



Pablo Corrêa Fonseca

**Estimação de alocações diárias com Filtro de Kalman:
Aplicação e atribuição de performance em fundos de
investimento selecionados**

Dissertação de Mestrado

Dissertação apresentada como requisito parcial para a obtenção do grau de Mestre pelo Programa de Pós-Graduação em Macroeconomia e Finanças do Departamento de Economia do Centro de Ciências Sociais da PUC-Rio.

Orientador: Prof. Marcelo Cunha Medeiros
Co-orientador: Prof. Diogo Abry Guillen

Rio de Janeiro
Maio de 2020



Pablo Corrêa Fonseca

**Estimação de alocações diárias com Filtro de Kalman:
Aplicação e atribuição de performance em fundos de
investimento selecionados**

Dissertação apresentada como requisito parcial para a obtenção do grau de Mestre pelo Programa de Pós-Graduação em Macroeconomia e Finanças do Departamento de Economia do Centro de Ciências Sociais da PUC-Rio. Aprovada pela Comissão Examinadora abaixo.

Prof. Marcelo Cunha Medeiros

Orientador

Departamento de Economia – PUC Rio

Prof. Diogo Abry Guillen

Co-orientador

Itaú Asset Management

Prof. Marco Antônio Freitas de Hollanda Cavalcanti

Departamento de Economia – PUC Rio

Prof. Fernando Roriz

Rio de Janeiro, 22 de Maio de 2020

Todos os direitos reservados. É proibida a reprodução total ou parcial do trabalho sem autorização do autor, do orientador e da universidade.

Pablo Corrêa Fonseca

Engenheiro de Controle e Automação graduado pela Universidade Federal de Itajubá em 2010. Obteve o título de mestre em Engenharia Elétrica pela Universidade Federal de Itajubá em 2013. Atualmente atua no setor elétrico como gestor de portfólio e risco.

Ficha Catalográfica

Fonseca, Pablo Corrêa

Estimação de alocações diárias com Filtro de Kalman : aplicação e atribuição de performance em fundos de investimento selecionados / Pablo Corrêa Fonseca ; orientador: Marcelo Cunha Medeiros ; co-orientador: Diogo Abry Guillen. – 2020.

76 f. : il. color. ; 30 cm

Dissertação (mestrado)–Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Departamento de Economia, 2020.

Inclui bibliografia

1. Economia – Teses. 2. Filtro de Kalman. 3. Análise de estilo baseada em retornos. 4. Fundos de investimento. 5. Atribuição de performance. 6. Stock-picking. I. Medeiros, Marcelo Cunha. II. Guillen, Diogo Abry. III. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Departamento de Economia. IV. Título.

CDD:330

Agradecimentos

Aos meus familiares pelo apoio durante esta jornada. Em especial aos meus pais Marcos e Selene que sempre me deram o exemplo e o norte a seguir.

A minha esposa, Ladyjane, pela compreensão e incentivo nos momentos difíceis.

A todos os professores do curso por compartilharem conhecimento valioso, e contribuir de forma tão necessária a sociedade de hoje. Em especial ao amigo Diogo Guillen pela sugestão do tema e suporte no desenvolvimento do trabalho.

Resumo

Fonseca, Pablo C.; Guillen, Diogo Abry. **Estimação de alocações diárias com Filtro de Kalman: Aplicação e atribuição de performance em fundos de investimento selecionados.** Rio de Janeiro, 2020. 76p. Dissertação de Mestrado Departamento de Economia, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro

A primeira parte deste trabalho propõe e testa um modelo baseado no filtro de Kalman para estimação, em frequência diária, da composição de carteiras de fundos de investimentos. São propostas modificações na implantação do filtro de forma a incorporar observações esporádicas, resultantes de exigências da regulamentação da indústria de fundos brasileira. Na segunda parte, aplica-se um modelo para atribuição de retornos sobre as estimativas obtidas para 11 fundos de investimentos selecionados. Investiga-se qual habilidade do gestor explica o excesso de retorno das carteiras em estudo. Conclui-se que a capacidade em selecionar melhores ativos dentro de setores econômicos (*stock-picking*) explica majoritariamente o excesso de retorno e que a capacidade prever movimentos de mercado (*market-timing*) não tem relevância na performance dos fundos contra o Ibovespa.

Palavras-chave

Filtro de Kalman; Análise de estilo baseada em retornos; Atribuição de performance; Stock-Picking; Market-timing

Abstract

Fonseca, Pablo C.; Guillen, Diogo Abry. **Portfolio Replication on daily resolution with Kalman Filter. Application and performance attribution for selected investment funds.** Rio de Janeiro, 2020. 76p. Dissertação de Mestrado Departamento de Economia, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro

The first part of this work proposes and tests a model based on the Kalman filter to estimate, on a daily basis, the composition of hedge funds portfolios. Modifications are proposed in the implementation of the filter in order to incorporate sporadic observations, available for Brazilian data due to requirements of the regulation of the Brazilian hedge funds industry. In the second part, a returns attribution model is applied on the estimates obtained for 11 selected investment funds. It is investigated which skill of the manager explains the excess return of the portfolios studied. The conclusion is that stock-picking within economic sectors mainly explains the excess return and that market-timing has no relevance in the performance of the funds against the Ibovespa .

Keywords

Kalman Filtering, Return Based Style Analyses , Performance Attribution, Market Timing, Stock Picking, Market-Timing

Sumário

1. Introdução	9
2. Estimaco de alocaes a partir dos retornos do portfólio.....	12
2.1. Análise de estilo baseada em retornos	13
2.2. Análise dinmica de estilos baseada em retornos	14
2.3. Estimaco com o filtro de Kalman.....	15
3. Ajustes e aprimoramentos sugeridos.....	17
3.1. Ajustes para incorporao de observaes esporádicas.....	17
3.2. Filtro Adaptativo.....	19
4. Aplicao para estimacão de um portfólio sintético	21
4.1. Definio do portfólio sintético	21
4.2. Conclusões obtidas a partir das simulaes com os portfólios sintéticos	23
5. Aplicao em dados de portfólios reais.	24
5.1. Preparaco dos dados.....	26
5.2. Resultados da estimacão para portfólios reais	28
6. Atribuio da performance	30
6.1. Determinantes da performance do portfólio	30
6.2. Atribuio da performance para os fundos selecionados	32
6.3. Resultados obtidos	33
7. Conclusão.....	37
8. Referencias.....	39
9. Anexo I – Filtro de Kalman.....	43
10. Anexo II – Resultados para a aplicao em um portfólio sintético	46
11. Anexo III – Resultados da estimacão para fundos de investimentos reais.	48
12. Anexo IV – Classificao setorial dos ativos.....	71

Lista de tabelas

Tabela 1- Raiz normalizada do erro quadrático médio (NRMSE) para as simulações	22
Tabela 2- Correlação entre as estimações e a alocação real para as simulações	22
Tabela 3 - Fundos selecionados para o experimento.....	25
Tabela 4 - Variáveis, frequências e Fontes usadas na estimação com dados reais.....	25
Tabela 5 - Resultados obtidos com o suavizador de Kalman.....	28
Tabela 6 – Retorno diário médio anualizado e resultado da aplicação de metodologia para atribuição de retornos	33
Tabela 7 - Variância total explicada pelas decisões de gestão ativa.....	34
Tabela 8 - Variância total dos retornos do portfólio explicada	35

1 Introdução

O valor da taxa básica de juros da economia brasileira atingiu recentemente o menor valor de toda a série histórica e com isto aplicações em ativos de renda fixa tornaram-se menos atrativas em relação àquelas classificadas como de risco. Em consequência, observou-se a migração dos recursos, saindo de investimentos mais seguros e para alternativas mais arriscadas. (VALOR INVESTE, 2018)

A seleção de ativos e gestão de portfólios compostos por produtos de renda variável demanda tempo e conhecimentos específicos, muitas vezes inacessíveis ao investidor não-institucional. Fundos de investimento destacam-se naturalmente como alternativa, ao permitir ao cotista delegar as decisões de seleção de ativos e alocação da carteira a administradores profissionais.

Existem atualmente cerca de 16000 fundos de investimento ativos registrados no Brasil. A regulação brasileira, diferente de outros mercados, exige a divulgação de uma série de informações por parte dos gestores a respeito da composição dos portfólios, em nome da transparência. A primeira parte deste trabalho propõe e testa uma metodologia baseada no filtro de Kalman para estimar a composição diária dos portfólios a partir de observações mensais de alocações e diárias do valor reportado da cota. O teste é realizado em portfólios sintéticos afim de avaliar a precisão e a robustez do modelo ao aumento do número de ativos estimados de forma simultânea.

Na segunda parte do trabalho aplica-se o modelo sobre dados reais de fundos selecionados e obtém-se estimativas diárias das alocações de cada ativos na carteira do fundo. Em sequência aplica-se o modelo de atribuição de retornos proposto em (BRINSON, HOOD e BEEBOWER, 1986) e examina-se a contribuição das habilidade dos gestores para a performance dos fundos. A questão a ser respondida é se o excesso de retorno em relação ao índice de mercado o provém da capacidade em selecionar melhores ativos dentro de cada setor econômico (stock-picking) ou da habilidade em antecipar movimentos de preços e, em resposta, aumentar ou

diminuir a exposição a determinados setores de maneira ótima (*market-timing*)? A publicidade a estratégia divulgada pelos fundos realmente condiz com o observado nos dados?

A primeira contribuição deste trabalho surge ao adotar um modelo para estimação das alocações nos setores a partir de retornos observados para os ativos individuais. Em outras palavras, a exposição aos setores econômicos é dada pelo agrupamento e soma das alocações individuais. Esta abordagem é diferente do observado na literatura onde as estimativas são feitas sobre índices escolhidos de forma arbitrária para representar setores econômicos.

Por construção, esta abordagem elimina o problema da estimação das alocações dos ativos individuais através de regressões sobre índices representativos, abordado em (HORST, NIJMAN e ROON, 2004). Nestes casos a estimação pode diferenciar substancialmente da composição real caso o beta dos ativos da carteira em relação ao índice selecionado não seja unitário.

A segunda contribuição direta deste trabalho provém da forma escolhida para a implementação do filtro de Kalman de forma a possibilitar incorporar as informações observadas esporadicamente a respeito da composição da carteira do fundo. Tal modelagem se inspira nas aplicações do filtro de Kalman em outras áreas, sobretudo em problemas de processamento de sinais em engenharia, onde uma técnica similar é empregada para a fusão de dados provenientes de sensores redundantes. Tal técnica foi extrapolada para ser aplicada no problema de estimação das carteiras.

A aplicação do modelo em portfólios sintéticos controlados demonstrou a robustez tanto ao aumento do número de ativos estimados simultaneamente bem como a presença de correlação entre seus retornos. O modelo provou-se estável também em eventos de realocações bruscas, que ocorrem por exemplo, quando um gestor decide zerar a exposição em um determinado ativo.

A partir das estimativas de alocação obtidas com a aplicação do modelo em dados de portfólios reais, posteriormente processadas pelo modelo de atribuição de performance e comparadas ao índice de mercado, conclui-se que dentre as decisões de gestão ativa: Selecionar ativos dentro dos setores econômicos (*Stock-Picking*)

ou antecipar os movimentos de preços, aumentando e diminuindo exposições do portfólio de forma ótima (*market-timing*), a seleção de ativos é capaz de explicar a maior parte do excesso de retorno obtido, em todos os fundos estudados.

A seção 2 traz uma breve revisão da literatura. A seção 3 descreve a metodologia do filtro de Kalman aplicada para a estimação ressaltando as modificações propostas. A seção 4 aplica a metodologia em um portfólio sintético controlado, propõe métrica e avalia a performance da estimação. Na seção 5 o modelo é aplicado em dados reais de fundos de investimento selecionados. Na seção 6 as estimativas obtidas são agregadas e comparadas com o índice Ibovespa, segundo o modelo proposto por (BRINSON, HOOD e BEEBOWER, 1986). Por fim, a conclusão é apresentada na seção 7.

2

Estimação de alocações a partir dos retornos do portfólio

No Final da década de 1980 e início de 1990 Willian Sharpe propôs um modelo econométrico multifatorial (SHARPE, 1988) (SHARPE, 1992), inspirado pelo Capital Asset Price Model (CAPM), com doze classes de ativos com o objetivo de analisar o estilo de gestão de fundos a partir dos retornos das cotas. A análise baseada neste modelo foi denominada análise de estilo baseada em retornos (RBSA). A partir deste modelo foram propostas alternativas e aprimoramentos (VARGA e VALLI, 1998) (OTTEN e BAMS, 2000) (BROWN e GOETZMANN, 2003) para solucionar pontos apontados pelo próprio Sharpe tais como o uso de janelas móveis e o filtro de Kalman para obter estimações variantes no tempo.

