⁹ :

		Competidora	
		<i>Contrária</i>	<i>Recíproca</i>
<i>Investimento Proprietário (Fere Competição)</i>	<i>Pioneira</i>	<i>Investir</i> (+ efeito estratégico) (lucros de monopólio) ou equilíbrio de Cournot-Nash)	<i>Não Investir /Esperar</i> (- efeito estratégico) (competição de Nash)
<i>Investimento Comum –Shared (Beneficia Competição)</i>		<i>Não Investir /Esperar</i> (- efeito estratégico) (competição de Cournot-Nash)	<i>Investir</i> (+ efeito estratégico) (coalizão líder-seguidora ou competição de Nash)

Gráfico IV .3

Na presença de um investimento comum, sob competição contrária a empresa competidora poderá se beneficiar do pioneirismo da sua rival ,capturando os benefícios comuns desta estratégia de investimento. Sabendo disso a melhor estratégia para a empresa pioneira é esperar para investir, assumindo uma postura ofensiva via uma opção flexível. Se houver um crescimento de demanda e ambas a empresas investirem um equilíbrio pode ocorrer.

Quando ocorre um investimento proprietário, se houver uma competição recíproca, isto criará uma grande rivalidade entre as empresas, deste modo a melhor estratégia adotada pela empresa pioneira seria permanecer inofensiva, esperando um crescimento da demanda, onde ambas podem tirar proveito da situação . Os benefícios

⁹ Baseado em Lenos Trigeorgis . *Real Options : Managerial Flexibility and Strategy in Resource Allocation*

serão divisíveis na presença de um investimento comum quando a competição é recíproca. Se a empresa pioneira assumir uma postura de líder de Stackelberg, os preços serão maiores resultando em um benefício para ambas. A empresa pioneira terá uma vantagem na situação de um investimento proprietário onde a competição é contrária se ela assumir em postura ofensiva ferindo a competidora, assumindo o domínio do mercado.

IV.3) Questões Estratégicas para a Análise de Capital Budgeting

Ao analisar um projeto de investimento, existem algumas questões cruciais que devem ser respondidas pelos executivos que examinam o problema.

A primeira questão estratégica está relacionada com a exclusividade na propriedade da opção e o efeito que a presença da competição terá sobre a habilidade da empresa de se apropriar do valor da opção. Se a empresa possui um direito exclusivo sobre como e quando investir, independente da atividade dos seus competidores, a sua oportunidade de investimento é uma opção proprietária. Exemplos deste tipo de oportunidade são investimentos com barreiras para a entrada de competidores, como patentes para a proteção de produtos que possuem substitutos próximos, conhecimentos tecnológicos singulares, ou condições de mercado que os competidores não podem duplicar em um período de tempo. Neste caso a gerência terá a flexibilidade de abandonar o projeto prematuramente ou interromper temporariamente o projeto em períodos de dificuldade. Se os competidores compartilham do direito de exercício e existe a possibilidade de que eles possam tomar parte do valor do projeto, isto caracteriza um tipo de oportunidade comum. Podemos identifica-las como um conjunto de possibilidades de uma indústria inteira, que podem ser exercidas por qualquer um dos seus componentes. Exemplos deste tipo de opção comum é a introdução de um novo produto sem proteção ou a oportunidade de se explorar novos mercados sem barreiras a entrada de novos competidores.

A segunda pergunta estratégica tem como objetivo identificar a questão do intraprojetos e interprojetos. Será que determinada oportunidade de investimento possui valor próprio, ou trata-se de um pré-requisito para umas subseqüentes oportunidades

de crescimento?. Se o resultado de uma opção real for outra oportunidade de investimento, trata-se uma opção real composta. A sua análise é mais complicada pois os investimentos em questão são independentes. A última questão estratégica é referente natureza do tipo da decisão, ou seja, estamos interessados numa medida de tempo ou urgência. A gerência deve ser capaz de distinguir projetos que necessitam de uma decisão imediata, do tipo aceitar-ou-rejeitar, de projetos onde a decisão pode se adiada para algum momento no tempo futuro.

Podemos resumir este tipo de disciplina de análise através do gráfico:

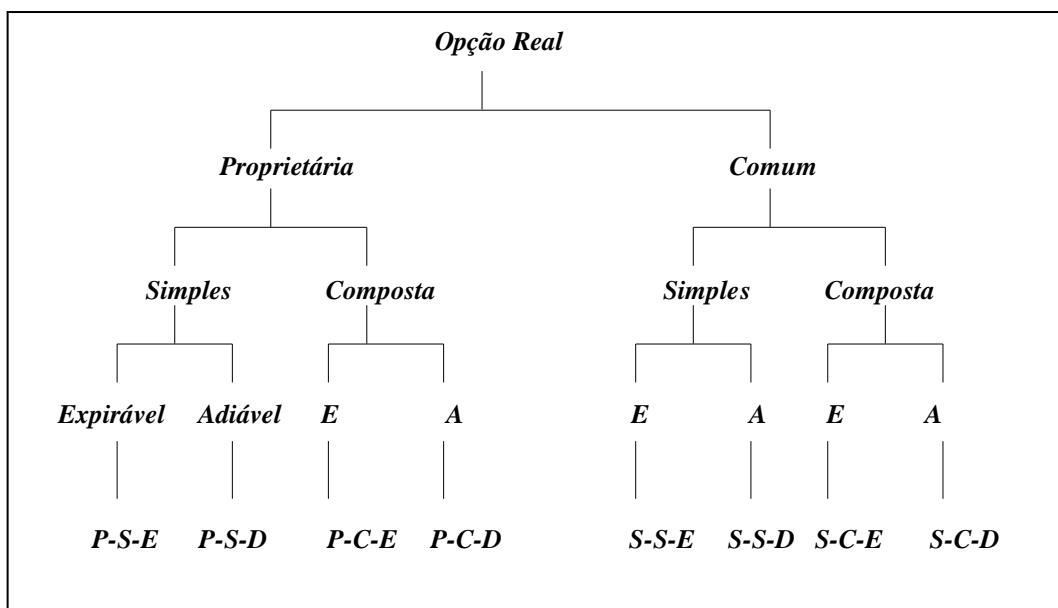


Gráfico IV.4

Classificação para as Opções Simples :

Valor da Opção Real

VPL Estático	VPL
Proprietário, Simples expirável (P-S-E)	VPL + Valor de abandono
Proprietário, Simples e adiável (P-S-A)	VPL + (Valor de abandono) + (Valor de adiamento)
Comum, Simples expirável (C-S-E)	VPL - (Perda de competitividade)
Comum, Simples adiável (C-S-A)	VPL - (Perda de competitividade) + (Valor de Abandono)

V - O MODELO BLACK-SCHOLES

O entendimento das formulas de precificação propostas pelo modelo *Black-Scholes* é fundamental para compreender o método de adaptação proposto nos próximos capítulos. O objetivo agora não é fazer uma dedução detalhada do modelo, mas descrever como os principais resultados foram obtidos de maneira lógica. Para isso é necessário um conhecimento das principais variáveis que influenciam o valor de uma opção financeira . Só desta maneira poderemos estender estes conceitos para a análise de investimentos .

A matemática necessária para o desenvolvimento da formula de Black-Scholes é sem dúvida muito avançada. Entretanto a maneira como tentarei demonstra-la será a mais intuitiva possível, já que não é o meu objetivo escrever as equações e simplesmente explicar os parâmetros, comprometendo o entendimento do modelo. Quando foi elaborada em 73, o modelo *Black-Scholes* revolucionou Wall Street. Não havia como fugir das inovações que este modelo matemático produzia .Uma passagem interessante do livro *Capital Ideas*¹⁰, descreve um dos formuladores da teoria , *Robert Merton* , refletindo sobre as mudanças que ocorreram após a introdução do modelo:

“I got the biggest kick out of hearing those options traders routinely talk about hedge ratios and deltas, partial differential equations, and stochastic differential equations. Who would have thought people would be talking like that ...

People had no choice. They couldn't deal with it the way they dealt with it over-the-counter. There's no other way to deal with the complexity of the option .The models made sense intuitively and seemed to work . ”¹⁰

¹⁰ Citado em Bernstein , pag. 227

O modelo *Black-Sholes* foi uma inovação na maneira como as pessoas analisavam derivados financeiros, gerando uma vasta literatura posteriormente à sua introdução. Foi devido a este caráter pioneiro e revolucionário que *Robert Merton* e *Myron Sholes* receberam o premio Nobel em economia em 1997 .

IV.1) Definições Básicas

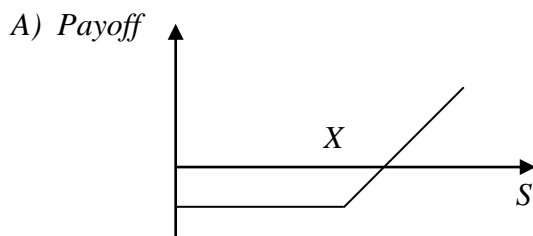
Uma opção sobre um determinado ativo objeto, é um derivado financeiro que fornece ao seu detentor o direito mas não a obrigação de se comprar ou vender (dependendo se for opção de compra - *call* ou opção de venda - *put*) este ativo por um preço estabelecido em um data pré-determinada. As opções começaram a ser negociadas nas bolsas da valores em 1973 , no mesmo ano da publicação do modelo *Black-Scholes* . Desde então houve, um grande crescimento do mercado de opções pelo mundo inteiro , graças às vantagens em termos de hedge, especulação e arbitragem que este tipo de ativo proporciona. Hoje em dia encontram-se opções sobre os mais variados tipos de ativo objeto, como ações, índices de ações, moedas estrangeiras, instrumentos de dívida (*bonds*), commodities e contratos futuros .

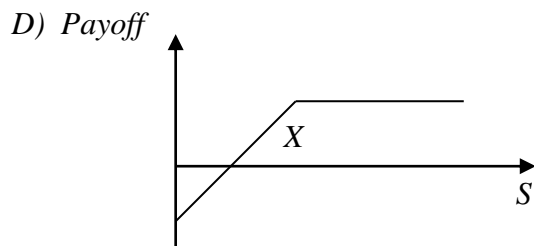
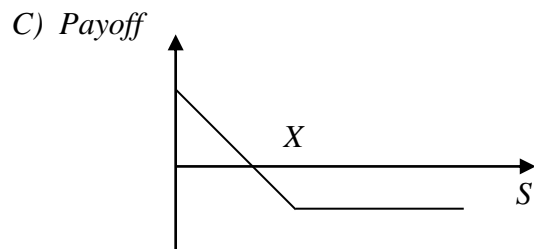
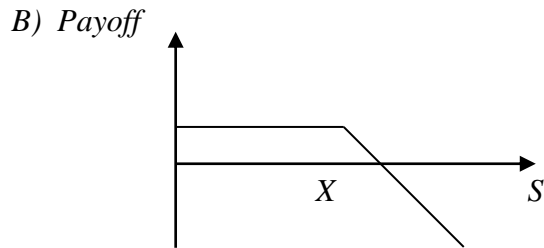
Podemos distinguir dois tipos básicos de opções : opções de compra e opções de venda. Uma opção de compra (*call*) possibilita ao seu comprador o direito de comprar o ativo objeto em uma determinada data por um determinado preço. Uma opção de venda (*put*) possibilita ao seu comprador o direito de vender o ativo objeto em uma determinada data por um determinado preço. É importante perceber que trata-se de um direito, podendo ser exercido ou não dependendo das circunstâncias. O indivíduo que comprou a opção é chamado de titular (*holder*), e o vendedor chama-se lançador (*writer*). Observe que o lançador não possui direito algum, e deve honrar o contrato , se este for o desejo do titular. O preço pelo qual o contrato foi fechado , chama-se preço de exercício (*strike price*) , este valor é pago pelo titular ao lançador no momento inicial do contrato. A data limite do contrato é conhecida como data até a expiração, ou vencimento. Para simplificar as considerações, só avaliaremos opções européias onde o lançador só poderá exercer o seu direito no final do contrato. Existem também opções americanas onde o lançador tem a liberdade de exercer a opção antecipadamente se assim o desejar .

Podemos agora definir as quatro posições simples em um mercado de opções, e seus respectivos retornos (*payoffs*). Um indivíduo poderá comprar (*long*) uma opção de compra (*call*), vender (*short*) uma opção de compra (*call*), comprar (*long*) uma opção de venda (*put*), ou vender (*short*) uma opção de venda (*put*). Se o preço do ativo objeto superar o preço de exercício na data do vencimento do contrato, isto possibilitará um retorno positivo para o titular de uma opção de compra (*call*), e um retorno negativo para o lançador desta opção, devido ao direito de se obter um ativo por um valor maior que o valor de mercado naquele momento. De maneira análoga, se o preço do ativo objeto for menor que o preço de exercício na data de vencimento, isto possibilitará um ganho para o titular de um opção de venda (*put*) e uma perda para o seu lançador.

Podemos resumir estes quatro tipos de posições e seus retornos (*payoffs*) graficamente, considerando X o preço de exercício do contrato e S o preço do ativo objeto, temos :

- A) *Compra (long) de uma opção de compra (call)*
- B) *Venda (short) de uma opção de compra (call)*
- C) *Compra (long) de uma opção de venda (put)*
- D) *Venda (short) de uma opção de venda (put)*





Estas são as posições simples (*plain vanilla*) em um mercado de opções, existem uma série de estratégias como *Spreads*, *Stradle*, *Buterflies* resultantes de combinações de compra e venda de opções de compra (*call*) e venda (*put*) .

Antes de prosseguir é necessário definir a notação utilizada nas próximas sessões deste capítulo .¹¹

C = Valor de uma opção de compra (*call*)

P = Valor de uma opção de venda (*put*)

S_T = Preço da ação no tempo T

T = Tempo de expiração da opção

r_f = Taxa de juros sem risco

¹¹ Toda as equações necessárias para este desenvolvimento do modelo Black-Scholes foram extraídas de Hull - *Options Futures and other Derivatives* . Chiss - *Black-Scholes and Beyond* . Cox , Rubistein - *Options Markets* e Wimott , Howison , Dewyne - *The Mathematics of Financial Derivatives- A Student Introduction* .

V.2) O Conceito de Não-Arbitragem (Put –Call Parity)

Agora definiremos as variáveis que influenciam o preço de uma opção. Este conhecimento é necessário pois será feita uma analogia entre este instrumento financeiro e uma análise de projeto. Demonstraremos também um conceito muito importante para a precificação de qualquer derivado financeiro, a relação de não –arbitragem. É baseado nesta idéia que todo o desenvolvimento dos limites necessários para a resolução da equação diferencial de modelo de *Black –Scholes* são estabelecidos.

Existem seis fatores que influenciam o preço de uma opção de compra de uma ação (*call*) , analisaremos cada um deles, porem consideraremos apenas opções européias (só podem ser exercidas na data de expiração do contrato) que não pagaram dividendos no período.

Preço da ação á vista (Spot Price - S)

Uma opção de compra proporciona ao investidor o direito de se adquirir uma quantidade pré-estabelecida da ação, a um preço de exercício fixo .Desta maneira quanto maior o preço corrente da ação (S) , maior será a probabilidade da opção ser exercida . Se o preço corrente ultrapassar o preço de exercício , a opção se tornará valiosa (*at the money* $S > X$) , ou seja, o direito adquirido valorizou-se. Concluimos que a opção de compra será mais valiosa quanto maior for o preço á vista do ativo objeto (S)

Preço de Exercício (Strike Price – X)

Considerando o mesmo raciocínio quanto maior for o preço de exercício (X) , menor será a possibilidade que o preço corrente da ação (S) o supere , valorizando a opção. Assim o preço de exercício é inversamente relacionado com o valor de uma opção de compra (*call*).

Tempo até a vencimento do contrato (T)

Uma call option será mais valiosa quanto maior for o tempo de maturidade do contrato, pois existirá uma probabilidade maior de que o preço corrente da ação supere o preço de exercício ($S > X$). Porém como estamos considerando apenas opções europeias este fato é irrelevante, pois a opção só poderá ser exercida no vencimento do contrato.

Variância do retorno dos ativos (σ^2)

De todos os fatores que influenciam na precificação de uma opção, a variância é sem dúvida o mais importante. Este é o único fator que não é observável, ou seja, necessita de um estimador. Uma variância maior significa que o preço do ativo objeto (S), tem uma dispersão grande em relação à média, podendo desta maneira assumir valores altos e baixos. Isto significa que existirá uma probabilidade maior de que o preço de corrente (S), supere o preço de exercício (X), tornando a opção de compra (*call*) mais valiosa. É interessante notar que o risco de perda (*downside risk*) é limitado para o detentor desta opção.

Taxa de juros livre de risco (r_f)

O efeito da taxa de juros livre de risco não é muito intuitivo, porém tentarei explica-lo. Geralmente quando a taxa de juros numa economia sobe, deslocando a curva de estrutura a termo, a taxa de desconto utilizada para avaliar o preço das ações sobe, diminuindo o seu preço corrente. Os investidores agora solicitam um retorno maior para compensar um maior risco de se investir nos mercados acionários vis- a- vis a títulos do tesouro. Entretanto esta maior taxa de desconto utilizada terá um efeito positivo sobre o valor de uma opção de compra (*call*). Este fato está explícito na equação de *Black-Scholes*, no momento podemos dizer que o efeito resultante é positivo.

Valores Limites Para a o Preço das Opções (Upper and Lower Bounds)

O conceito de não arbitragem é de importância vital para o modelo de *Black-Scholes*. Através do desenvolvimento desta idéia fundamental para a teoria financeira , será definido algum limite (cotas superiores e inferiores) de variação para o preço das opções , um intervalo onde estamos certos que o preço da opção irá flutuar .É importante observar que esta idéia aplicada á teoria de opções já estava presente em outra grande contribuição para a teoria financeira : *As proposições de M M sobre estrutura de capital das empresas*¹² . Uma arbitragem é a possibilidade de se obter lucros sem nenhum tipo de risco. Isto significa que quando surge uma oportunidade com estas características,ela logo desaparece pois todos os investidores a identificam e rapidamente a utilizam para obter o lucro livre de risco .Este conceito nos leva a uma máxima na teoria econômica :

“ There’s no free lunch”

Apesar da analogia para a análise de projetos ser feita para uma opção de compra (*call*) européia , analisaremos as características das opções de venda (*put*) , pois poderemos derivar um resultado importante , a paridade *put-call* .

Limite Superior para o preço uma Call Option

O preço de uma call não poderá ser maior que o preço da ação corrente (*Spot Price*)

$$C \leq S_{T=0}$$

Se esta relação não ocorrer , um arbitrador poderá comprar a ação e vender a call , obtendo um lucro sem risco.

Limite Inferior para o preço de uma Call Option

O limite inferior para uma call option é

$$C \geq S_{T=0} - Xe^{-rT}$$

Esta relação pode ser obtida facilmente a partir da seguinte relação entre dois Portfolios ativos :

Portfolio A : uma call option (C) e (Xe^{rT}) em dinheiro investido à taxa rf

Portfolio B : uma ação (S)

Como $Xe^{-rT} \cdot e^{rT} = X$ na data de vencimento , então :

Se $S_{T=t} > X \Rightarrow$ opção é exercida e o *Portfolio A* vale $S_{T=t}$

Se $S_{T=t} < X \Rightarrow$ opção não é exercida e o *Portfolio A* vale X

Deste modo o *Portfolio A* vale

$$\max (S_{T=t}, X) .$$

E o *Portfolio B* sempre valerá $S_{T=t}$

O valor do *Portfolio A* será sempre maior ou igual ao valor do *Portfolio B*

Então ,

$$C + Xe^{-rT} \geq S_{T=0} \Leftrightarrow C \geq S_{T=0} - Xe^{-rT}$$

Como a pior coisa que pode ocorrer é que a opção tenha valor nulo na data de expiração , chegamos à seguinte relação:

$$C \geq \max (S_{T=0} - Xe^{-rT}, 0) \quad (\text{Equação V.1})$$

Limite Superior para o preço de uma Put Option

O preço de uma opção de venda não poderá ser maior do que o preço de exercício (X),

$$P \leq X .$$

¹² Modigliani , F ; Miller , M . " *The Cost of Capital , Corporation and Theory of Investment* ". *American Economic Review* .1958

Esta relação deve permanecer também no instante $t=0$, logo

$$P \leq X e^{-rT}$$

Se esta relação não ocorrer um arbitrador poderá vender a opção e investir o dinheiro na taxa de juros livre de risco.