Roon et al exploram aplicações da RBSA clássica e o efeito da imposição de restrições de portfólio e de posições vendidas. (HORST, NIJMAN e ROON, 2004) Uma das conclusões é que a RBSA pode estimar de forma errada a composição da carteira. A decisão dos gestores é tomada sobre a compra e venda de ativos, e não de fatores de risco, como os ativos escolhidos frequentemente têm beta diferentes em relação aos fatores selecionados para a regressão, a RBSA pode levar a estimações erradas sobre composição dos portfólios enquanto indica corretamente a exposição aos fatores de risco.

Identifica-se também em boa parte dos trabalhos que envolvem a RBSA a dificuldade na escolha de fatores representativos dos riscos aos quais o portfólio está exposto. Como alternativa a escassez de índices para o mercado brasileiro, Pizzinga e Oliveira (PIZZINGA, VEREDA, *et al.*, 2008) utilizam uma metodologia baseada em Varga (VARGA, 1999) para construção de índices *quanta* para representar fatores de risco.

2.1 Análise de estilo baseada em retornos

A análise de estilo resulta na quantificação da exposição do fundo a classes de ativos (ou fatores de risco) pré-definidos, ou seja, a técnica produz um portfólio sintético que melhor se aproxima da performance observada do fundo (no sentido da minimização do erro quadrático médio) em um período de tempo determinado.

O modelo proposto por Sharpe faz parte de uma classe mais abrangente de modelos definidos como:

$$R_t^P = \sum_{i=1}^N \beta_i R_{i,t} + \epsilon_t \quad (1)$$

sujeito as seguintes restrições:

$$\sum_{i=1}^N \beta_i = 1 \quad (2)$$

$$\beta_i \geq 0 \quad \forall i \in N \quad (3)$$

Onde:

- R_t^P representa o retorno observado das cotas do portfólio P em t,
- β_i alocação na classe i,
- $R_{i,t}$ o retorno da classe i no intervalo t; e
- ϵ_t um resíduo não capturado caracterizado como um ruído branco.

O modelo requer que três condições básicas para as N classes selecionadas sejam satisfeitas: Elas devem ser exaustivas, isto é, nenhum fator explicativo deve ser omitido; serem mutualmente exclusivas e linearmente independentes. A estimação deve ser de tal forma que a variância do resíduo seja minimizada (SHARPE, 1988)

A restrição imposta pela equação 2, chamada restrição de portfólio, impõe que a soma dos fatores estimados seja igual a um, enquanto a restrição imposta pela equação 3 restringe o fundo de tomar posições vendidas.

A classificação do tipo de análise segue a taxonomia proposta em (SHARPE, 1992) (HORST, NIJMAN e ROON, 2004):

Análise Fraca, onde nenhuma restrição é imposta, o modelo é construído usando apenas a equação 1.

Análise Semiforte, onde há imposição da restrição de soma unitária dos fatores β ao modelo, tal restrição é representada pela equação 2.

Análise Forte, onde além da restrição da forma Semiforte, há impedimento em tomar posições vendidas, representada por meio pela equação 3.

Para fins de determinação das alocações a análise fraca é mais adequada (PIZZINGA, VEREDA, *et al.*, 2008). Normalmente faz-se a regressão sobre índices representativos das classes de ativos e é comum que o gestor mantenha em seu portfólio ativos que tenham betas relativos ao diferentes de um. Nestes casos, as análises do tipo semiforte e forte podem levar a resultados onde os fatores $\hat{\beta}_i$ não necessariamente refletem a alocação do fundo no ativo i . (HORST, NIJMAN e ROON, 2004)

A escolha de índices representativos é arbitrária e tem impacto direto no resultado da estimação, conforme demonstrado por Amenc et al. (AMENC, MARTELLINI, *et al.*, 2010). Buetow, Johnson e Runkle demonstraram que a permutação de índices altamente correlacionados e vistos como representativos da mesma classe de ativos levam a resultados que indicam uma sensibilidade inesperada dos resultados. (BUETOW, JOHNSON e RUNKLE, 2000)

Por fim, a aplicação do modelo tal qual definido por Sharpe resulta em coeficientes $\hat{\beta}_i$ invariantes no tempo, representando a exposição média do fundo as classes de ativos durante o período da análise, o que não é a realidade da gestão da grande maioria dos fundos. (ANNAERT e CAMPENHOUT, 2002), (KIM, SHUKLA e TOMAS, 2000), (SWINKELS e VAN DER SLUIS, 2006).

2.2

Análise dinâmica de estilos baseada em retornos

A solução imediata para a questão dos fatores $\hat{\beta}_i$ serem constantes é subdividir o período amostrado em intervalos menores e realizar uma regressão individual para cada sub amostra, ou de forma alternativa, utilizar uma janela rolante para a estimação. (SHARPE, 1992), (LUCAS e RIEPE, 1996), (BUETOW, JOHNSON e RUNKLE, 2000), (SWINKELS e VAN DER SLUIS, 2006).

Devido a simplicidade de implementação, a análise dinâmica com janelas rolantes se tornou uma ferramenta corriqueira da indústria financeira e embora represente um avanço sobre o modelo de fatores fixos, é critério de quem especifica o modelo a decisão entre aumentar a janela de rolante para se obter melhores estimativas, ou diminuí-la para permitir uma maior rapidez na variação dos estimadores, não há argumento teórico que defenda tal escolha. Na prática esta arbitrariedade resulta no uso ineficiente dos dados disponíveis. (SWINKELS e VAN DER SLUIS, 2006), e ainda assim o modelo é de certa forma estático ao considerar os fatores β constantes dentro da janela de estimação.

Um último ponto contrário ao uso de janelas rolantes é que o modelo não é adequado a detecção de realocações descontínuas. Devido a sua forma de construção, tais mudanças são suavizadas (MARKOV, MUCHNIK, *et al.*, 2006).

Em alternativa a estimação com janelas rolantes, modela-se o problema em um espaço de estados e emprega-se o filtro de Kalman para estimação. A modelagem usada neste trabalho se inicia da modelagem proposta em (PIZZINGA e FERNANDES, 2006) e introduz mudanças na modelagem para incorporação de observações esporádicas, públicas em função da regulação brasileira, que exige mensalmente a divulgação de um relatório detalhando a composição e diversificação pelos administradores de cada fundo de investimento.

2.3 Estimação com o filtro de Kalman

Em estatística e econometria o termo filtro descreve um algoritmo que permite a estimação recursiva de parâmetros não observáveis e variantes no tempo de um sistema (PASRICHA, 2006) e, de acordo com a disponibilidade de informações, o problema de estimação dos vetores de estado é classificado como previsão, filtragem ou suavização.

Neste trabalho, a aplicação prática do filtro de Kalman objetiva interpolar informações mensais sobre a alocação de fundos de investimento em frequência diária, a partir da observação dos retornos diários da cota do fundo e de ativos. Neste contexto, optou-se por utilizar um suavizador de Kalman de intervalo fixo conhecido como RTS devido a facilidade de implementação e eficiência computacional.

Não é escopo deste documento descrever a teoria e que embasa o filtro e o suavizador de Kalman. O detalhamento matemático do filtro e pode ser encontrado em (KALMAN, 1960), (HAMILTON, 1994) e (SIMON, 2010). A descrição do algoritmo de suavização de intervalo fixo, RTS, está descrita em (RAUCH, TUNG e STRIEBEL, 1965). No anexo I é apresentada a modelagem empregada nesse trabalho.

3 Ajustes e aprimoramentos sugeridos.

O filtro de Kalman surgiu em meados da década de 1960 e desde então é aplicado em diferentes ciências para solução de problemas de estimação em espaço de estados. Os aprimoramentos sugeridos aqui se inspiram em aplicações do filtro em problemas de navegação e posicionamento espacial. As modificações propostas para incorporação de observações esporádicas e filtragem adaptativa são contribuições diretas deste trabalho a literatura.

3.1 Ajustes para incorporação de observações esporádicas.

Nas aplicações nas áreas de engenharia, o filtro de Kalman é uma solução geralmente aplicada na fusão de sinais provenientes de fontes com frequências e taxas de erro amostrais distintas. O modelo é capaz de agregar tais informações e produzir estimativas melhores do que aquelas obtidas considerando cada fonte de forma separada.

Dentre as informações periódicas exigidas e publicadas pela Comissão de Valores Imobiliários (CVM), regulador do mercado de fundos brasileiro, estão o valor diário da cota, e os dados mensais da composição das carteiras dos fundos. Para incorporar de forma ótima a informação destas duas fontes, propõe-se uma alteração na estrutura das matrizes H e R e do vetor de observações Z .

A matriz H representa uma função linear que transforma o espaço de estados no espaço das medidas. Se em determinado período for observada a alocação de um ou mais ativos do portfólio, pode-se modificar esta matriz de forma pontual para que se incorpore novos dados a estimação.

A forma modificada da matriz H passa a ser a concatenação vertical entre um vetor linha dos retornos dos ativos e uma matriz especial $M_{n \times n}$.

A intuição da dinâmica da matriz M é que os elementos da diagonal principal indiquem ao filtro que há observação do estado i (a alocação do ativo i) em t , e que

neste momento o valor da observação seja utilizado ao invés da estimação do filtro. Como consequência, a incerteza do filtro representadas pela matriz P é também ajustada e a estimação continua a partir deste novo estado.

A expressão abaixo define esta versão modificada da matriz H e da matriz M :

$$H_t = \begin{bmatrix} \vec{r}_t \\ M_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_{1,t} & r_{2,t} & r_{i,t} \\ h_{1,t} & \cdots & 0 \\ 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & h_{i,t} \end{bmatrix}$$

Onde:

- $r_{i,t}$ é o retorno diário observado do ativo i no tempo t ;
- $h_{i,t} = 1$ quando t é um período onde há observação da alocação do ativo i e;
- $h_{i,t} = 0$ caso contrário.

O vetor Z_t é o vetor das variáveis observadas. Originalmente é definido como um vetor de tamanho unitário contendo o retorno da cota. Na versão modificada as observações sobre a alocação dos ativos são concatenadas ao vetor z_t original. Conforme expressão:

$$z_t = [\varphi_t, \zeta_{1,t}, \zeta_{2,t}, \dots, \zeta_{n,t}]$$

Onde:

- φ_t é o retorno da cota na data t .
- $\zeta_{i,t}$ é o peso do ativo i dentro do portfólio.

Nos períodos t onde não há observação da alocação, o elemento assume o valor nulo. $\zeta_{i,t} = 0$

A matriz R representa a incerteza gaussiana associada às observações. A modificação é análoga a modificação do vetor Z . A nova matriz R é uma matriz quadrada com a diagonal de tamanho igual ao tamanho do vetor z_t , definida por:

$$R_t = \begin{bmatrix} \sigma_{\varphi_t}^2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & \sigma_{\zeta_{n,t}}^2 \end{bmatrix}$$

Onde:

- $\sigma_{\varphi_t}^2$ é a incerteza gaussiana associada ao retorno da cota.
- $\sigma_{\zeta_{n,t}}^2$ é a incerteza gaussiana associada a observação do peso do ativo. Este elemento é ajustado conforma haja ou não observações em t .

3.2 Filtro Adaptativo.

A maioria das implementações do filtro de Kalman para o problema de estimação de portfólio adota uma modelagem onde os parâmetros são fixos. A modificação proposta permite que os parâmetros variem de forma controlada, a partir de regras pré-definidas. Alterando-se dinamicamente as matrizes de estado durante a execução do algoritmo de Kalman, é possível melhorar a performance da estimação durante eventos de realocações bruscas.

Calcula-se a cada período uma métrica de erro, e caso esta esteja acima de um limite definido empiricamente, aumenta-se temporariamente a incerteza gaussiana da função F (determinada pela matriz Q), multiplicando-a por um fator. Assim que as estimativas voltarem a ficar abaixo do limite, a matriz Q é reduzida do mesmo fator, retornando ao valor original.