Limite Inferior para o preço de uma Put Option

Para uma opção europeia, o limite inferior para o preço de uma opção de venda é:

$$P \geq X e^{-rT} - S_{T=0}$$

Novamente podemos verificar este argumento através da seguinte relação entre duas carteiras:

Portfolio C: uma put option (P) e mais uma ação ($S_{T=0}$)

Portfolio D: uma quantidade em dinheiro igual a ($X e^{-rT}$)

Se $S_{T=t} < X \Rightarrow$ opção é exercida e o *Portfolio C* vale X

Se $S_{T=t} > X \Rightarrow$ opção não é exercida e a *Portfolio C* vale $S_{T=t}$

Logo o *Portfolio C* vale $\max(S_T, X)$

Como $X e^{-rT} \cdot e^{rT} = X$, o *Portfolio D* valerá X na data de expiração.

Desta maneira o *Portfolio C* valerá tanto quanto o *Portfolio D*, então:

$$P + S_{T=0} \geq X e^{-rT} \Leftrightarrow P \geq X e^{-rT} - S_{T=0}$$

Como o pior que pode ocorrer é a opção ter valor nulo na data de expiração:

$$P \geq \max(X e^{-rT} - S_{T=0}, 0) \quad (\text{Equação V.2})$$

Pariade Put-Call (Put-Call Parity)

A partir destas relações chegamos á paridade put-call que representa a essência do conceito de não –arbitragem .

Os portfolios *A* e *C* ambas vale $\max(S_T, X)$

Portfolio A : uma call option (*C*) e (Xe^{-rT}) em dinheiro

Portfolio C : uma put option (*P*) e mais uma ação(S_T)

Desta maneira podemos estabelecer a igualdade :

$$C + Xe^{-rT} = P + S_{T=0} \Leftrightarrow C - P = S_T - Xe^{-rT}$$

Tambem podemos interpretar a relação acima , a compra de uma opção de compra (*call*) e a venda de uma opção de venda (*put*) , como um futuro sintético do ativo-objeto S_T , onde o valor do contrato é

$$f = S_T - Xe^{-rT} \quad (\text{Equação V.3})$$

V.3) O Modelo Binomial

Antes de apresentar o modelo de *Black-Scholes* é importante analisar o modelo de precificação desenvolvido posteriormente por *Cox , Ross, e Rubinstein* ¹³ , que se trata-se de uma abordagem utilizando uma matemática mais simples e por isso mais fácil de ser compreendida , de onde são obtidos os mesmos resultados . Podemos

¹³ Cox , J; S , Ross e M , Rubinstein “ *Option Pricing : Simplified Approach*”. *Journal of Finacial Economics* n° 7 .Outubro 1979

interpretar o modelo binomial como o um modelo de tempo discreto e o modelo de *Black-Scholes* um modelo de tempo contínuo , sendo possível uma aproximação quando analisamos períodos de tempo cada vez menores ($\lim \Delta t \rightarrow 0$) . Através do estudo do modelo binomial , onde os períodos de tempo são discretos (Δt) , fica mais intuitivo entender o significado de alguns conceitos importantes para o modelo *Black-Scholes* como o delta e a avaliação neutra ao risco (*Risk-Neutral Valuation*).

O desenvolvimento do modelo binomial ocorre da seguinte maneira :

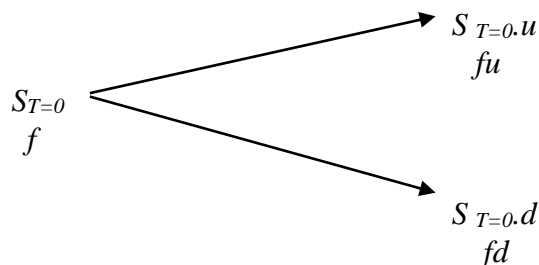
Considere o preço corrente do ativo-objeto (spot price) $S_{T=0}$, e uma opção sobre este ativo f . O período de tempo considerado é discreto (Δt) de maneira que na data de expiração T , o ativo objeto deve ter sofrido uma valorização (u) ou desvalorização (d) .

Desta forma no final do período T o ativo objeto será

$$S_{T=0} \cdot u \quad \text{ou} \quad S_{T=0} \cdot d \quad \text{onde} \quad u = (1 + tx) \text{ e } d = (1 - tx) .$$

($tx = \text{variação percentual no preço do ativo objeto}$) .

Após um período de tempo Δt , como o preço do ativo objeto terá se valorizado ou desvalorizado conseqüentemente o preço da opção será $f \cdot u$ ou $f \cdot d$.



Montaremos agora um portfólio comprado em uma quantidade Δ do ativo objeto (*long*) e vendido em uma opção (*short*) .

Desta forma :

Valorização do ativo objeto (*up movement*) *Long* *Short*

$$S_{T=0} \cdot u \Delta - fu$$

Desvalorização do ativo objeto (*down movement*) *Long* *Short*

$$S_{T=0} \cdot d \Delta - fd$$

Queremos encontrar o delta (Δ) que iguala o valor do portfolio nas duas possibilidades

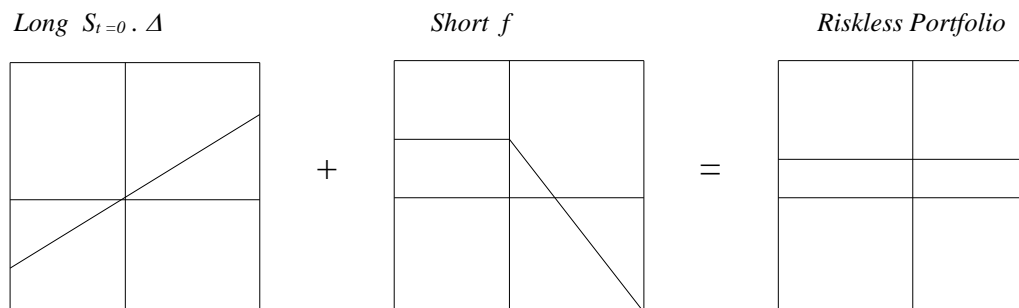
Assim:

$$S_{T=0} \cdot u \Delta - fu = S_{T=0} \cdot d \Delta - fd \Leftrightarrow \Delta = \frac{fu - fd}{S_{T=0}u - S_{T=0}d} \quad (\text{Equação V.4})$$

Podemos agora definir o delta como a razão de mudança entre o preço da opção e o

preço do ativo objeto ($\frac{\Delta f}{\Delta S}$)

O delta é o número de ações do ativo objeto que necessitamos para estabelecer um hedge completo, ou seja, uma proteção sem nenhum risco. Estamos estabilizando o retorno do portfolio independente dos movimentos do ativo objeto. Esta estratégia pode ser vista da seguinte maneira :



Para encontrar uma equação para o preço da opção f , estamos considerando que ao criarmos um portfolio sem risco (*Riskless Portfolio*), o seu retorno deve ser equivalente à taxa de juros sem risco (*risk-free rate*). Se um portfolio render mais que

esta taxa, os arbitadores podem tomar emprestado recursos á taxa sem risco e adquiri-lo, realizando um lucro sem risco.

Desta maneira, o valor do portfolio no instante $T=t$ descontado a valor presente deve ser igual ao valor no instante inicial $T=0$.

Então:

$$S_{T=0} \Delta f = (S_{T=0} u \Delta - fu) e^{-rT} \Leftrightarrow f = S_{T=0} \Delta - (S_{T=0} u \Delta - fu) e^{-rT}$$

Como

$$\Delta = \frac{fu - fd}{S_{T=0}u - S_{T=0}d}$$

Chegamos á seguinte equação para o preço de uma opção :

$$f = e^{-rT} [p fu + (1-p)fd] \quad \text{onde} \quad p = \frac{e^{-rT} - d}{u - d} \quad (\text{Equação V.5})$$

Podemos perceber que o preço da opção independe do retorno esperado do ativo objeto. Quando for desenvolvido o modelo *Black-Scholes* chegaremos à mesma conclusão, a variável importante para se precificar uma opção é a sua variância e não o seu retorno esperado.

Apesar de não ser necessário uma hipótese em relação às probabilidades de valorização e desvalorização, é fácil interpretar a variável p como esta probabilidade. Ou seja :

$$p fu + (1-p)fd$$

Pode ser considerado o valor esperado da opção. A partir desta interpretação, podemos interpretar o valor da opção esbelecido na *Equação V.5* como o valor esperado futuro, descontando a uma taxa de juros livre de risco (r). Assim, podemos deduzir o valor esperado do ativo objeto como sendo :

$$E(S_{T=t.}) = p S_{T=0. u} + (1-p) S_{T=0. d} \quad (\text{Equação V.6})$$

Se substituirmos os valores obtidos para as probabilidades , encontraremos :

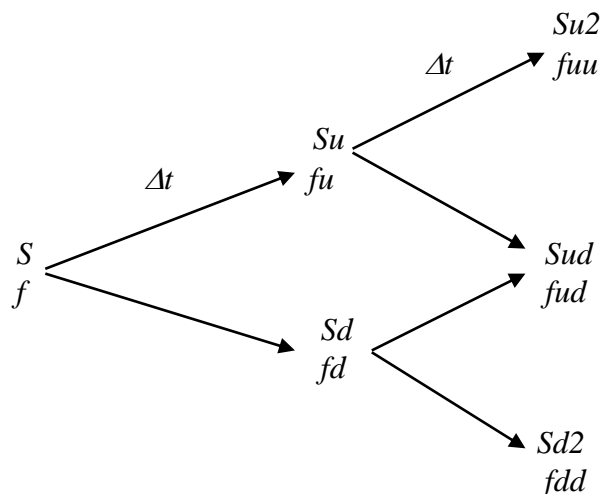
$$E(S_{T=t.}) = S_{T=0} e^{-rT}$$

Este é um resultado importante que pode ser extraído desta análise inicial .É a avaliação neutra ao risco (*Risk-Neutral Valuation*) , onde todos os indivíduos são indiferentes ao risco e não é necessária nenhuma compensação extra .Os ativos possuem um retorno esperado igual a taxa de juros livre de risco (r_f) .Esta hipótese será importante para uma interpretação intuitiva da equação de *Blak-Scholes* .

Agora estenderemos esta análise para n períodos da seguinte maneira. Quando consideramos apenas um período de tempo T encontramos o seguinte resultado :

$$f = e^{-rT} [(p f_u + (1-p) f_d)]$$

Vamos agora analisar 2 períodos de tempo de (Δt)



De maneira análoga ao desenvolvimento para um período , chegaremos às seguintes equações:

$$f_u = e^{-r \Delta t} [(p f_{uu} + (1-p) f_{ud})]$$

$$fd = e^{-r \Delta t} [(p f_{ud} + (1-p) f_{dd})]$$

Com isso podemos concluir que :

$$f = e^{-r \Delta t} [(p f_u + (1-p) f_d)] \Leftrightarrow$$

$$f = e^{-2r \Delta t} [p^2 f_{uu} + 2p(1-p) f_{ud} + (1-p)^2 f_{dd}] \quad (\text{Equação V.7})$$

Esta análise pode ser estendida para n períodos de tempo .

Como deduzimos uma equação para encontrar o preço de uma opção que independe do seu retorno esperado isto não significa que a sua variância não tenha nenhum efeito sobre o preço deste derivado financeiro . Estamos interessados em encontrar valores para u e d que estejam associados à volatilidade do ativo objeto, já que esta é variável que determina se o ativo objeto terá uma grande variabilidade (u e d grandes) ou pequena variabilidade (u e d pequenos). Assim consideraremos um ativo objeto com retorno esperado μ e variância $\sigma^2 \Delta t$. Admitiremos probabilidades para os movimentos de valorização (u) ou desvalorização (d) do ativo objeto representa as por q .

Se o valor esperado do ativo objeto no final do período T é

$$S_{T=0} e^{\mu T},$$

e o valor esperado do ativo objeto utilizando as probabilidades é

$$q S_{T=0} u + (1-q) S_{T=0} d ,$$

então :

$$S_{T=0} e^{rT} = q S_{T=0} u + (1-q) S_{T=0} d \Leftrightarrow q = \frac{e^{-u\Delta T} - d}{u - d}$$

Analisaremos agora a variância denominada $\sigma^2 \cdot \Delta t$. A variância utilizando as probabilidades é obtida da seguinte maneira: $E(X-E(X))^2 = E(X-\mu)^2$, de onde obtemos o seguinte resultado:

$$q u^2 + (1-q) d^2 - (q u + (1-q) d)^2 = \sigma^2 \cdot \Delta t$$

Substituindo

$$q = \frac{e^{-u\Delta t} - d}{u - d}$$

Encontramos

$$u = e^{\sigma \cdot (\Delta t)^{1/2}} \quad e \quad d = e^{-\sigma \cdot (\Delta t)^{1/2}} \quad (\text{Equação V.8})$$

Estes foram os valores propostos para u e d por Cox, Ross e Rubinstein¹³.

IV.4) Movimento do Preço dos Ativos (Geometric Brownian Motion)

Sem entrar nos detalhes dos modelos estatisticamente sofisticados para o comportamento do preço das ações, pretendo expor a equação diferencial estocástica mais comum utilizada para descrever o movimento do preço dos ativos, mostrando posteriormente a sua utilização direta no modelo de *Black and Scholes*.

O processo de Markov é um tipo de processo estocástico que parte do princípio que toda informação relevante para o movimento do preço da ação já está contida no momento presente. Tendências passadas não afetarão o movimento futuro desta ação. Ser afinal considerarmos a hipótese de um mercado fracamente eficiente, qualquer tipo de padrão de comportamento para o preço das ações seria eliminado por investidores em busca do lucro.

O processo estocástico mais utilizado para descrever o preço de uma ação é o processo de Wiener, conhecido como Movimento Browniano Geométrico (*Geometric*

Brownian Motion). Este modelo de movimento do preço de um ativo é uma descrição estatística e matemática da relação entre o seu preço corrente e os seus possíveis preços no futuro . Qualquer variável cujo valor muda no decorrer do tempo de maneira aleatória segue um processo estocástico discreto ou contínuo. Neste tipo de processo estocástico , só este valor presente é relevante para a previsão do futuro pois toda a informação relevante está contida no valor atual da variável , isto implica que a distribuição de probabilidade do preço em um momento do tempo no futuro não depende de uma trajetória seguida no passado. Toda a informação passada da preço dos ativos já está incorporada ao seu valor presente, ou seja , os investidores não se beneficiarão de instrumentos de análise técnica para obter lucros sem risco.

Existem duas propriedades importantes para uma variável X que segue um processo de Wiener :

Propriedade 1

$$\Delta X = \varepsilon \sqrt{\Delta t} \quad , \quad \text{onde } \varepsilon \sim N(0 ; 1) \text{ componente aleatório da variável}$$

Propriedade 2

Variações de X são independentes em períodos de tempo : $COV(X_i; X_j) = 0 \quad \forall i \neq j$

Podemos concluir que

$$\Delta X \sim N(0 ; \Delta t)$$

ΔX é uma variável aleatória que possui distribuição normal com média zero e varância Δt .

Para entendermos o equação diferencial estocástica mais utilizada para se descrever o movimento do preço dos ativos , necessitamos do processo de Wiener generalizado, definido desta maneira para uma variável $Y(X, t)$ em função de X e t

$$dY = a dt + b dX \quad (\text{período de tempo contínuos})$$

$$\Delta Y = a \Delta t + b \varepsilon \sqrt{\Delta t} \quad (\text{período de tempo discreto}).$$

Podemos agora definir uma equação diferencial de descreve um processo estocástico para o preço dos ativos.

Se considerarmos a princípio que a variância deste ativo financeiro é zero podemos estabelecer a seguinte relação:

$$\Delta S = \mu S \Delta t \quad (\text{tempo discreto})$$

$$dS = \mu S dt \quad (\text{tempo contínuo})$$

$$dS = \mu S dt \Leftrightarrow \frac{dS}{S} = \mu dt \Leftrightarrow S_T = S_0 e^{\mu T}$$

Ou seja, se a variância for zero o ativo objeto cresce á uma taxa de juros capitalizada continuamente μ . Quando introduzimos a variância a equação diferencial torna-se:

$$dS = \mu S dt + \sigma S dX \Leftrightarrow \frac{dS}{S} = \mu dt + \sigma dX \quad (\text{tempo contínuo}) \quad (\text{Equação V.9})$$

$$\Delta S = \mu S \Delta t + \sigma S \varepsilon \sqrt{\Delta t} \Leftrightarrow \frac{\Delta S}{S} = \mu \Delta t + \sigma \varepsilon \sqrt{\Delta t} \quad (\text{tempo discreto}) \quad (\text{Equação V.10})$$

Podemos concluir que existem dois componentes nestas equações, um determinista e previsível, e o outro corresponde à parcela aleatória. O movimento dos preços dos ativos segue um determinada tendência, sendo afetado por distúrbios aleatórios, refletindo a chegada de novas informações. Desta forma:

$$\frac{\Delta S}{S} \sim N(\mu \Delta t; \sigma^2 \Delta t)$$

A taxa de variação de um ativo financeiro possui distribuição normal , com média $\mu\Delta t$ e desvio padrão $\sigma \sqrt{\Delta t}$.

Para alcançarmos a equação diferencial de *Black-Scholes* necessitamos de um resultado importante referente á equações diferenciais estocásticas chamado Lema de Ito (*Ito's Lema*). Necessitamos de uma propriedade que relacione uma pequena variação na própria variável e a variação no tempo

Se considerarmos uma abordagem heurística deste lema baseado na expansão de Taylor podemos obter para uma função $f(S, t)$:

Dada uma variação $f(S + ds, t + dt)$ o seguinte resultado ¹⁴ :

$$df = \left(\frac{\partial f}{\partial S} S + \frac{\partial f}{\partial t} dt + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 f}{\partial S^2} S^2 + \frac{\partial^2 f}{\partial S \partial t} dS + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 f}{\partial t^2} dt^2 \dots \right) \quad (\text{Equação V.10})$$

IV.5) A Equação Diferencial de Black-Scholes-Merton

A equação diferencial de *Black-Scholes* é derivada a partir destes resultados obtidos anteriormente . Foi a partir da resolução desta equação que as formulas de precificação foram estabelecidas . As hipótese assumidas pelo modelo foram as seguintes :

- A) *Os preços das ações seguem um processo estocástico com μ e σ constantes*
- B) *Não há custos de transação*
- C) *O ativo objeto não paga dividendos*
- D) *não existem possibilidades de arbitragem*
- E) *A venda a descoberto é permitida*
- F) *A comercialização do ativo pode ocorrer continuamente*

Se considerarmos a equação diferencial estocástica definida anteriormente :

¹⁴ Maiores detalhes podem ser obtidos em obtidos em Wilmott , Howison , Dewyne , pags 25-29 . e Hull , pags 235-236

$$dS = \mu S dt + \sigma S dX$$

Estamos interessados em um processo estocástico para uma opção de compra f (call option), que é uma função do preço do ativo objeto e do tempo $f(S,t)$. Desta forma obtemos através do Lema de Ito a seguinte relação:

$$df = \left(\frac{\partial f}{\partial S} \mu S + \frac{\partial f}{\partial t} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 f}{\partial S^2} \sigma^2 S^2 \right) dt + \frac{\partial f}{\partial S} \sigma S dX \quad (\text{tempo contínuo})$$

$$\Delta f = \left(\frac{\partial f}{\partial S} \mu S + \frac{\partial f}{\partial t} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 f}{\partial S^2} \sigma^2 S^2 \right) \Delta t + \frac{\partial f}{\partial S} \sigma S \Delta X \quad (\text{tempo discreto})$$

Agora podemos encontrar a equação diferencial de Black-Scholes a partir destes resultados obtidos. De maneira análoga à estratégia realizada quando procurávamos uma equação para precificar opções no modelo binomial, montaremos uma carteira comprada (long) em uma quantidade $\frac{\partial f}{\partial S}$ e vendida (short) em uma opção de compra (call option). Definiremos o valor do portfolio por:

$$\Pi = -f + \left(\frac{\partial f}{\partial S} \right) \cdot S$$

Desta maneira podemos definir uma variação no portfolio $\Delta \Pi$ em um período de tempo Δt assim:

$$\Delta \Pi = -\Delta f + \left(\frac{\partial f}{\partial S} \right) \cdot \Delta S$$

Agora necessitamos dos resultados obtidos pelo *Lema de Ito* referentes à Δf para derivar a seguinte equação:

$$\Delta \Pi = \left(\frac{\partial f}{\partial t} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 f}{\partial S^2} \sigma^2 S^2 \right) \Delta t$$