Como exemplo, o algoritmo de ajuste do ruído de processo Q é descrito a seguir:

1. inicializar um contador $c = 0$
2. A cada iteração do filtro de Kalman:
 - 2.1. Computar o quadrado do resíduo normalizado, conforme sugerido em (BAR-SHALOM, LI e KIRUBARAJAN, 2004)
$$\epsilon' = y^T(HPH^T + R)^{-1}y$$
 - 2.2. Avaliar se $\epsilon' > \epsilon'_{limite}$. (empírico)
 - Se sim, multiplicar a matriz Q por um fator de escala q' e aumentar c em 1
 - Se não, avaliar se $c > 0$:
 - Se sim dividir a matriz Q por q' e diminuir o contador em 1

4

Aplicação para estimação de um portfólio sintético

Para validação da modelagem proposta, da robustez do modelo ao incremento do número de ativos e a presença de ativos correlacionados, realizou-se um experimento com portfólios controlados.

O experimento consiste da aplicação do filtro de Kalman para estimação de portfólios com diferentes números de ativos de forma a minimizar o erro quadrático médio e maximizar a correlação entre os retornos das cotas observadas e das estimadas. O experimento foi então repetido para portfólios de diferentes tamanhos, com e sem os aprimoramentos sugeridos na seção anterior.

4.1

Definição do portfólio sintético

Esta seção descreve o experimento para o portfólio com 3 ativos, para os demais portfólios o experimento é similar, entretanto as volatilidades, correlações alocações iniciais e rebalanceamento são aleatórias.

Para o experimento com 3 ativos, foram definidos inicialmente ativos sintéticos A, B e C com volatilidades anuais de 40%, 15% e 5% respectivamente, com retornos modelados a partir de uma distribuição normal multivariada

A composição inicial do portfólio de 3 ativos foi distribuída nas proporções A=50%, B=30% e C=20%. A cada período, o portfólio foi rebalanceado de forma aleatória e, no período $t = 800$ introduz-se uma quebra estrutural onde todo capital alocado no ativo A é realocado instantaneamente de forma proporcional nos ativos B e C. Extraí-se uma amostra aleatória de tamanho 1000, tanto para os retornos dos ativos, quanto para as alocações do portfólio.

O retorno da cota do portfólio sintético é calculado como a soma dos produtos dos pesos pelos retornos dos ativos. Aplica-se então o suavizador de Kalman proposto utilizando este retorno de cota e os retornos dos ativos como variáveis observadas.

As estimações $\hat{\omega}_t$ obtidas são comparadas com a alocação conhecida ω_t usando duas métricas:

- correlação entre as séries ω e $\hat{\omega}$; e
- raiz do erro quadrático médio normalizado (NRMSE), definida pela

$$\text{expressão: } NRMSE = \frac{\sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_{i,t}^2}}{\max(y) - \min(y)}; \quad y_i = (\hat{\omega}_i - \omega_i)$$

Os gráficos que ilustram os dados e resultados obtidos para a simulação com o portfólio de 3 ativos estão reunidos no Anexo II. As tabelas abaixo sumarizam as simulações realizadas para todos os portfólios.

Tabela 1- Raiz normalizada do erro quadrático médio (NRMSE) para as simulações com portfólios de diferentes tamanhos. (n=10000)

Número de Ativos	Sem modificação das matrizes H, R e Z [%]				Com modificações nas matrizes H, R e Z [%]			
	3	10	50	100	3	10	50	100
Média	3.30	9.20	14.30	17.40	3.18	6.74	8.08	8.02
Desvio padrão	0.88	2.55	4.37	7.82	0.81	1.07	1.08	0.80
Mínimo	2.31	6.14	9.66	11.64	2.27	5.09	5.47	6.05
25%	2.96	7.18	11.47	13.53	2.86	6.09	7.40	7.55
50%	3.60	8.71	12.47	15.02	3.46	6.68	8.08	8.05
75%	3.80	10.33	15.82	17.58	3.63	6.88	8.74	8.53
Máximo	3.99	13.32	27.18	54.93	3.81	8.84	10.19	9.88

Tabela 2- Correlação entre as estimações e a alocação real para as simulações com portfólios de diferentes tamanhos. (n=10000)

Número de Ativos	Sem modificação das matrizes H, R e Z [%]				Com modificações nas matrizes H, R e Z [%]			
	3	10	50	100	3	10	50	100
Média	0.9993	0.9884	0.9298	0.8940	0.9994	0.9963	0.9931	0.9930
Desvio padrão	0.0007	0.0109	0.1245	0.1766	0.0006	0.0023	0.0072	0.0049
Mínimo	0.9986	0.9660	0.2853	-0.0813	0.9987	0.9916	0.9540	0.9756
25%	0.9990	0.9829	0.9395	0.9103	0.9991	0.9949	0.9911	0.9905
50%	0.9995	0.9916	0.9712	0.9549	0.9995	0.9964	0.9955	0.9944
75%	0.9997	0.9971	0.9889	0.9694	0.9997	0.9981	0.9968	0.9970
Máximo	0.9999	0.9987	0.9976	0.9962	0.9999	0.9990	0.9993	0.9992

As colunas trazem estatísticas sobre as métricas de erro das estimações no cross-section dos ativos. Tanto os retornos dos ativos quanto as correlações entre eles são aleatórias. Todos os valores das tabelas estão em percentual. Para todas as simulações, o número de amostras foi de 10000 períodos.

4.2 Conclusões obtidas a partir das simulações com os portfólios sintéticos

A modelagem proposta para a estimação com o suavizador de Kalman resultou em estimações muito próximas aos valores verdadeiros. Mesmo com ativos correlacionados e rebalanceamento aleatório a técnica produz boas estimativas e atinge um NRMSE médio de 3.30% para o portfólio de 3 ativos.

No exercício do evento de quebra, simulado em $t=800$, o algoritmo foi capaz de ajustar mais rapidamente com a modificação do filtro adaptativo, tal modificação reduziu o número de iterações necessárias para que o filtro se ajuste em 3 vezes (de 15 ciclos para 5 ciclos)

Sem o aprimoramento para incorporação de informações observadas, observa-se o aumento do erro médio medido pelo NRMSE de forma proporcional ao crescimento do número de ativos simultâneos no portfólio. A métrica de erro chega a 17.4%, em média e 54.93% no pior caso, para um portfólio sintético de 100 ativos.

Com o aprimoramento proposto o erro de estimação é reduzido de forma significativa. Os valores observados para o portfólio de 100 ativos passam a ser 8.02% em média e 9.88% para o pior caso. Os dados de correlação exibem melhorias similares.

Considerando os resultados obtidos e que o número médio de ativos simultâneos, mês a mês, nas carteiras reais observadas está entre 30 e 50 conclui-se que a modelagem e os aprimoramentos propostos trazem ganhos na análise quando aplicados a portfólios reais. Tanto sob a ótica agregada, representada pela média dos erros, quanto nas estimações individuais a métrica de erro é menor que 10%.

5 Aplicação em dados de portfólios reais.

As seções anteriores descreveram e validaram a modelagem e os aprimoramentos propostos para a estimação com o Filtro de Kalman. Nesta seção, o mesmo modelo é aplicado a dados reais de fundos de investimentos selecionados.

Constam no Informe Diário divulgado pela CVM os dados referentes ao valor do patrimônio líquido, aportes, retiradas e valor atualizado da cota para todos fundos de investimento registrados no Brasil. A CVM também divulga mensalmente, um relatório sobre a composição e diversificação das aplicações (CDA) que traz o valor de mercado de cada ativo mantido em carteira pelos fundos.

A partir das informações dos dois relatórios em conjunto com as séries de retornos dos ativos emprega-se o filtro de Kalman descrito anteriormente e o obtém-se as estimativas das alocações individuais dos ativos do fundo em frequência diária. Estas estimativas são, em seguida, analisadas segundo o modelo de atribuição de retornos descrito na seção 6.

A parcela do patrimônio líquido de um fundo de investimento que está vinculada a ativos com preços conhecidos está diretamente ligada à estratégia adotada pelo fundo de investimento e conseqüentemente a sua classificação. Fundos classificados como multimercados geralmente mantêm recursos em aplicações no exterior, negociam via balcão e usam derivativos como ferramenta de investimento. Tais ativos geralmente não possuem preços públicos o que limita a aplicação do modelo, já que é necessário obter séries diárias de retornos para todos os ativos.

Por este motivo, a seleção dos fundos reais para análise neste trabalho seguiu um critério de disponibilidade de informações. Foram selecionados 11 fundos cujo percentual do patrimônio líquido vinculado a ativos com séries de retorno diárias conhecidas, mês a mês, fosse em média superior a 99%, que investissem em ativos listados na B3 e se classifiquem como gestão ativa. A Tabela 3 lista os fundos selecionados e estatísticas sobre a disponibilidade de informações.

O período amostral compreende o período de 2010 a 2017, intervalo onde a economia e o mercado brasileiro passaram por algumas turbulências. A Tabela 4 resume os relatórios e fontes dos dados usados na estimação.

Tabela 3 - Fundos selecionados para o experimento

Nome do Fundo	Início do Histórico	Número de relatórios [1]		Número de ativos em carteira [2]			Ativos em carteiras com preços públicos [3]	
		Cota	CDA	Min	Média	Max	Min	Média
FRANKLIN VALOR E LIQUIDEZ FIA	02/2010	1969	94	18	29	33	99.6%	99.9%
ALASKA BLACK MASTER FIA	09/2010	1802	87	11	25	52	99.5%	99.9%
EQUITAS MASTER SELECTION FIA	08/2010	1844	88	22	33	54	95.2%	99.8%
XP INVESTOR FIA	02/2010	1969	94	11	22	35	100.0%	100.0%
M. SAFRA EQUITIES FIA	02/2010	1969	94	2	9	19	100.0%	100.0%
FIA SML2	02/2012	1447	70	47	63	80	100.0%	100.0%
CONSTELLATION MASTER FIA	02/2010	1969	94	29	36	44	82.2%	99.6%
MOAT CAPITAL FIC FIA	09/2014	817	39	9	17	23	100.0%	100.0%
GAP AÇÕES FIA	02/2010	1969	94	30	35	40	95.1%	99.9%
FIA CAIXA IBOVESPA ATIVO	02/2010	1969	94	31	49	70	98.1%	99.9%
ITAÚ IBOVESPA ATIVO FIA	12/2013	1004	48	45	60	78	99.8%	99.9%

[1] Relatórios com as cotas são divulgadas diariamente enquanto os relatórios de composição e diversificação de aplicações (CDA) são divulgados ao final de cada mês. [2] Número de ativos distintos em um único mês. [3] Percentual do patrimônio do fundo, contabilizado a cada mês, com séries de preço públicas. A coluna Min representa o mês cujo PL tem a menor parcela de ativos com preços conhecidos.

Tabela 4 - Variáveis, frequências e Fontes usadas na estimação com dados reais

Dado	Frequência	Fonte
Valor da cota do fundo	Diária	Informe Diário CVM
Patrimônio líquido do fundo	Diária	Informe Diário CVM
Preços de ativos e futuros negociados em bolsa	Diária	Base histórica da B3
Preços de títulos públicos	Diária	Dados abertos do BC
Eventos corporativos (proventos, agrupamentos e desdobramentos)	Não aplicável	Cadastro de empresas da B3
Classificação setorial de empresas	Não aplicável	Cadastro de empresas da B3 e elaboração do autor.
Composição da carteira dos fundos	Mensal	Relatório de composição e diversificação de aplicações (CDA)
Composição da carteira do IBOVESPA	Diária	Histórico B3

5.1 Preparação dos dados

A taxa de retorno da cota φ_t para os fundos selecionados foi extraída do informe diário da CVM. A taxa de retornos dos ativos foi obtida a partir dos preços de fechamento, não ajustados para dividendos, de cada pregão.

O peso observado $\omega_{i,t}$ de cada ativo i no portfólio foi obtido pela divisão do valor de mercado pelo patrimônio total do fundo, extraído do relatório mensal de composição e diversificação de aplicações (CDA). Pesos de obrigações e valores a pagar pelo fundo foram considerados negativos, mesmo quando relatados como positivos no CDA. De forma que a soma dos pesos de todos os m ativos da carteira mês a mês seja o mais próximo a 1.

A primeira hipótese adotada para a estimação é a de que o conjunto de ativos disponíveis para rebalanceamento a cada mês, é a união dos conjuntos de ativos que iniciaram ou terminaram o mês na carteira reportada do fundo. Ou seja, o fundo estimado só pode comprar e vender ativos que foram reportados no CDA no início ou fim de cada mês.

É possível, portanto, que um ativo entre e saia da carteira sem ser reportado no CDA. Não há informação pública capaz de identificar tais operações e, para fins deste experimento, considera-se este universo limitado de ativos passíveis da escolha do gestor. O erro resultante destes eventos está refletido na incerteza do modelo a respeito do retorno da cota, representado pelo primeiro elemento da diagonal principal da matriz R .