Note que a variação deste portfólio independe do componente X responsável pela componente aleatória descrita na equação diferencial do movimento do preço do ativo

$$dS = \mu S dt + \sigma S dX \quad .$$

Da mesma forma que no modelo binomial, esta estratégia cria uma carteira sem risco (*Riskless Portfolio*), de maneira que ela deve na ausência de possibilidades de arbitragem render a taxa de juros livre de risco (r). Desta forma:

$$\Delta \Pi = r \Pi \Delta t$$

onde

$$\Delta \Pi = \left(\frac{\partial f}{\partial t} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 f}{\partial S^2} \sigma^2 S^2 \right) \Delta t \quad e \quad \Pi = -f + \left(\frac{\partial f}{\partial S} \right) \cdot S$$

Então,

$$\Delta \Pi = r \Pi \Delta t \quad \Leftrightarrow \quad \left(\frac{\partial f}{\partial t} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 f}{\partial S^2} \sigma^2 S^2 \right) \Delta t = r \left(-f + \frac{\partial f}{\partial S} S \right)$$

Arrumando os resultados desta igualdade, alcançamos a equação mais famosa no mundo das finanças, a equação diferencial de *Black-Scholes-Merton*:

$$\frac{\partial f}{\partial t} + r S \frac{\partial f}{\partial S} + \frac{1}{2} \sigma^2 S^2 \frac{\partial^2 f}{\partial S^2} = r f \quad (\text{Equação V.11})$$

Resolvendo esta equação diferencial respeitando os respectivos limites para o preço de opções de compra (*call options* - $C \geq \max(S_{T=0} - Xe^{-rT}, 0)$) e opções de venda (*put options* - $P \geq \max(Xe^{-rT} - S_{T=0}, 0)$), encontramos as equações de *Black-Scholes* para se precificar opções:

$$C = S_{T=0} N(d1) - X e^{-rT} N(d2) \quad (\text{Equação V.12})$$

(para opções de compra – call options)

$$P = X e^{-rT} N(-d2) - S_{T=0} N(-d1) \quad (\text{Equação V.13})$$

(para opções de venda – put options)

Onde,

$$d1 = \frac{LN\left(\frac{S_{t=0}}{X}\right) + \left(r + \frac{\sigma^2}{2}\right)T}{\sigma \sqrt{T}} \quad e \quad d2 = \frac{LN\left(\frac{S_{t=0}}{X}\right) + \left(r - \frac{\sigma^2}{2}\right)T}{\sigma \sqrt{T}} = d1 - \sigma \sqrt{T}$$

Podemos perceber que as equações estabelecidas respeitam os limites propostos pela relação de não-arbitragem , estabelecida anteriormente desta forma :

Quando $T \rightarrow 0$

Se $S_{T=0} > X$ $d1$ e $d2 \rightarrow +\infty \Rightarrow N(d1) = N(d2) = 1$ e $N(-d1) = N(-d2) = 0$ logo ,

$$C = S_{T=0} - X \quad e \quad P = 0$$

Se $S_{T=0} < X$ $d1$ e $d2 \rightarrow -\infty \Rightarrow N(d1) = N(d2) = 0$ e $N(-d1) = N(-d2) = 1$ logo ,

$$C = 0 \quad e \quad P = X - S_{T=0}$$

Uma interpretação intuitiva da equação de Black-Sholes para opções de compra (*call-options*) , é obtida através da avaliação neutra ao risco (*Risk-Neutral Valuation*)

O valor esperado desta opção será :

$$E [\max(S_T - X; 0)]$$

Descontando este valor à taxa de juros livre de risco , obtemos :

$$C = e^{-rT} E [\max(S_T - X; 0)]$$

Desta maneira o valor esperado de uma opção de compra supondo a hipótese de avaliação neutra ao risco será :

$$C = e^{-rT} E [S_{T=0} N(d1) e^{rT} - X N(d2)] \quad (\text{Equação V.14})$$

A expressão $N(d2)$ significa a probabilidade de $P \geq X$, logo $X N(d2)$, é a probabilidade da opção ser exercida vezes o preço de exercício. $S_{T=0} N(d1) e^{rT}$ é o valor esperado do ativo objeto igualar S_T se $S_T > X$ e zero caso contrário

VI) ADAPTANDO A ANÁLISE DE OPÇÕES REAIS A PROJETOS DE INVESTIMENTO

Conforme foi analisado nos capítulos anteriores, a analogia entre opções financeiras e investimentos corporativos que criam oportunidades estratégicas futuras para as empresas é bastante envolvente e ao mesmo tempo muito intuitiva. No momento em que os executivos compreendem as limitações dos métodos de avaliação tradicionais, baseados em fluxos de caixa descontados a valor presente *VPL*, e procuram informações sobre métodos alternativos, eles se defrontam com o seguinte tipo de problema : como utilizar a teoria de opções nos meus usuais projetos de

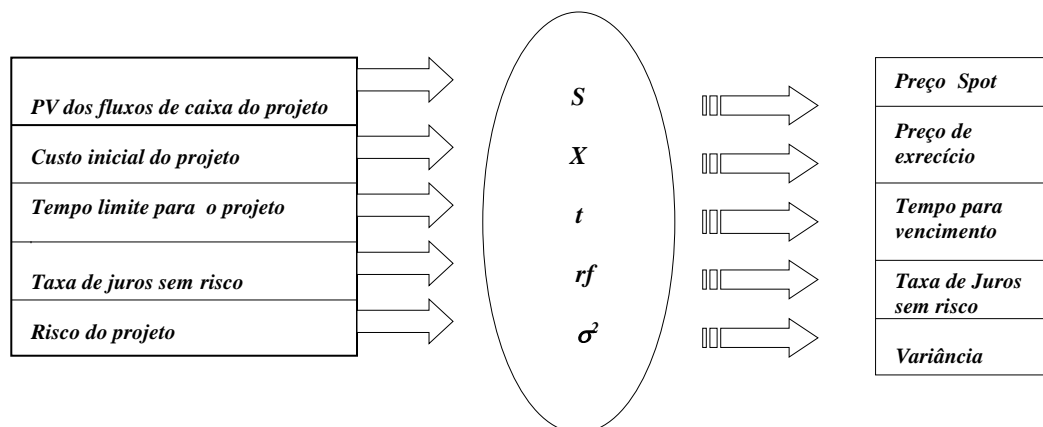
investimento ; como adaptar este modelo de opções reais para conseguir resultados numéricos expressivos?

A proposta deste capítulo é apresentar um tipo de abordagem prática (*framework*), permitindo uma adaptação de qualquer análise de investimentos, diminuindo desta forma a distância entre os projetos corporativos reais e matemática mais sofisticada associada à teoria formal de opções financeiras .

De posse das equações do modelo *Black-Scholes* , de onde foram explorados os seus aspectos intuitivos, agora podemos adapta-lo a um de projeto de investimento. Exploraremos os aspectos mais qualitativos, sem nenhuma sofisticação de modo que as idéias aparecerão em primeiro plano fazendo uma analogia direta. Gostaria de ressaltar que modelos mais sofisticados foram evitados pois o objetivo é apresentar uma alternativa simples para o método tradicional, onde não é necessário um nível matemático mais elevado. O objetivo agora é mostrar uma maneira de se adaptar um projeto, de modo que a mesma planilha utilizada para analisar este o projeto poderá ser utilizada para avaliar as opções reais .

Como foi dito anteriormente, um projeto de Capital Budgeting, onde investimento realizado é de longo prazo, se assemelha a uma opção de compra (*call*) , pois a empresa tem o direito, mas não a obrigação de de adquirir algum ativo. Desta maneira o valor desta opção fornecerá uma informação importante para o projeto.

Estabelecendo uma correspondência entre as características do projeto e as cinco variáveis que influenciam o valor de uma call option obtemos :



A maioria dos projetos necessita de um investimento inicial para construir ou comprar um ativo produtivo. Este gasto inicial é correspondente ao preço de exercício de uma call option, pois indica um limite que deve ser ultrapassado para que ocorra uma valorização do projeto .

O valor presente dos fluxos de caixa do projeto, corresponde ao preço corrente da ação (*Spot price*). O tempo limite para se tomar a decisão de realizar o projeto é equivalente ao tempo de expiração do contrato de opção. A incerteza dos fluxos de caixa futuros corresponde a variância dos retornos da ação (ativo-objeto do contrato de opção). Finalmente, a taxa de juros livre de risco é a mesma para os dois modelos, pois representa o custo de oportunidade de um investimento.

VI.1)-Associando VPL ao Valor de uma Opção

O método tradicional de análise calculando o *VPL* está identificando a diferença entre os fluxos positivos hoje e o seus custos.

Quando o *NPV* é positivo, a corporação está agregando valor ao realizar o investimento. A opção embutida na realização do projeto será igual ao *VPL* quando a decisão de se realizar ou não o projeto não pode ser mais prorrogada. Neste momento a opção valerá

$$\max(S - X, 0)$$

Podemos então estabelecer a relação:

$$VPL = S - X \Rightarrow (\text{Valor Presente Líquido}) = (\text{VP Ativos do Projeto}) - (\text{Custo Inicial})$$

Esta conexão de opções reais intrínsecas com a avaliação de um projeto significa que podemos utilizar as mesmas planilhas para desenvolver as duas abordagens. A vantagem do método com analogia a uma opção é que ele captura a prorrogação da decisão de investimento, quando o empresário pode aguardar novos

acontecimentos. Para se considerar um ganho imediato que pode ser obtido ao aplicarmos o capital remunerando-o à taxa de juros enquanto a decisão de investir é prolongada, precisamos de algumas modificações. Em notação de teoria de opções este valor é correspondente ao valor presente do preço de exercício da opção de compra (*call*) :

$$PV(X) = X e^{-r(T-t)}$$

Definiremos desta maneira o valor presente líquido modificado *VPL* como:

$$VPL = S - PV(X)$$

Estamos introduzindo na variável o valor do custo do dinheiro ao longo do tempo (*time value of money*), tornando a análise mais completa. O *VPL* significa a diferença entre *S* (valor presente dos fluxos de caixa do projeto) e *PV(X)* (o custo de implementação ajustada).