Os pesos observados de ações são agrupados por empresa e somados, ou seja, não há distinção entre as séries preferenciais, ordinárias ou outras variações. Parcelas do patrimônio atribuídas a direitos de subscrição são consideradas diretamente como alocações na ação subscrita.

Os preços de fechamento dos pregões são considerados para ações, futuros e opções listadas. Para ações o preço considerado é a média dos preços das séries preferenciais e ordinárias.

Grupamentos e desdobramentos foram tratados com a aplicação do inverso do fator divulgado pela B3 do início das séries até a data do evento. Eventos de

pagamento de dividendos e juros sobre capital próprio não são tratados, pois considera-se o que o preço usado no cálculo da cota pelo fundo é o de fechamento do pregão, sem este tipo de ajuste.

Os retornos diários dos títulos públicos foram calculados a partir dos preços unitários de lastro, listados diariamente na base de negociações de títulos públicos no mercado secundário, disponibilizada pelo Banco Central em sua plataforma de dados abertos.

Na eventual impossibilidade de identificação de retornos, a contribuição destes ativos para o retorno da cota é desconsiderada. A parcela de patrimônio líquido associada aos ativos não identificados é incluída no vetor de estados como alocação desconhecida e sem retorno. O correspondente elemento da matriz R associado a incerteza do filtro sobre a observação da cota é modificado, conforme descrito na seção anterior sobre o filtro adaptativo.

O filtro foi inicializado com o vetor de estados x igual a alocação listada no primeiro relatório CDA disponível. A matriz P , que representa a covariância do erro foi inicializada com um valor muito próximo a zero. ($10e-5$) e aplicou-se o algoritmo do filtro de Kalman para a estimação do vetor de estados. A presença de observação a respeito da alocação dos ativos foi avaliada a cada iteração a matriz H ajustada de forma correspondente, conforme descrito na proposta de aprimoramento para incorporação de informações redundantes.

Os resultados do vetor de estados em cada instante t foram pós-processados pelo suavizador de Kalman, juntamente com as matrizes P , Q e R . O emprego do suavizador ao invés do filtro melhora a estimação ao incorporar informações futuras a respeito da incerteza sobre a estimação. (RAUCH, TUNG e STRIEBEL, 1965)

As estimativas finais $\hat{\omega}$ são então multiplicadas pelos retornos dos ativos r e somadas resultando então na cota diária do portfólio sintético $\hat{\varphi}$. A estimação das alocações setoriais é dada pelo agrupamento em classes econômicas conforme expressão a seguir:

$$\hat{\varphi}_t^C = \sum_{i=0}^{n \in C} \hat{\omega}_{i,t} r_{i,t}$$

Onde C representa um setor econômico com n ativos i.

A classificação setorial dos ativos seguiu o cadastro da B3 e nos casos onde o código do ativo foi descontinuado, ou a informação estava indisponível, o autor utilizou a classificação de empresas semelhantes. A classificação está detalhada no anexo IV.

5.2

Resultados da estimação para portfólios reais

A Tabela lista a correlação das cotas estimadas e das cotas reais. Para fins comparação, também é apresentada a correlação com um portfólio sem rebalanceamento diário, considerando as alocações divulgadas no CDA constantes durante todo o mês. Os gráficos com o resultado das estimativas para cada fundo analisado estão no anexo III.

Tabela 5 - Resultados obtidos com o suavizador de Kalman

Nome do Fundo	Correlação com a cota observada	
	Sem rebalanceamento [1]	Suavizador de Kalman [2]
FRANKLIN VALOR E LIQUIDEZ FIA	0.372	0.997
ALASKA BLACK MASTER FIA	0.695	0.977
EQUITAS MASTER SELECTION FIA	0.848	0.970
XP INVESTOR FIA	0.891	0.991
M. SAFRA EQUITIES FIA	0.913	0.977
BTG FIA SML2	0.920	0.993
CONSTELLATION MASTER FIA	0.937	0.993
MOAT CAPITAL FIC FIA	0.942	0.993
GAP AÇÕES FIA	0.947	0.995
FIA CAIXA IBOVESPA ATIVO	0.961	0.999
ITAÚ IBOVESPA ATIVO MASTER FIA	0.977	0.997

[1] Correlação entre a série de retornos da cota divulgada e a cota obtida considerando as alocações constantes entre as observações. [2] Correlação obtida entre a série de retornos da cota observada e a obtida pela multiplicação das estimativas do suavizador de Kalman e os retornos dos ativos.

Na tabela destaca-se o fato de que mesmo sem rebalanceamento diário, alguns fundos já apresentarem uma correlação acima de 95%, isto demonstra que apesar de serem denominados como fundos de investimento ativo, o rebalanceamento das carteiras é pouco frequente nos intervalos entre as divulgações do CDA. O fundo Itaú Ibovespa Ativo Master FIA, por exemplo, manteve as proporções de patrimônio líquido alocados em cada setor praticamente constante ao longo de todo o período analisado.

Em todos os casos, a aplicação do suavizador de Kalman resultou em estimativas como maior correlação com a cota observada quando comparado ao caso sem rebalanceamento.

6 Atribuição da performance

A última análise realizada usou os resultados obtidos com a aplicação do filtro de Kalman e o a metodologia descrita brevemente a seguir para atribuir retornos do portfólio às decisões da gestão da carteira. A metodologia foi proposta por Brinson, Hood e Beebower em seu trabalho exploratório sobre os retornos dos fundos de pensão americanos (BRINSON, HOOD e BEEBOWER, 1986) (BRINSON, SINGER e BEEBOWER, 1991).

6.1 Determinantes da performance do portfólio

O modelo para investigação proposto pelos autores busca atribuir o retorno de portfólios a 3 atividades básicas de gestão: Política de alocação, *market timing*¹ e seleção de ativos (*Stock Picking*). A base para a decomposição dos retornos nestes fatores, está sumarizada na Figura 1. Foi mantida a notação do artigo original.

¹ Optou-se pela não tradução do termo market-timing, pois este é bastante difundido em trabalhos escritos em português. Market-Timing se refere a capacidade de um gestor em se antecipar a movimentos dos preços de mercado e obter retornos ficando mais ou menos exposto aos setores econômicos de forma ótima.

Figura 1 - Síntese da metodologia para atribuição dos retornos

		HABILIDADE: SELEÇÃO DE ATIVOS	
		ATIVA	PASSIVA
HABILIDADE : MARKET TIMING	ATIVA	<p>IV</p> <p>RETORNO DO PORTFÓLIO REAL</p> $\sum_i W a_i * R a_i$	<p>II</p> <p>POLÍTICA DE ALOCAÇÃO PASSIVA + MARKET TIMING</p> $\sum_i W a_i * R p_i$
	PASSIVA	<p>III</p> <p>POLÍTICA DE ALOCAÇÃO PASSIVA+ SELEÇÃO DE ATIVOS</p> $\sum_i W p_i * R a_i$	<p>I</p> <p>POLÍTICA DE ALOCAÇÃO PASSIVA (BENCHMARK)</p> $\sum_i W p_i * R p_i$

CAUSA DO EXCESSO DE RETORNO:

LEGENDA:

MARKET-TIMING:	II – I	$W p_i$ = peso no índice da classe i
SELEÇÃO DE ATIVOS:	III – I	$R p_i$ = retorno no índice da classe i
OUTRAS:	$IV - III - II + I$	$W a_i$ = peso no fundo da classe i
TOTAL:	IV – I	$R a_i$ = retorno no fundo da classe i

O quadrante I representa o portfólio passivo utilizado como benchmark, neste caso o índice Ibovespa. Os quadrantes II e III representam a parcela atribuída as decisões de gestão ativa da carteira. O quadrante IV representa o retorno observado do portfólio.

O quadrante II reflete os retornos atribuídos ao portfólio passivo em conjunto com a sobre/sub alocação dos ativos em relação ao benchmark. Ou seja, este quadrante está associado a habilidade de *market-timing* do gestor do portfólio. É obtido pelo somatório do produto das alocações do portfólio pelo respectivo retorno de cada classe do benchmark.

O quadrante III representa os retornos atribuídos ao portfólio passivo mais a capacidade em escolher ativos melhores dentro de cada classe. Está associado a habilidade de seleção de ativos (*Stock-picking*) do gestor. É obtido pela soma dos produtos das alocações do benchmark pelos retornos de cada classe do portfólio.

A contribuição total da gestão ativa para o retorno total do fundo é composta pelas decisões de seleção de ativos, pelo market-timing e de um produto cruzado que captura a interação entre estas duas categorias de decisão.

Para aprofundar a compreensão da contribuição de cada tipo de decisão na participação do retorno total do portfólio, os autores propõem uma análise final de variância.

São executadas regressões lineares simples onde o retorno de cada quadrante I, II e III é definido como variável exógena, e os retornos observados, capturado pelo quadrante IV a variável endógena. São reportados os índices R^2 sem ajustes, como métrica de quanto cada tipo de escolha de gestão ativa é capaz de explicar a variância total do portfólio.

6.2

Atribuição da performance para os fundos selecionados

Os retornos e as alocações foram agrupados segundo 9 classes econômicas:

- Bens Industriais
- Consumo Cíclico
- Consumo não-cíclico
- Financeiro
- Materiais Básicos
- Petróleo, Gás e Biocombustíveis
- Saúde
- Tecnologia da Informação
- Telecomunicações
- Utilidade Pública

Seguindo o modelo original, as contribuições para o retorno real atribuídas a outros ativos que não sejam ações foram descartadas, e parcela de patrimônio líquido correspondente foi redistribuída proporcionalmente entre as ações. Como a composição e os retornos diários da carteira do Ibovespa e do fundo são conhecidos, pode-se calcular os desvios de alocação em frequência diária.

Os pesos e os retornos de cada setor são definidos conforme as expressões abaixo:

$$W a_{i,t} = \sum_{j \in i} w_{j,t} \quad ; \quad R a_{i,t} = \sum_{j \in i} w_{j,t}^* * r_{j,t}$$

Onde:

- Wa_i é o peso do setor i dentro da carteira
- w_j é o peso dentro da carteira do ativo j , pertencente ao setor i .
- Ra_i é o retorno do setor i
- w_j^* é o peso normalizado do ativo j , pertencente a classe i , de tal forma que a soma dentro da classe seja 1, ou seja Ra_i é uma média ponderada.
- r_j é o retorno do ativo j .

Expressões análogas são usadas para os pesos e retornos do portfólio passivo.

6.3 Resultados obtidos

Os resultados obtidos com a aplicação do modelo de atribuição de retornos estão resumidos nas tabelas 6 e 7, a tabela 8 apresenta resultados abertos ano a ano.

Tabela 6 – Retorno diário médio anualizado e resultado da aplicação de metodologia para atribuição de retornos

Fundo	Quadrante				Atribuição dos Retornos			
	I	II	III	IV	Market Timing	Seleção Ativos	Outras	Total
Alaska Black	7.06%	9.18%	20.28%	23.10%	2.34%	12.75%	-0.42%	14.90%
Constellation	7.06%	5.03%	9.75%	14.51%	-1.42%	3.00%	5.11%	6.73%
Equitas	7.06%	1.02%	28.19%	36.39%	-5.48%	19.94%	11.80%	26.74%
Franklin	7.06%	8.08%	32.24%	31.11%	0.94%	23.51%	-2.42%	21.66%
Caixa Ibovespa Atv.	7.06%	4.24%	7.89%	5.48%	-2.65%	0.76%	0.32%	-1.60%
BTG Fia	7.06%	5.10%	3.82%	12.07%	-1.28%	-2.48%	8.63%	4.57%
Gap	7.06%	3.67%	7.94%	8.91%	-3.18%	0.81%	4.10%	1.61%
Itaú Ibovespa Atv.	7.06%	6.59%	7.12%	6.63%	-0.44%	0.06%	-0.15%	-0.53%
M. Safra Eqt.	7.06%	9.51%	5.04%	14.57%	2.78%	-1.42%	5.85%	7.25%
Moat Capital	7.06%	6.10%	10.24%	9.84%	-0.88%	4.82%	-1.41%	4.26%
Xp Investor	7.06%	4.14%	9.29%	11.73%	-2.74%	2.07%	4.93%	4.17%

Os quadrantes I, II, III, e IV representam:

- (I) Retornos do portfólio passivo usado como benchmark (Ibovespa).
- (II) Efeito combinado de I e market-timing.
- (III) Efeito combinado de I e decisões de seleção de ativos.
- (IV) Retornos diários anualizados do portfólio gerido ativamente.

A coluna Market-Timing é definida como $II - I$. A coluna Seleção de Ativos definida por $III - I$. A coluna Outras representa um produto cruzado entre a seleção de ativos e o market-timing e é definida por $IV - III - II + I$ e o excesso de retorno total como $IV - I$. Os resultados indicam que a maior parte do excesso de retorno atribuída as decisões de gestão ativa se devem a seleção de ativos.

Tabela 7 - Variância total explicada pelas decisões de gestão ativa.

Fundo	Quadrante I (Passiva)	Quadrante II (Passiva + Market-Timing)	Quadrante III (Passiva + Seleção Ativos)
Alaska Black	33.68%	35.69%	44.09%
Constellation	65.81%	66.30%	69.73%
Equitas	26.28%	25.16%	50.64%
Franklin	21.01%	21.15%	84.63%
Caixa Ibov Atv.	93.08%	93.99%	98.54%
BTG Fia	50.16%	67.37%	74.80%
Gap	86.04%	86.07%	96.28%
Itaú Ibov Atv.	52.86%	96.60%	98.98%
M. Safra Eqt.	61.05%	62.93%	75.96%
Moat Capital	30.99%	66.40%	78.15%
Xp Investor	69.20%	68.82%	86.60%

Resultados são obtidos pelo coeficiente de determinação não ajustado (R^2), obtidas a partir de regressões dos retornos diários definidos como: $Quadrante_{IV} = \alpha + \beta Quadrante_x + \epsilon$.

Os resultados demonstram que a parcela dos retornos atribuída a seleção de ativos tem maior poder de explicação da variância do que os atribuídos a alocação ativa.

Tabela 8 - Variância total dos retornos do portfólio explicada pelo estilo de gestão por fundo e ano

Gestão	Fundo	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017
Quadrante I (Gestão Passiva)	Alaska Black	15.66%	40.25%	42.91%	36.92%	36.56%	29.01%	45.14%	46.92%
	Constellation	71.82%	54.36%	57.77%	36.08%	80.06%	76.05%	84.44%	78.87%
	Equitas	1.92%	33.56%	33.97%	26.17%	28.96%	31.28%	62.33%	22.87%
	Franklin	68.37%	82.86%	54.50%	52.23%	78.21%	3.52%	88.88%	84.99%
	Caixa Ibov. Ativo	94.91%	93.20%	91.19%	80.94%	94.23%	97.27%	95.30%	97.84%
	Gap	86.95%	92.63%	90.05%	73.94%	90.58%	89.17%	79.65%	95.67%
	M. Safra Equities	16.52%	66.87%	64.51%	56.79%	74.57%	72.99%	80.20%	78.46%
	Xp Investor	79.79%	80.34%	49.12%	56.60%	85.35%	78.56%	60.25%	78.27%
	BTG Fia			55.95%	44.36%	71.92%	67.58%	80.40%	74.53%
	Itaú Ibov. Ativo				4.05%	93.94%	97.19%	98.45%	96.97%
	Moat Capital					32.29%	49.54%	76.54%	81.04%
Quadrante II (Passiva + Market-Timing)	Alaska Black	79.74%	40.99%	43.73%	42.17%	31.66%	20.42%	43.38%	51.40%
	Constellation	72.22%	48.76%	55.92%	37.82%	78.75%	79.59%	90.73%	85.46%
	Equitas	6.77%	29.66%	26.36%	24.68%	20.03%	29.24%	61.75%	27.37%
	Franklin	68.51%	80.14%	55.81%	56.79%	82.35%	3.54%	90.83%	76.83%
	Caixa Ibov. Ativo	94.77%	93.94%	90.71%	87.24%	95.04%	97.48%	95.46%	97.28%
	Gap	86.95%	92.26%	88.84%	79.84%	91.50%	88.27%	78.61%	94.57%
	M. Safra Equities	10.76%	53.82%	76.74%	81.06%	81.66%	77.89%	80.33%	81.05%
	Xp Investor	80.02%	78.86%	47.04%	63.62%	87.57%	86.45%	64.06%	57.31%
	BTG Fia			66.81%	49.83%	66.96%	69.67%	82.29%	73.92%
	Itaú Ibov. Ativo				85.68%	95.55%	97.06%	98.15%	96.70%
	Moat Capital					57.08%	46.52%	79.65%	83.95%
Quadrante III (Passiva + Seleção de Ativos)	Alaska Black	90.46%	49.73%	79.20%	90.80%	71.38%	66.98%	67.39%	81.39%
	Constellation	93.77%	68.86%	80.82%	85.24%	90.95%	86.87%	93.06%	87.34%
	Equitas	21.88%	31.34%	53.17%	64.29%	71.31%	54.04%	27.46%	79.78%
	Franklin	33.53%	89.71%	90.37%	96.04%	88.60%	99.66%	93.24%	90.76%
	Caixa Ibov. Ativo	99.51%	98.43%	99.26%	96.80%	98.87%	98.16%	98.17%	99.74%
	Gap	98.27%	97.61%	97.29%	95.46%	96.27%	92.13%	96.54%	95.95%
	M. Safra Equities	57.98%	83.91%	94.44%	82.08%	87.20%	84.00%	84.18%	91.39%
	Xp Investor	94.92%	84.13%	85.95%	79.83%	90.97%	85.65%	91.90%	85.78%
	BTG Fia			69.60%	69.55%	73.77%	80.14%	83.57%	81.13%
	Itaú Ibov. Ativo				97.07%	97.93%	99.54%	99.58%	99.54%
	Moat Capital					84.06%	66.09%	86.92%	80.06%

Resultados são obtidos pelo coeficiente de determinação não ajustado (R^2), obtidas a partir de regressões dos retornos diários, ano a ano, definidos por: $Quadrante_{IV} = \alpha + \beta Quadrante_x + \epsilon$.

Os resultados demonstram que a parcela dos retornos atribuída a seleção de ativos tem maior poder de explicação da variância do que os atribuídos a alocação ativa em todos os anos e em todos os fundos da amostra.

Observa-se, em todos os fundos da amostra, que o excesso de retorno obtido é atribuído principalmente a capacidade dos gestores em selecionar ativos dentro dos setores econômicos. O Market-Timing tem papel secundário.

A análise da variância explicada, sumarizada nas tabelas 7 e 8, confirma os resultados ilustrados na tabela 6. A variância do excesso de retorno explicada pelas parcelas atribuídas a seleção de ativos (quadrante III), é superior àquela explicada pelas parcelas atribuídas ao market-timing (quadrante II) em todos os fundos analisados ao longo de todos os anos da amostra.

Conclui-se que embora os gestores não consigam prever ao certo os melhores pontos de compra e venda dos ativos, e nem quanto estes irão valorizar ou depreciar, eles geralmente conseguem alocar o capital em ativos empresas com potencial de valorização acima do benchmark dentro dos setores selecionados.

7 Conclusão

A primeira parte deste trabalho focou no desenvolvimento e validação de um modelo baseado no filtro de Kalman para a estimação da alocação diária de ativos individuais em carteiras de fundos de investimento. Testes em portfólios sintéticos, onde as alocações e retornos são conhecidos contribuíram para a definição dos parâmetros do modelo, aferição dos erros das estimativas e avaliação da robustez quanto a presença de correlação entre os retornos dos ativos e ao tamanho das carteiras analisadas.

Os resultados teóricos foram satisfatórios e, como esperado, indicaram a degradação da estimação de forma proporcional ao aumento na quantidade de ativos presentes na carteira analisada. Para o caso extremo de 100 ativos estimados simultaneamente, a métrica de erro utilizada (NRMSE) média ficou próxima a 18%, com desvio padrão de 8%.

Foram então propostas duas modificações no modelo: A primeira para a incorporação das observações esporádicas sobre as alocações divulgadas pelos fundos de investimentos. A segunda modificação introduziu parâmetros adaptativos, que variam em resposta a métricas calculadas durante a execução do algoritmo do filtro. Com isto são ajustados dinamicamente os ruídos de processo (Q) e das observações (R).

A introdução dos aprimoramentos propostos reduziu o erro de estimação médio de 18% para 8% com desvio padrão de cerca de 1%.

Na segunda parte do trabalho aplicou-se o modelo sobre os dados reais de 11 fundos de investimento selecionados e histórico de aproximadamente 8 anos (2011 -2017).

A seleção dos fundos seguiu o critério de disponibilidade de informações públicas sobre os retornos diários dos ativos mantidos em carteira por estes. Fundos que investem majoritariamente em ativos cujos retornos não são conhecidos (ativos no exterior, derivativos negociados em balcão, etc.) resultam em estimativas não

satisfatórias. Portanto o uso desta metodologia foi limitado a uma classe específica de fundos de investimento.

Os resultados obtidos com a aplicação do modelo foram então agrupados por setores econômicos e comparadas ao índice Ibovespa segundo o modelo de atribuição de retornos introduzido por Brian, Hood e Beebower em 1991

Conclui-se que a metodologia desenvolvida neste trabalho é eficaz na estimativa de alocações diárias, para os ativos individuais, a partir de dados com frequências heterogêneas para fundos de investimento das categorias analisadas. O modelo proposto é útil na extração das informações implícitas nos dados públicos.

Os pós processamento das estimativas pelo modelo de atribuição de retornos permite concluir que o excesso de retorno em todos os fundos selecionados se deve a habilidade dos gestores em selecionar ativos dentro dos setores econômicos. A capacidade em determinar pontos ótimos de compra e de venda (*market timing*), tem efeito muito pequeno, praticamente desprezível.

Esta conclusão se sustenta mesmo quando a análise é realizada ano a ano. Tanto em na fase de expansão quanto na contração da economia, a habilidade de seleção dos ativos é a que mais explica o excesso dos retornos diários dos fundos analisados.

8 Referencias

AMENC, N. et al. Passive hedge fund replication--Beyond the linear case. **European Financial Management**, v. 16, p. 191-210, 2010.

ANNAERT, J.; CAMPENHOUT, G. Style breaks in return-based style analysis, 2002.

BAILEY, J. V.; RICHARDS, T. M.; TIERNEY, D. E. Evaluating portfolio performance. **Managing Investment Portfolios: A Dynamic Process**, p. 717-782, 2007.

BAR-SHALOM, Y.; LI, X. R.; KIRUBARAJAN, T. **Estimation with applications to tracking and navigation: theory algorithms and software**. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2004.

BRINSON, G. P.; HOOD, L. R.; BEEBOWER, G. L. Determinants of portfolio performance. **Financial Analysts Journal**, v. 42, p. 39-44, 1986.

BRINSON, G. P.; SINGER, B. D.; BEEBOWER, G. L. Determinants of portfolio performance II: An update. **Financial Analysts Journal**, v. 47, p. 40-48, 1991.

BROWN, S. J.; GOETZMANN, W. N. Hedge funds with style. **The Journal of Portfolio Management**, v. 29, p. 101-112, 2003.

BUETOW, G. W.; JOHNSON, R. R.; RUNKLE, D. E. The inconsistency of return-based style analysis. **The Journal of Portfolio Management**, v. 26, p. 61-77, 2000.

CAMPENHOUT, G. Fund misclassification and the limitations and applications of return-based style analysis, 2002.

EDWARDS, F. R.; CAGLAYAN, M. O. Hedge fund performance and manager skill. **Journal of Futures Markets: Futures, Options, and Other Derivative Products**, v. 21, p. 1003-1028, 2001.

ELTON, E. J. et al. **Modern portfolio theory and investment analysis**. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2009.

EVENSEN, G. The ensemble Kalman filter: Theoretical formulation and practical implementation. **Ocean dynamics**, v. 53, p. 343-367, 2003.

GASTALDI, M.; NARDECCHIA, A. The Kalman Filter Approach for Time-varying β Estimation. **Systems Analysis Modelling Simulation**, v. 43, p. 1033-1042, ago. 2003.

HAMILTON, J. D. State-space models. **Handbook of econometrics**, v. 4, p. 3039-3080, 1994.

HASANHODZIC, J.; LO, A. W. Can hedge-fund returns be replicated?: The linear case. **The Linear Case (August 16, 2006)**, 2006.

HAUGEN, F. Kompendium for Kyb. 2, ved Høgskolen i Oslo, Telemark University College, Department of Electrical Engineering. **Information Technology and Cybernetics**, 2015.

HENSEL, C. R.; EZRA, D. D.; ILKIW, J. H. The importance of the asset allocation decision. **Financial Analysts Journal**, v. 47, p. 65-72, 1991.

HOOD, R. L. Determinants of portfolio performance_20 years later, 2005.

HOOGERHEIDE, L. et al. Forecast accuracy and economic gains from Bayesian model averaging using time-varying weights. **Journal of Forecasting**, v. 29, p. 251-269, 2010.