Como o *VPL* pode assumir valores positivos, zero ou valores negativos, definiremos agora um quociente para facilitar o estudo das variáveis como :

$$VPLq = S / PV(X)$$

Os gráficos abaixo resumem a relação entre as variáveis :

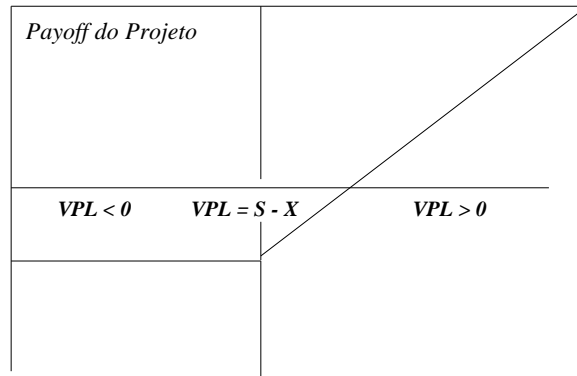


Gráfico VI.1

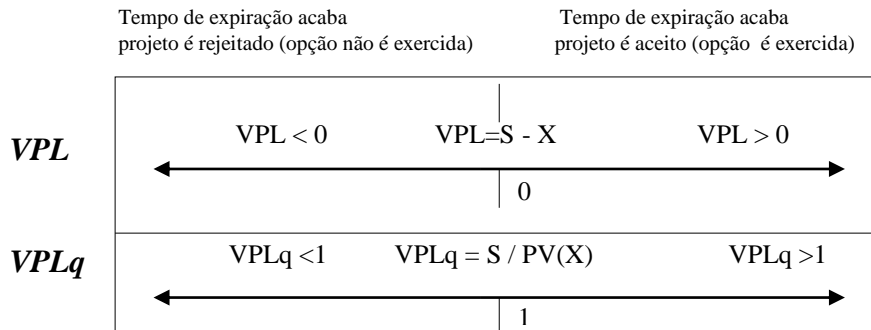


Gráfico VI.2

VI.2) A Variância Acumulada

Analisaremos agora o outro fator que influencia o valor de um projeto, a variância deste investimento. Este fator está intimamente relacionado com o fato de que ao se prolongar a decisão de investimento, o valor do preço do ativo em questão pode mudar, alterando a perspectiva do investimento. Estamos tentando quantificar este tipo de incerteza do projeto, e incorporá-lo ao modelo de precificação de opções. Podemos defini-la como uma medida de dispersão em relação a média do retorno esperado dos ativos do projetos. Quanto maior a variância, maior a probabilidade de se obter uma valorização maior ou menor destes ativos analisados. Uma variância mais alta significa um nível de risco maior. A variância estará associada ao grau de variabilidade do retorno do projeto em questão. É importante notar que a variância é a única variável não observável, necessária para se obter o valor de uma opção através do

modelo Black-Scholes. Por isso trata-se da variável mais importante, sendo necessário um estimador adequado. Existe uma certa dificuldade em lidar com este parâmetro, pois para a sua estimação são necessários métodos econométricos de séries temporais mais sofisticados, como os modelos de amortecimento exponencial, *ARCH* e *GARCH*. Não é o objetivo agora discutir melhores métodos de estimação para a variância do retorno dos ativos.

Consideraremos a variância acumulada definindo-a como: $\sigma\sqrt{T}$

Com estas duas variáveis em mãos analisaremos um projeto através do modelo de *Black-Scholes*, capturando as outras fontes de valor desconsideradas em outros modelos. Montaremos agora uma tabela bidimensional de precificação de opções, alterando valores para a variância acumulada e e possíveis valores para *VPLq* associados a projetos de investimento.

Podemos resumir a interação destas duas variáveis principais para se encontrar o preço de uma opção da seguinte maneira:

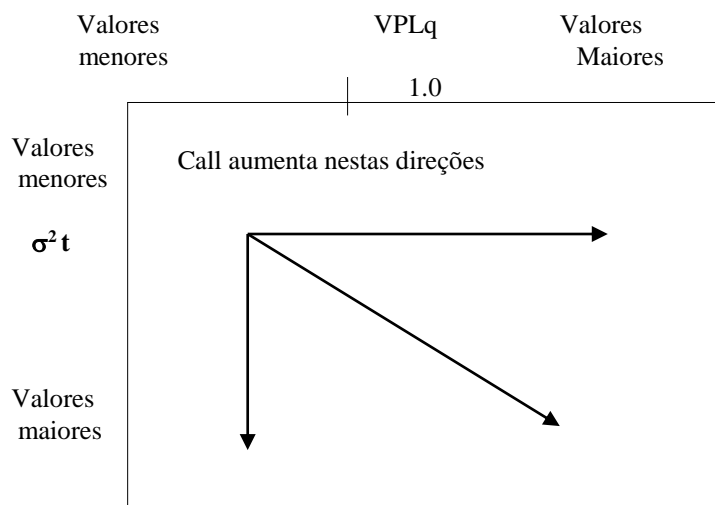


Gráfico VI.3

Estamos interessados nos fatores que geram um VPLq mais elevado. Podemos observar que projetos com fluxos de caixa altos (S) ou baixos custos de implementação do projeto (X) geram VPLq's positivos .

Maiores taxas de juros (rf) ou um maior período para a tomada de decisão tempo ,diminuem o valor presente de (X), aumentando $VPLq$. Uma maior variância significa uma incerteza maior sobre os ativos do projeto tornado a possibilidade de se tomar à decisão em um período maior de tempo mais valiosa para a tomada de decisão tempo ,diminuem o valor presente de (X), aumentando $VPLq$.

Uma maior variância significa uma incerteza maior sobre os ativos do projeto tornado a possibilidade de se tomar à decisão em um período maior de tempo mais valiosa , o raciocínio é semelhante ao feito anteriormnete para as opções financeiras .

VI .3)–Um Exemplo Numérico ¹⁵

Para exemplificar como este tipo de método de análise (*framework*) pode ser implementado, estaremos adaptando um simples projeto de investimento a esta nova ótica de opções reais .

Os gerentes de uma empresa que chamaremos de XYZ estão analisando a possibilidade de uma expansão na sua capacidade produtiva .Para fazer isto é necessário o aumento nas suas instalações para explorar os possíveis benefícios proporcionados por ganhos de escala. Depois de um investimento inicial , após três anos , ocorrerão outros investimentos adicionais, que significam a possibilidade de se explorar nos mercados , a partir das inovações tecnológicas adquiridas nos primeiros anos de execução do projeto. O investimento inicial é de caráter estratégico, pois proporciona a oportunidade de se obter um crescimento subsequente .No entanto os executivos estão

pouco entusiasmados com o projeto , já que ele apresenta um *VPL* muito pequeno. Esta característica é comum em projetos cujos valores reais estão associados a oportunidade , e não a fluxos de caixa operacionais de curto prazo. Conforme discutimos anteriormente, o método de fluxos de caixa desconsidera o valor implícito da opção real .

O projeto em questão contém uma opção pois o seu custo de implementação de *\$140,43 milhões* compra o direito de uma expansão após três anos. Identificar uma opção real em um projeto não é uma tarefa fácil, e necessita muita experiência e prática corporativa. Geralmente projetos que podem ser divididos em duas etapas, como este em questão contém opções, pois ocorrem mudanças nas características do projeto após a primeira fase, neste caso após o terceiro ano. Também podemos perceber uma opção quando analisamos o padrão dos fluxos de caixa. Se existe em um momento no tempo operacional do projeto algum gasto desproporcional antes de sua devida implementação, isto significa que neste momento no a empresa pode escolher entre realizar ou não o investimento, baseado nas novas informações adquiridas.

Este projeto XYZ, possui duas etapas significativas , a primeira é o gasto inicial de *\$140,43 milhões* para se adquirir ativo operacional , a segunda parte é uma opção de se investir *\$376,30 milhões* a mais, após três anos para adquirir uma capacidade de produção em escala maior, possibilitando a entrada em novos mercados.

¹⁵ Este exemplo foi baseado em Timothy Luerman. *Investment Opportunities as Real Options :Getting Started on the Numbers* .

Projeto XYZ		Ano	-	1	2	3	4	5	6
Receitas				655,00	720,00	850,00	1.120,00	1.219,00	1.280,00
Custo de Mercadorias Vendidas				(531,00)	(546,00)	(617,00)	(850,00)	(908,00)	(946,00)
Lucro Líquido				124,00	174,00	233,00	270,00	311,00	334,00
Despesas Operacionais				(120,20)	(167,30)	(249,80)	(248,00)	(290,80)	(306,50)
Lucro Operacional				3,80	6,70	(16,80)	22,00	20,20	27,50
Cálculo do Fluxo de Caixa									
LAIR (EBIT)				2,50	4,41	(11,05)	14,47	13,29	18,09
Depreciação				18,50	25,00	25,00	48,30	47,10	55,70
Despesas de Capital		(112,80)		(9,20)	(9,10)	(311,60)	(18,20)	(18,40)	(19,20)
Aumento do CCL (NWC)		27,63		2,96	3,96	64,70	5,89	7,85	8,64
Fluxo de Caixa		(140,43)		8,84	16,35	(362,35)	38,68	34,14	45,95
Valor Residual									610,30
Descontando à Valor Presente									
Fator de Desconto (12%)				0,89	0,80	0,71	0,64	0,57	0,51
VP		(140,43)		7,89	13,03	(257,92)	24,58	19,37	332,48
VPL									(0,99)

Desta maneira podemos separar este projeto em duas fases :

Fase I – Investimento Inicial e seus fluxos de caixa associados

Fase II – Oportunidade para se expandir , pode ser explorada ou não .

Para avaliar a opção real compreendida na *Fase II* , necessitamos de valores inputs para o modelo *Black-Scholes* , extraídos da análise inicial de fluxos de caixa

O valor do ativo-objeto (S) será o valor presente dos ativos adquiridos quando a empresa exercer a opção (se isto ocorrer).O preço de exercício (X) será as despesas necessárias para se realizar a *Fase II* .O tempo de expiração será de três anos . A taxa de juros sem risco utilizado será de 5,5% ao ano . Confirme foi discutida anteriormente a taxa de desconto para o projeto inclui um prêmio de risco maior , por isso ela é 12% Por último a variável exógena para este tipo de análise, a volatilidade do retorno dos ativos operacionais será 40% ao ano.As variáveis mais fáceis de se encontrar são S e X . Para isso é necessário separar os fluxos de caixa do projeto, considerando os operacionais correspondentes à Fase I, e os relacionados ao investimento na opção na Fase II .Após a separação das duas fases podemos utilizar o método padrão de fluxos de caixa *VPL*, para identificar as diferenças nas duas fases.