HORST, J. R.; NIJMAN, T. E.; ROON, F. A. Evaluating style analysis. **Journal of Empirical Finance**, v. 11, p. 29-53, 2004.

JAHNKE, W. W. The asset allocation hoax. **Journal of Financial Planning**, v. 10, p. 109-113, 1997.

KALMAN, R. E. A new approach to linear filtering and prediction problems. **Journal of basic Engineering**, v. 82, p. 35-45, 1960.

KIM, M.; SHUKLA, R.; TOMAS, M. Mutual fund objective misclassification. **Journal of Economics and Business**, v. 52, p. 309-323, jul. 2000.

KORSOS, L. F. The Dirichlet Portfolio Model: Uncovering the Hidden Composition of Hedge Fund Investments, 4 jun. 2013.

KRITZMAN, M. _Determinants of Portfolio Performance_20 Years Later_: A Comment. **Financial Analysts Journal**, v. 62, p. 10-11, 2006.

LABBE, R. Kalman and bayesian filters in python, 2015.

LUCAS, L.; RIEPE, M. W. The role of returns-based style analysis: understanding, implementing, and interpreting the technique. **Ibbotson Associates, Inc., USA**, 1996.

MAESTRI, C. O. N. M.; MALAQUIAS, R. F. Exposition to Factors of the Investment Funds Market in Brazil. **Revista Contabilidade & Finanças**, v. 28, p. 61-76, dez. 2016.

MAESTRI, C. O. N. M.; MALAQUIAS, R. F. Exposição a fatores de mercado de fundos de investimentos no Brasil. **Revista Contabilidade & Finanças**, v. 28, p. 61-76, 2017.

MARKOV, M. et al. **Dynamic analysis of hedge funds**. The 3rd IASTED International Conference on Financial Engineering and Applications, ACTA Press, Cambridge. [S.l.]: [s.n.]. 2006.

OTTEN, R.; BAMS, D. European mutual fund performance; A survey. **Documento de Trabajo, Social Science Research National Electronic Paper Collection (<http://papers.ssrn.com>)**, febrero, p. 38, 2000.

OTTEN, R.; BAMS, D. How to measure mutual fund performance: economic versus statistical relevance. **Accounting & finance**, v. 44, p. 203-222, 2004.

PASRICHA, G. K. Kalman filter and its economic applications, 2006.

PIERSE, R. G. The Kalman filter and the Hamilton Model.

PIZZINGA, A. et al. Semi-strong dynamic style analysis with time-varying selectivity measurement: Applications to Brazilian exchange-rate funds. **Applied Stochastic Models in Business and Industry**, v. 24, p. 3-12, 2008.

PIZZINGA, A.; FERNANDES, C. State space models for dynamic style analysis of portfolios. **Brazilian Review of Econometrics**, v. 26, p. 31-66, 2006.

RAUCH, H. E.; TUNG, F.; STRIEBEL, C. T. Maximum likelihood estimates of linear dynamic systems. **AIAA journal**, v. 3, p. 1445-1450, 1965.

SCHUTT, I. G.; CALDEIRA, J. F. Análise de estilo dinâmica de fundos multimercados: aplicação para o mercado brasileiro. **Análise Econômica**, v. 34, 2016.

SHARPE, W. F. Determining a fund's effective asset mix. **Investment management review**, v. 2, p. 59-69, 1988.

SHARPE, W. F. Asset allocation: Management style and performance measurement. **Journal of portfolio Management**, v. 18, p. 7-19, 1992.

SIMON, D. **Optimal state estimation: Kalman, H infinity, and nonlinear approaches**. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2006.

SIMON, D. Kalman filtering with state constraints: a survey of linear and nonlinear algorithms. **IET Control Theory & Applications**, v. 4, p. 1303-1318, 2010.

SIMON, D.; CHIA, T. L. Kalman filtering with state equality constraints. **IEEE transactions on Aerospace and Electronic Systems**, v. 38, p. 128-136, 2002.

SÖDERLIND, P. Lecture Notes-Econometrics: The Kalman Filter, 2001.

SWINKELS, L.; VAN DER SLUIS, P. J. Return-based style analysis with time-varying exposures. **The European Journal of Finance**, v. 12, p. 529-552, 2006.

TEIXEIRA, B. O. S. et al. State estimation for linear and non-linear equality-constrained systems. **International Journal of Control**, v. 82, p. 918-936, 2009.

VALOR INVESTE. Migração da renda fixa pode levar mais R\$ 110 bilhões para ações, diz Bradesco BBI. **valorinveste.globo.com**, 18 nov. 2018. Disponível em: <<https://valorinveste.globo.com/objetivo/de-olho-no-mercado/noticia/2019/11/18/migrao-da-renda-fixa-pode-levar-mais-r-110-bilhes-para-aes-diz-bradesco-bbi.shtml>>. Acesso em: 01 maio 2020.

VARGA, G. Índices de renda fixa para o Brasil. **Resenha BM&F**, v. 131, p. 55-60, 1999.

VARGA, G.; VALLI, M. Análise de estilo baseada no retorno. **Revista da ANBID**, v. 9, 1998.

WEISANG, G. Essays on Hedge Fund Replication, 2009.

WELCH, G.; BISHOP, G.; OTHERS. An introduction to the Kalman filter, 1995.

ZAKRISSON, H. Filtering techniques for asset allocation using a Discrete Time Micro-structure model: a comparative study, 2017.

9

Anexo I – Filtro de Kalman

Esta seção introduz a modelagem do filtro de Kalman utilizada neste trabalho. Um maior detalhamento matemático pode ser encontrado em (KALMAN, 1960) (HAMILTON, 1994) (SIMON e CHIA, 2002).

9.1 Modelagem em espaço de estados

O portfólio é modelado através de um espaço de estados, e representa a evolução temporal das alocações dos recursos da carteira por meio da soma de variáveis estocásticas. A solução analítica do é então obtida pelo algoritmo de Kalman. Duas equações definem o espaço de estados:

$$z_t = H_t x_t + \epsilon_t, \quad \epsilon_t \sim NID(0, R\sigma^2) \quad 1$$

$$x_{t+1} = F_t x_t + \eta_t, \quad \eta_t \sim NID(0, Q\sigma^2) \quad 2$$

A equação 1 é denominada *equação das medidas* e projeta o espaço dos estados, representado pelo vetor x , no espaço das medidas, representado pelo vetor z . A equação 2 é a *equação de transição*, que modela a passagem entre períodos por meio de um processo de Markov. As matrizes F, Q, H e R são denominadas *matrizes de sistema* e defini-las é parte do processo de especificação do filtro. Assume-se que os dois distúrbios ϵ e η são normais e independentes.

A implementação do sistema consiste em definir o estado inicial (x_0, P_0) , o processo (F, Q) , as medidas (z, R) , a função de medida H e aplicar o algoritmo de Kalman. O resultado da estimação e incerteza relacionada é obtido pelo conjunto (\hat{x}, \hat{P}) .

9.2 Algoritmo para estimação com o Filtro de Kalman

Inicialização:

1. Inicializar o vetor de estado com os pesos observados de cada ativo na carteira em $t = 0$.

$$x_0 = [\omega_{1,0}, \omega_{2,0}, \omega_{3,0}, \dots, \omega_{i,0}]$$

2. Inicializar a matriz incerteza nos estados.

$$P_0 = \begin{bmatrix} \sigma_{\omega_{1,0}}^2 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & \sigma_{\omega_{i,0}}^2 \end{bmatrix}$$

Previsão:

3. Usar a equação de transição para estimar o próximo vetor de estados:

$$\hat{x}_{t+1} = F\hat{x}_t$$

4. Ajustar a incerteza no estado levando em conta a incerteza da previsão:

$$\hat{P}_{t+1} = F\hat{P}_tF^T + Q_t$$

Atualização:

5. Obter uma medida z_t e a incerteza associada R_t :

$$z_t = [\varphi_t, \zeta_{1,t}, \zeta_{2,t}, \dots, \zeta_{n,t}]$$

$$R_t = \begin{bmatrix} \sigma_{\varphi_t}^2 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & \sigma_{\zeta_{n,t}}^2 \end{bmatrix}$$

6. Ajustar as matrizes H, Q, R e o vetor Z de acordo com os aprimoramentos propostos na seção 2.

7. Calcular a diferença residual y_t entre a estimação e a medida, usando a função H:

$$y_t = z_t - H_t x_t$$

8. Calcular o fator de ajuste considerando se a medida ou a previsão é mais precisa.

$$K_t = P_t H_t^T (H_t P_t H_t^T + R_t)^{-1}$$

9. Definir o estado do sistema em um ponto entre a medida e a previsão, baseado no fator de ajuste.

$$x_{t+1} = \hat{x}_{t+1} + K_t y_t$$

10. Atualizar a incerteza no estado, com base na incerteza sobre a medida.

$$P_{t+1} = (I - K_t H_t) P_t (I - K_t H_t)^T + K_t R_t K_t^T$$

11. A cada nova observação, repetir os passos de 3 a 9

9.3 Suavizador de Kalman.

O suavizador de Kalman pós processa os resultados obtidos pelo algoritmo de Kalman utilizando informações futuras para refinar a estimativa em t. As equações que definem o suavizador RTS (RAUCH, TUNG e STRIEBEL, 1965) são:

Previsão:

$$P = F P_k F^T + Q$$

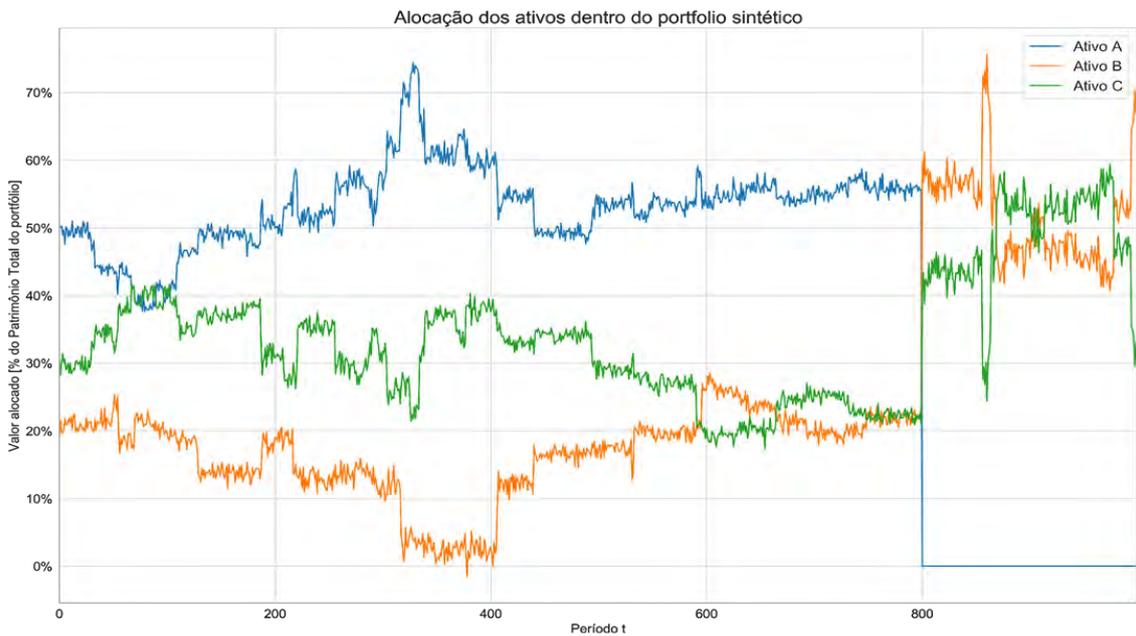
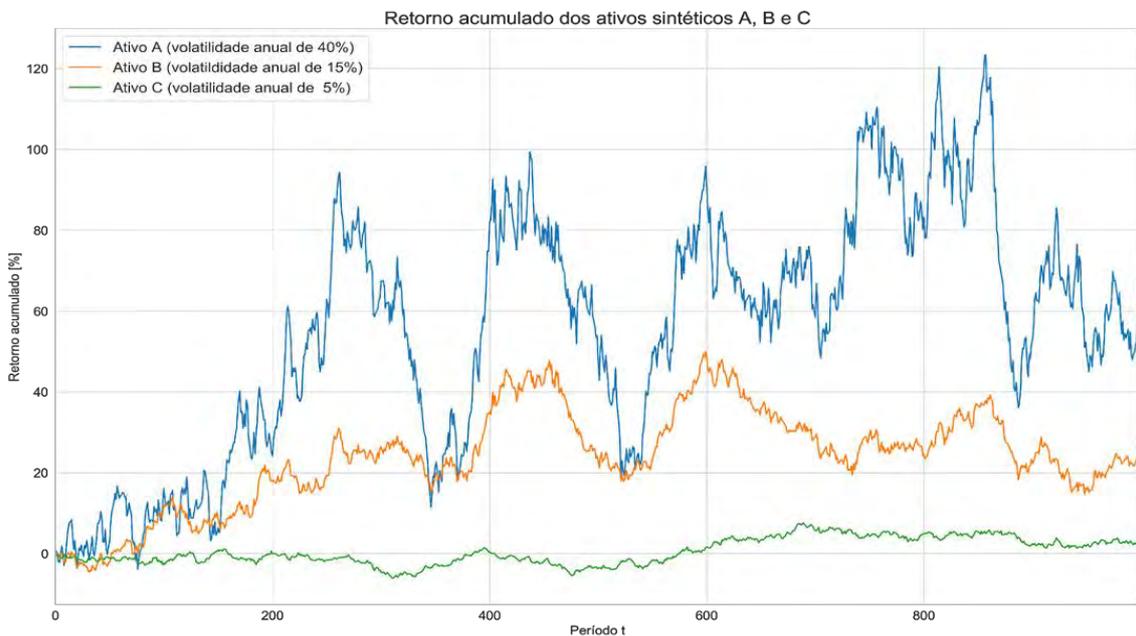
Atualização:

$$\begin{aligned} K_k &= P_k F^T P^{-1} \\ x_k &= x_k + K_k (x_{k+1} - F x_k) \\ P_k &= P_k + K (P_{k+1} - P) K_k^T \end{aligned}$$