Projeto XYZ Reorganizado								
Fase I	Ano	-	1	2	3	4	5	6
Fluxo de Caixa		-	8,84	16,35	13,95	14,47	15,10	16,70
Valor Residual								210,00
Investimento		(140,43)						
Fator de Desconto (12%)		1,00	0,89	0,80	0,71	0,64	0,57	0,51
VP (cada ano)		(140,43)	7,89	13,03	9,93	9,20	8,57	114,85
VPL(soma)	23,040469							

Opção na Fase II								
Fase II	Ano	-	1	2	3	4	5	6
Fluxo de Caixa						24,21	19,04	29,25
Valor Residual								400,30
Investimento					(376,30)			
Fator de Desconto (12%)					0,71	0,64	0,57	0,51
VP (cada ano)					(267,84)	15,39	10,80	217,62
VPL (soma)	-24,029041							

Fases I e II								
	Ano	0	1	2	3	4	5	6
Fluxo de Caixa		-	8,84	16,35	13,95	38,68	34,14	45,95
Valor Residual								610,30
Investimento		(140,43)			(362,35)			
Fator de Desconto (12%)		1,00	0,89	0,80	0,71	0,64	0,57	0,51
VP (cada ano)		(140,43)	7,89	13,03	(257,92)	24,58	19,37	332,48
VPL (soma)	-0,9885724							

Podemos perceber uma característica interessante .Se a opção não for exercida , o VPL da Fase I será \$23 milhões , ou seja , este deve ser o valor mínimo para o projeto com um todo . Através deste método alternativo , estamos procurando o valor adicional não capturado pelos métodos tradicionais de avaliação , já que o VPL inicial era de apenas (-0,09).

Depois de separar as fases , podemos facilmente encontrar as variáveis que compõem a opção real :

<i>S</i> - Valor presente dos fluxos de caixa associados a Fase II	\$ 243,813milhões
<i>X</i> - Dispêndio necessário no ano 3 para se obter a opção	\$ 376,30 milhoões
<i>T</i> - Período de tempo limite para se tomar à decisão	3 anos
<i>rf</i> - Taxa de juros básico , sem risco	5,5%
σ - Desvio Padrão dos retornos dos ativos da Fase II	40% por ano

$$NPVq = 243,813 / (1,055)^3 = 0,786$$

De posse destas variáveis , podemos consultar a tabela de precificação de opções , obtendo o valor de \$44,05 milhões

Usando Black-Scholes para Preencher a Tabela de Opções											
Preço de Exercício	376,3										
Taxa sem Risco	0,055	Preço Spot	192,28	256,37	243,8139	256,37	306,77	311,26	315,65	320,46	326,87
T	3	VPLq	0,6	0,8	0,760819	0,8	0,9573	0,9713	0,985	1	1,02
S. D	Variância										
0,05	0,0025	9E-09	0,0457	0,006308	0,0457	5,7544	7,4267	9,3414	11,758	15,491	
0,1	0,01	0,0213	2,4322	1,249969	2,4322	16,001	18,071	20,24	22,775	26,41	
0,15	0,0225	0,6211	8,2474	5,611673	8,2474	26,563	28,821	31,125	33,754	37,429	
0,2	0,04	2,7113	15,741	11,99779	15,741	37,157	39,548	41,957	44,674	48,423	
0,25	0,0625	6,3027	24,008	19,42919	24,008	47,707	50,208	52,71	55,512	59,348	
0,3	0,09	11,014	32,643	27,40499	32,643	58,177	60,776	63,364	66,25	70,179	
0,35	0,1225	16,491	41,445	35,66166	41,445	68,54	71,23	73,9	76,867	80,892	
0,4	0,16	22,473	50,299	44,04787	50,299	78,775	81,551	84,299	87,346	91,469	
0,45	0,2025	28,78	59,133	52,46889	59,133	88,861	91,719	94,544	97,669	101,89	
0,5	0,25	35,282	67,895	60,86066	67,895	98,781	101,72	104,62	107,82	112,14	
0,55	0,3025	41,888	76,551	69,17721	76,551	108,52	111,53	114,5	117,78	122,19	
0,4	0,160015624	22,476	50,303	44,05116	50,303	78,779	81,555	84,303	87,35	91,473	
0,65	0,4225	55,152	93,432	85,45306	93,432	127,39	130,55	133,66	137,08	141,68	
0,7	0,49	61,718	101,62	93,36293	101,62	136,49	139,72	142,9	146,39	151,08	
0,75	0,5625	68,194	109,61	101,0952	109,61	145,36	148,66	151,9	155,46	160,24	
0,8	0,64	74,556	117,39	108,6346	117,39	153,99	157,35	160,65	164,28	169,15	
0,85	0,7225	80,781	124,96	115,9686	124,96	162,36	165,79	169,15	172,84	177,79	
0,9	0,81	86,854	132,29	123,0866	132,29	170,47	173,96	177,38	181,13	186,16	

Comforme havíamos definido anteriormente:

$$VPL \text{ Total do Projeto} = VPL \text{ Fase I} + \text{valor da opção Fase II}$$

$$\$67,091 \text{ milhões} = \$23,040 \text{ milhões} + \$44,051 \text{ milhões}$$

Este valor obtido é bastante diferente dos \$ $-0,9$ milhões avaliados sob o método tradicional. O aspecto mais interessante deste tipo de abordagem é que os inputs necessários foram os mesmos utilizados nos dois métodos, o que significa que não precisamos descartar toda análise feita anteriormente para utilizar opções reais. Este exemplo simples serve para ilustrar como uma análise usual de um projeto de investimento pode obter um significado diferente se for analisado com as ferramentas adequadas às suas características. Este instrumento proposto pela análise de opções reais deve servir como um complemento em casos específicos de investimento que resultam em oportunidades de crescimento para a empresa, quando o projeto em questão possui um valor implícito que não é capturado pelos métodos tradicionais de avaliação.

Explorando o espaço métrico da tabela de precificação de opções

Através da variância dos retornos dos ativos do projeto e da variável VLP_q , obtidos a partir da análise do projeto XYZ de investimento, foi possível montar a tabela de precificação de opções de onde foi retirado o valor da opção correspondente à fase II correspondente à expansão do projeto. Podemos agora explorar este espaço métrico proporcionado por esta tabela de opções, e extrair algumas informações importantes. O VPL_q é o valor dos ativos que desejamos adquirir dividido pelo valor presente dos custos necessários para comprá-los: $VPL_q = S / PV(X)$. Chamaremos esta variável de valor de custo para simplificar a análise. Quando este valor de custo está entre zero e um, estamos diante de um projeto cujo valor dos ativos é menor que os seus custos necessários para a sua implementação, quando esta variável é maior que um, os ativos do projeto vale mais que o valor presente dos seus custos. A segunda variável necessária para se obter o espaço métrico das opções é a variância dos retornos dos ativos. Ela

mede o quanto os fluxos operacionais podem variar antes que a decisão de investimento seja finalmente tomada . Isto vai depender do risco relacionado aos ativos do projeto e do tempo disponível até o momento quando a decisão não pode ser mais adiada , afinal : $\sigma\sqrt{T}$.Em relação á teoria de opções , estou me referindo à variância por período e ao tempo até o vencimento de um contrato de opção. O espaço métrico das opções é definido por estas duas variáveis :

$$VPLq = S/PV(X) \text{ e } \sigma\sqrt{T}$$

Podemos dividir este espaço em seis regiões , cada uma associada a um tipo de opção e uma receita gerencial própria .Novamente estamos nos distanciando do tipo de decisão proposta por uma simples avaliação do valor presente dos fluxos de caixa VPL : investir ou não investir .No espaço métrico das opções possuímos seis possíveis estratégias refletindo não só onde o projeto está no presente mas também , onde ele provavelmente estará no futuro .

Topo do espaço : Agora ou Nunca

No topo do espaço das opções , a volatilidade é zero . Isto significa que todo o tipo de incertezas foi eliminado ou o tempo para se tomar à decisão acabou .Em relação aos projetos de investimento é mais provável que a segunda hipótese tenha ocorrido.Então os projetos só se diferenciam pelo valor de custo .Se o valor de custo for maior que um , investiremos imediatamente no projeto .Se o valor de custo for maior que um jamais investiremos . Quando o tempo de expiração termina , estamos diante de uma situação de *Agora ou Nunca* .Estas regiões serão 6 e 1 respectivamente .

Lado direito do espaço : Talvez Agora e Provavelmente Depois

Agora estaremos considerando projetos onde o valor de custo é maior que um e o tempo de expiração ainda não terminou .Estes projetos são bastante promissores pois o seu custo de implementação é baixo em relação ao valor dos seus ativos .Devemos investir imediatamente ? Talvez sim talvez não .Teremos que fazer uma distinção antes de decidir .A resposta está na utilização do VPL para estabelecer umr um critério de

decisão .Separaremos os projetos que caso implementados proporcionarão resultados imediatos ($VPL > 0$) , dos que não proporcionão ($VPL < 0$) .

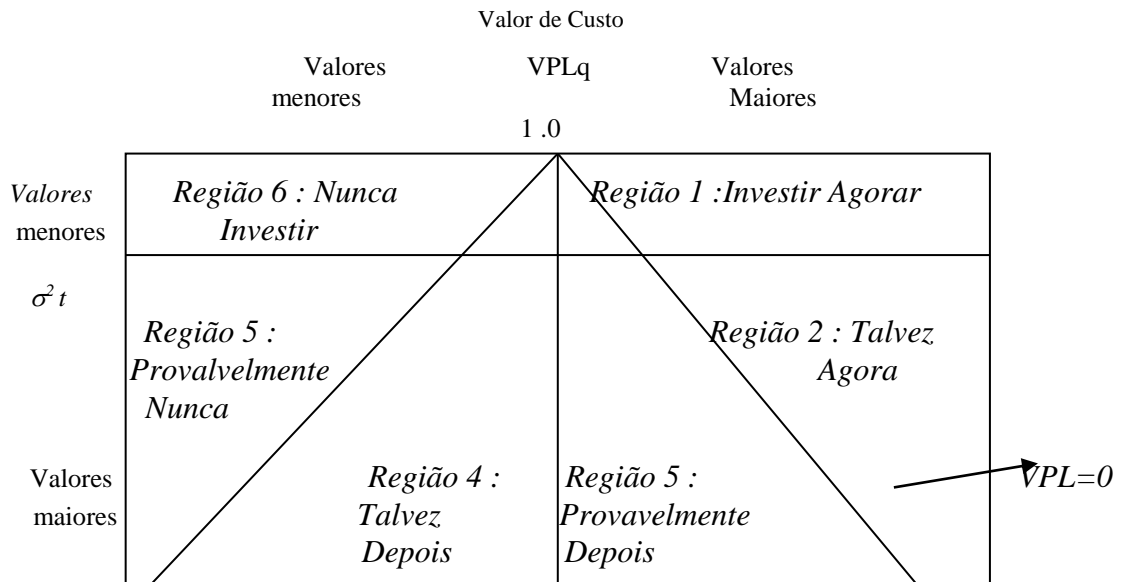


Gráfico VI.3

Em terminologia de opções , estaremos o separando os projetos “*in-the-money*” ($S - X > 0$) dos projetos “*out-of-the-money*” ($S - X < 0$) .Os projetos onde $VPL = 0$ estão at-the-money , estabelecendo uma divisão .Os projetos abaixo desta curva , apesar de possuírem um $VPL < 0$ são bastante promissores por o seu valor de custo é alto .Esta é a região caracterizada pelo *Provavelmente Depois* , pois estaremos aguardando uma valorização destes projetos no futuro .Os projetos acima da curva $VPL = 0$ estão “*in-the-money*” .Segundo a teoria de precificação de opções financeiras , não é racional exercer uma opção antes da data de vencimento do contrato .O mesmo ocorre para as opções reais , pois existe um valor associado à possibilidade de se adiar uma decisão . Entretanto em alguns casos específicos o valor deste projeto pode diminuir com o tempo Através da analogia com opções financeira , podemos pensar nesta perda de valor como um dividendo pago pela ação , onde o detentor desta ação recebeá-lo e o detentor da opção não .Fenômenos como mudança nas legislações , perdas de domínio de mercado ou disputas competitivas são custos associados a se prolongar o investimento .Opções

reais “in-the-money” ($VPL > 0$) devem ser avaliadas cuidadosamente antes de serem exercidas antecipadamente. Como o investimento imediato não será ótimo, classificamos como *Talvez Agora*.

Lado esquerdo do espaço : Talvez Depois e Provavelmente nunca .

Todos os projetos na esquerda do espaço são menos promissores pois os seus valores de custo são , menores que um , mas mesmo assim podemos separar os mais valiosos dos menos valiosos. Na parte superior tanto o valor de custo quanto à volatilidade são baixos. Esta parte é chamada de Provavelmente Nunca. A parte inferior possui perspectivas melhores pois pelo menos um dos seus componentes é razoavelmente alto.

Com o passar do tempo as opções movem-se , trocando de posição neste espaço métrico . Através dos instrumentos desenvolvidos neste capítulo podemos separar diversos projetos diferentes pelas suas variáveis básicas $VPLq = S / PV(X)$ e $\sigma\sqrt{T}$, o que possibilita uma análise comparativa no decorrer do tempo. Mais uma vez existe a flexibilidade na análise de decisão de projetos proporcionada pela teoria das opções reais aplicando o modelo *Black-Scholes* .

VIII –CONCLUSÃO

Todo o projeto de investimento realizado por uma empresa tem um único objetivo, agregar valor ao acionista. Entretanto todo o processo de decisão é caracterizado por incertezas constantes, mudanças e interações competitivas. Os executivos responsáveis por este tipo de análise insatisfeitos com os resultados obtido a partir do uso de métodos tradicionais de avaliação de projetos, estão abandonando estes critérios rígidos de decisão, em busca de uma flexibilidade gerencial.

Um tipo de planejamento que possibilite uma revisão das estratégias iniciais , cria um espaço para o aprendizado junto com a evolução do projeto .O objetivo é fazer uma transição do ambiente estático , onde as decisões são tomadas em um único momento do tempo, para um terreno dinâmico, onde as estratégias são revistas a todo o momento. Várias são as decisões que podem ser tomadas durante a execução de um projeto. Ao adiar um investimento a espera de novas informações, as incertezas em relação a condições do mercado podem ser gradualmente eliminadas, e um gerenciamento flexível proporcionará `as empresas a possibilidade de se aproveitar das novas oportunidades de crescimento que aparecem, através de mudanças nas suas estratégias operacionais. Os executivos devem e podem através dessa nova análise, expandir, contrair, abandonar,adiar ou alterar um projeto durante os seus diversos estágios da sua vida útil. Todas estas decisões são de alguma maneira são execuções de opções reais.

Da necessidade de se incorporar estes investimentos estratégicos, surgem uma enorme quantidade de métodos alternativos de avaliação de projetos. Os métodos

tradicionais de avaliação de projetos baseados em fluxos de caixa descontados a valor presente não conseguem avaliar corretamente todos os tipos de projetos de investimento, afinal, muitos envolvem decisões estratégicas. Na verdade nos métodos tradicionais de avaliação, são apenas considerados os gerenciamentos passivos, independentes dos acontecimentos futuros. Uma hipótese implícita é feita em relação ao cenário esperado, apesar da assimetria introduzida pela presença de opções reais. Os executivos estariam presos a uma estratégia operacional fixa, assumindo uma postura estática. Em um mercado competitivo não se deve assumir qualquer tipo de estratégia independente dos acontecimentos. O ideal é incorporar as incertezas ao processo de decisão de um investimento. Os executivos devem ser capazes de avaliar as suas estratégias ativamente, em conjunto com a evolução do projeto. As opções reais fornecem este tipo de ganho qualitativo.

Antes da revolução dos computadores pessoais, o custo para a utilização de modelos de análise de projeto mais sofisticados era muito alto, além disso o processamento dos dados ocorria muito lentamente. Hoje não existe mais este tipo de problema, modelos matemáticos sofisticados podem ser adaptados para as mais diversas situações de investimento. A vantagem de se utilizar opções reais mesmo em um nível simplificado de análise é a possibilidade dos ganhos para os executivos em relação ao entendimento das oportunidades implícitas de um projeto. A facilidade para se realizar este tipo de abordagem está no fato que os mesmos inputs necessários na análise usual de um projeto puderam ser aproveitados. O candidato para este tipo de analogia simples é o modelo Black-Scholes. Apesar da sua sofisticação matemática, este modelo de precificação de opções pode ser compreendido de maneira intuitiva através das suas principais equações. A analogia entre as características de um projeto e as variáveis importantes na precificação de uma opção pode ser feita diretamente. As planilhas de análise de projetos podem ser compartilhadas pelos dois métodos, não havendo a necessidade de se adotar um método exclusivo de abordagem. Esta área de desenvolvimento das aplicações da teoria de precificações de opções é uma das mais interessantes dentro da moderna teoria financeira. O avanço dos modelos teóricos sobre opções reais, e a constante troca de informações entre o meio acadêmico e a prática corporativa, possibilita cada vez mais uma melhor alocação de recursos pelas empresas, contribuindo para o crescimento da economia. Ainda existe muito mais a ser

pesquisado sobre a aplicação destas teorias no mundo corporativo. Apesar de ter escolhido uma abordagem simples do problema de investimento sob incerteza, conclui que a adoção de um gerenciamento flexível é fundamental para se avaliar corretamente uma projeto de investimento, aproveitando todas as oportunidades implícitas criadas .

VII -BIBLIOGRAFIA

Bernstein , Peter, Capital Ideas , The Free Press , 1992

Brealey,Richard.A ; Myers Stewart ,Principles of Corporate Finance , 5ª edição ,

Irwin/McGaw-Hill ,Inc, 1996

Brigham,Eugene; Houston , Joel F ,Fundamentals of Financial Management 8ª

edição,The Dyden Press,HaucourtBrace College Publishers

Chiss , Neil , Black-Scholes and Beyond , , Irwin /McGaw-Hill ,Inc, 1997

Cox, John; Rubinstein ,Mark , Options Markets , Prentice-Hall ,Inc ,

Englewood Cliffs 1985

Cox, J; S, Ross e M , Rubistein “ Option Pricing : Simplified Approach”. Journal of

Finacial Economics nº 7 .Outubro 1979

Hull, John .C , Options futures and Other Derivatives , 4ªedição , Prentice-Hall ,Inc ,

Englewood Cliffs 2000

Kester ,W Carl: “Today’s Options for Tomorrow’s Growth ” Harvard Business Reviw,

Março –Abril 1984

Luerman ,Timothy”,Opportunities as Real Options : Getting Started on the

Nunbers”Harvard Business Reviw , Julho-Agosto 1998

Luerman ,Timothy “Strategy as a Portfolio of Real Options”, Harvard Business

Reviw, Setembro-Outubro 1998

Lueman, Timothy “What’s it Worth ? A General Manager’s Guide to Valuation”,

Harvard Business Review Maio –Junho 1997

Luerman, Timothy “ Using APV : A Better Tool for Valuing Operations ”, Harvard

Business Review , Maio-Junho , 1997

Modigliani, F; Miller, M “The Cost of Capital , Corporation and Theory of

Investment”. American Economic Review ,1958

Trigeorgis , Lenos, Real Options : Managerial Flexibility and Strategy in Resource

Allocation , Cambridge , Massachusetts, MIT Press , 1999

Ross Stephen , Westerfield, Randolph.W e Jaffe Jefferey .F , Corporate Finance , 5^a

edição , Irwin /McGaw-Hill Inc,1999

Willmott , Paul ; Howison, Sam ; Dewynne , Jeff , The Mathematics of

Financial Derivatives- A Student Introduction , Cambridge University Press , 1995

Brennam , M ; Schwartz

“Evaluating Natural Resource Investment” , Joutnal of Business ,vol .58

Majd ,S ; Pindyck ,R

“Time to Build ,Option Value and Investment Decisions” ,Jounal of Financial Economics , no.18

Dixit ,A

“Entry and Exit Decisions under Uncertainty” , Journal of Political Economy, vol.97

Pindyck ,R

“Investments of Uncertain Cost” ,Jounal of Financial Economics ,vol.34

Brennan , M ; Scwartz , E : “Evaluating Natural Resource Investments ” Journal of Business vol.58, no.2

Pindyck ,R : “Irreversibility ,Uncertainty , and Investment ” Journal of Economic Literature , vol . XXIX (Setembro 1991)

Pindyck ,R : “Investemnt of Uncertain Cost ” Journal of Financial Economics , no.34 (1993)

Pindyck , R ; Majs, S : “Time to Build , Option Value , and Investment Decisions ” Journal of Financial Economics ,no.18 (1987)

Mcdonald , R; Siegel ,D : “The value of Waiting to Invest ” The Quarterly Journal of Economics ,November (1986)

CONCLUSÃO