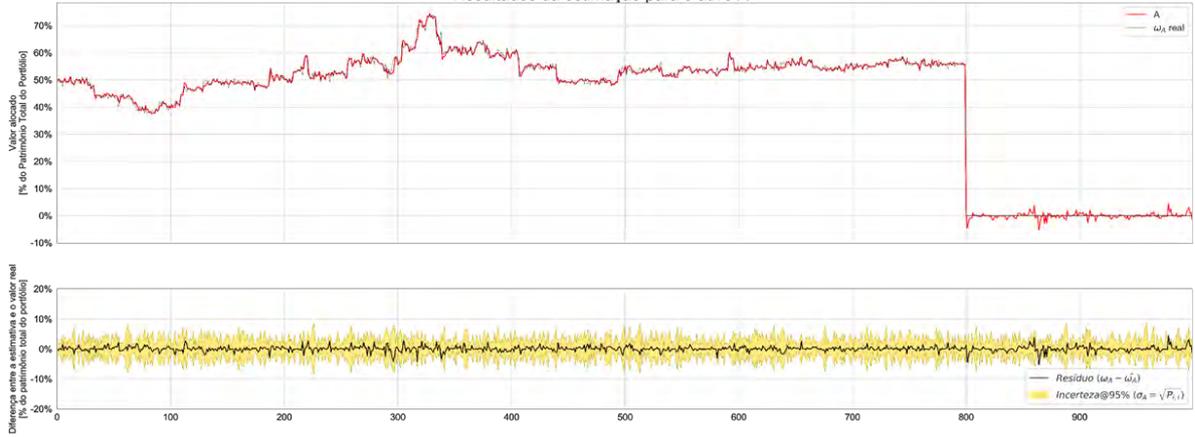
10

Anexo II – Resultados para a aplicação em um portfólio sintético

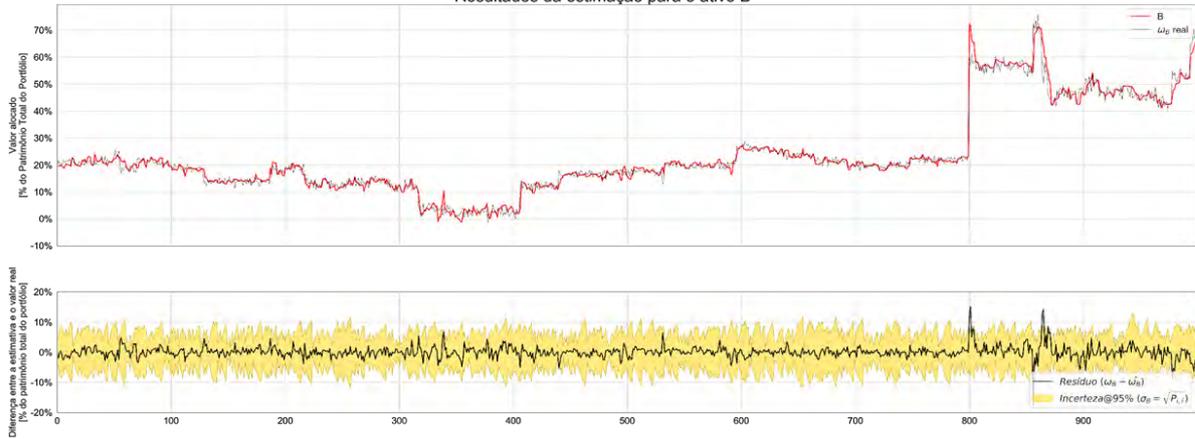
Este anexo traz os gráficos que ilustram a aplicação do filtro de Kalman em um portfólio sintético de 3 ativos. Os resultados consideram uma simulação de 1000 períodos.



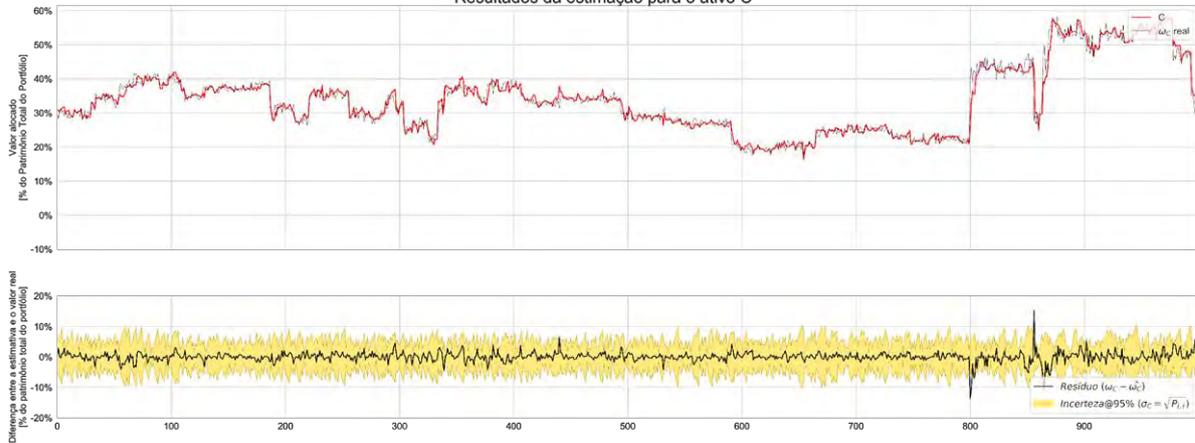
Resultados da estimação para o ativo A



Resultados da estimação para o ativo B



Resultados da estimação para o ativo C



11

Anexo III – Resultados da estimação para fundos de investimentos reais.

Os gráficos apresentados nas próximas páginas ilustram a saída direta, sem tratamentos da estimação obtida com o suavizador de Kalman para os 11 fundos de investimentos analisados. O agrupamento por setor seguiu a classificação da B3, e na ausência desta o autor usou mesma classificação de empresas semelhantes.

Tabela III.1 - Excesso de alocação setorial médio [1]

	BI	CC	CNC	F	MB	PGB	S	T	UP
Alaska Black	13.52	5.13	-6.24	9.28	-12.10	-7.04	-0.04	-2.79	-3.62
Xp Investor	-1.14	8.30	-8.95	1.82	-6.18	-7.13	4.74	-1.86	4.22
M. Safra	0.05	-7.14	-9.31	22.52	1.66	-13.10	-0.81		-4.38
Btg Sml2	8.51	22.55	-7.25	-19.32	-12.67	-12.18	7.02	-3.13	9.26
Gap Ações	-3.96	1.20	-5.46	5.61	-2.05	-5.36	0.90	1.32	4.42
Equitas	7.38	34.93	-5.82	-19.59	-11.72	-11.48	6.13	-2.50	-3.31
Franklin VL	2.98	0.41	-2.02	-0.06	-9.00	-11.88	4.76	-0.71	2.15
Itaú Ibov Ativo	0.20	0.82	-3.88	-3.66	-2.48	-1.65	-0.52	-1.26	-0.29
Caixa Ibov Ativo	0.45	0.91	-0.10	-0.20	1.10	-0.87	-0.33	-0.55	-1.11
Moat Capital	12.50	9.10	-13.09	-18.85	-1.08	-6.64	-1.36	-1.31	5.81
Constellation	1.98	13.88	-5.01	2.52	-12.51	-8.63	2.27		0.70

Legenda: [BI] Bens Industriais. [CC] Consumo Cíclico. [CNC] Consumo não Cíclico. [F] financeiro. [MB] Materiais Básicos. [PGB] Petróleo, Gás e Biocombustíveis. [S] Saúde. [T] Telecomunicações. [UP] Utilidade Pública.
[1] Valores em percentual obtidos pela soma dos ativos do índice Ibovespa, agrupados por setor, subtraídos da soma dos pesos dos ativos na carteira do fundo, agrupados por setor.

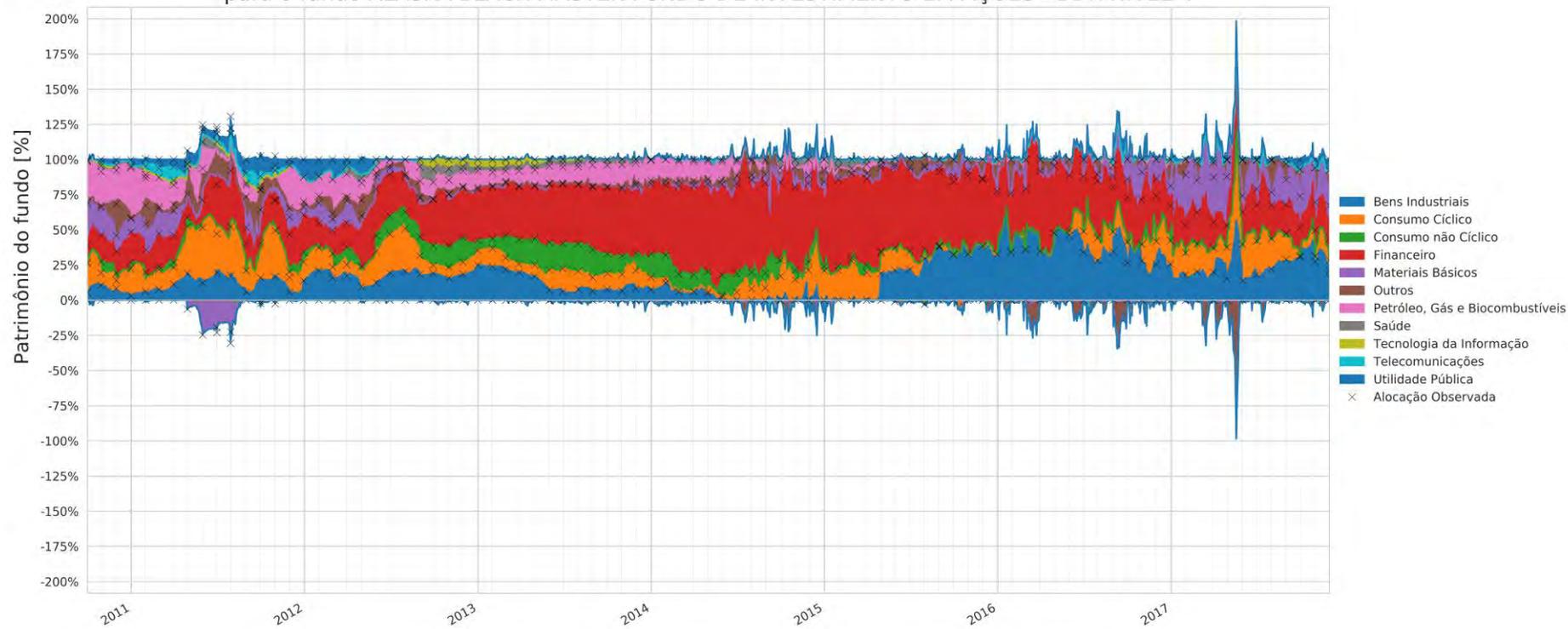
Tabela III.2 - Excesso de retorno setorial médio anualizado [1]

	BI	CC	CNC	F	MB	PGB	S	T	UP
Alaska Black	-0.31	11.61	-0.70	-0.96	2.74	-1.13	-0.38	-0.50	-0.02
Xp Investor	0.61	2.30	-0.81	-1.94	-1.37	0.63	1.31	-0.35	1.86
M. Safra	1.12	0.33	-1.34	3.00	1.80	1.09	-0.39		-0.23
Btg Sml2	-1.20	3.23	-0.85	-2.68	-2.81	-0.25	1.65	-0.43	0.80
Gap Ações	-0.15	2.30	-0.82	0.06	-1.22	-0.97	0.27	0.30	1.43
Equitas	2.05	10.85	0.90	-0.98	0.26	-0.15	2.36	0.67	0.28
Franklin VL	0.18	1.84	-1.33	0.02	-0.42	0.18	1.97	-0.52	0.79
Itaú Ibov Ativo	-1.58	1.74	-0.72	-1.70	-1.50	-1.22	-0.05	-0.59	-0.27
Caixa Ibov Ativo	-0.11	-0.54	-0.28	-1.78	-2.55	-2.22	-0.14	-0.69	-0.32
Moat Capital	1.66	2.88	0.61	1.74	-1.98	1.11	-0.45	-0.47	-0.43
Constellation	0.66	5.42	-0.71	-0.36	-1.08	0.55	0.51		0.71

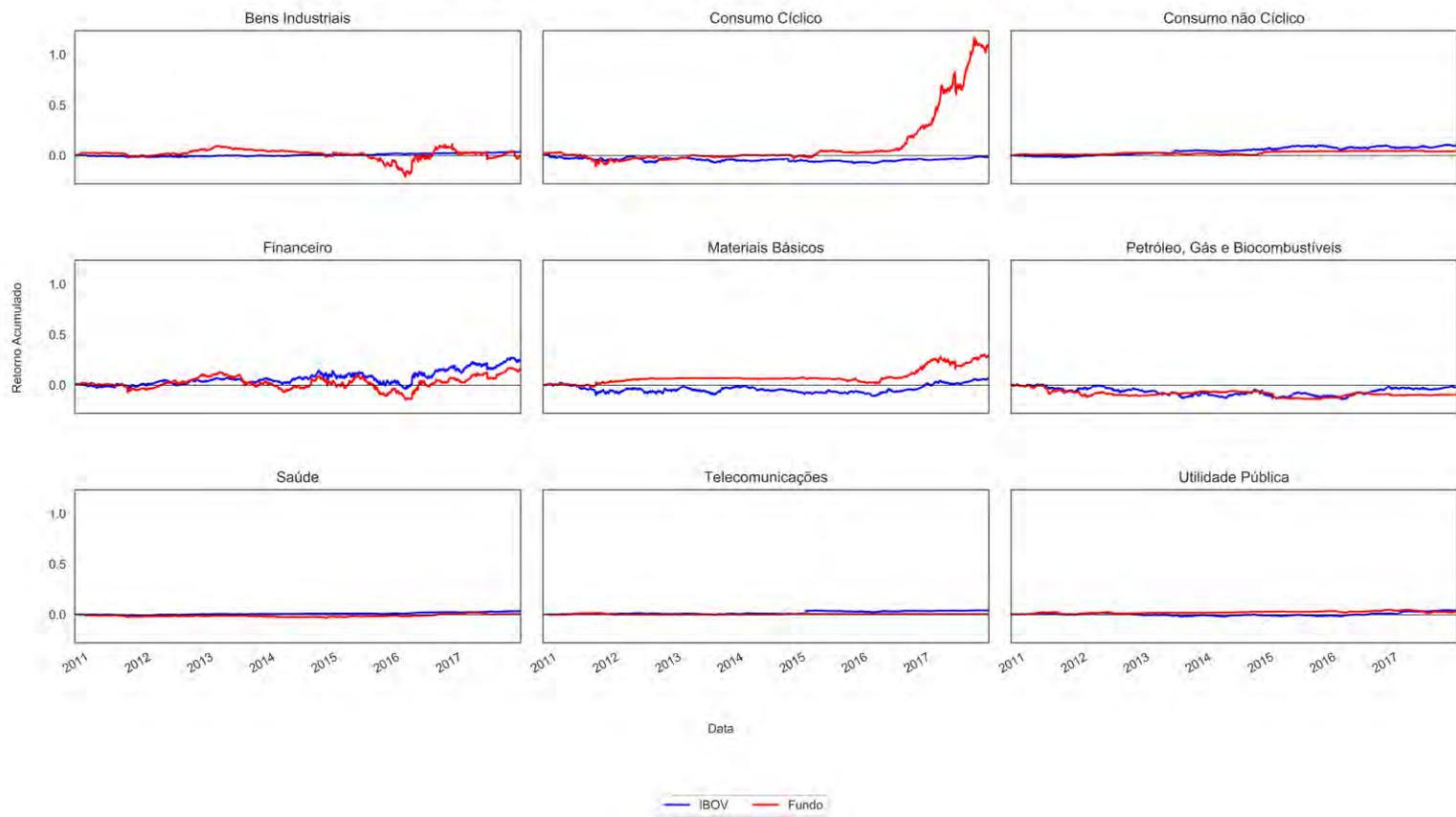
Legenda: [BI] Bens Industriais. [CC] Consumo Cíclico. [CNC] Consumo não Cíclico. [F] financeiro. [MB] Materiais Básicos. [PGB] Petróleo, Gás e Biocombustíveis. [S] Saúde. [T] Telecomunicações. [UP] Utilidade Pública.

[1] Valores percentuais médios anualizados, calculados pela multiplicação do retorno do ativo pelo peso dentro da carteira do fundo, subtraído da multiplicação do retorno do ativo pelo peso dentro da carteira do Ibovespa.

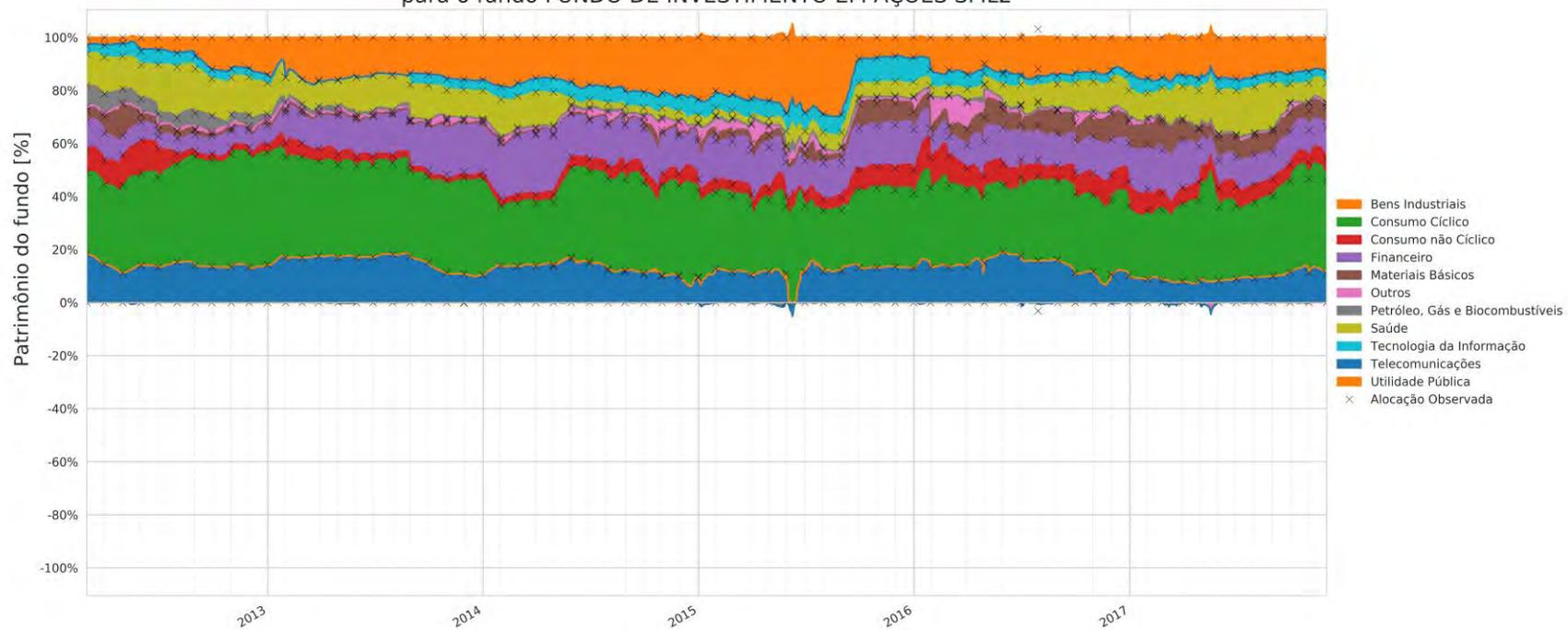
Resultado da estimação das alocações diárias por setor com o suavizador de Kalman para o fundo ALASKA BLACK MASTER FUNDO DE INVESTIMENTO EM AÇÕES - BDR NÍVEL I



Participação setorial no retorno acumulado IBOVESPA x ALASKA BLACK MASTER FUNDO DE INVESTIMENTO EM AÇÕES - BDR NÍVEL I



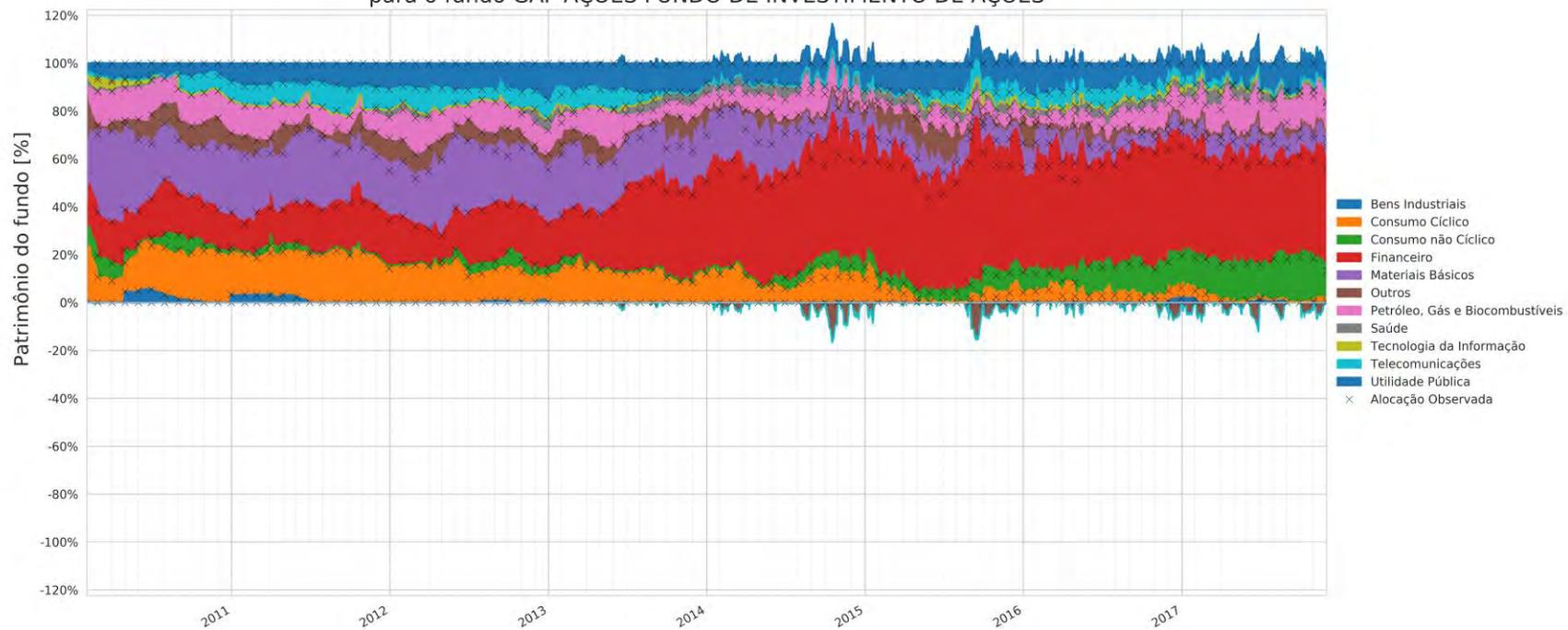
Resultado da estimação das alocações diárias por setor com o suavizador de Kalman para o fundo FUNDO DE INVESTIMENTO EM AÇÕES SML2



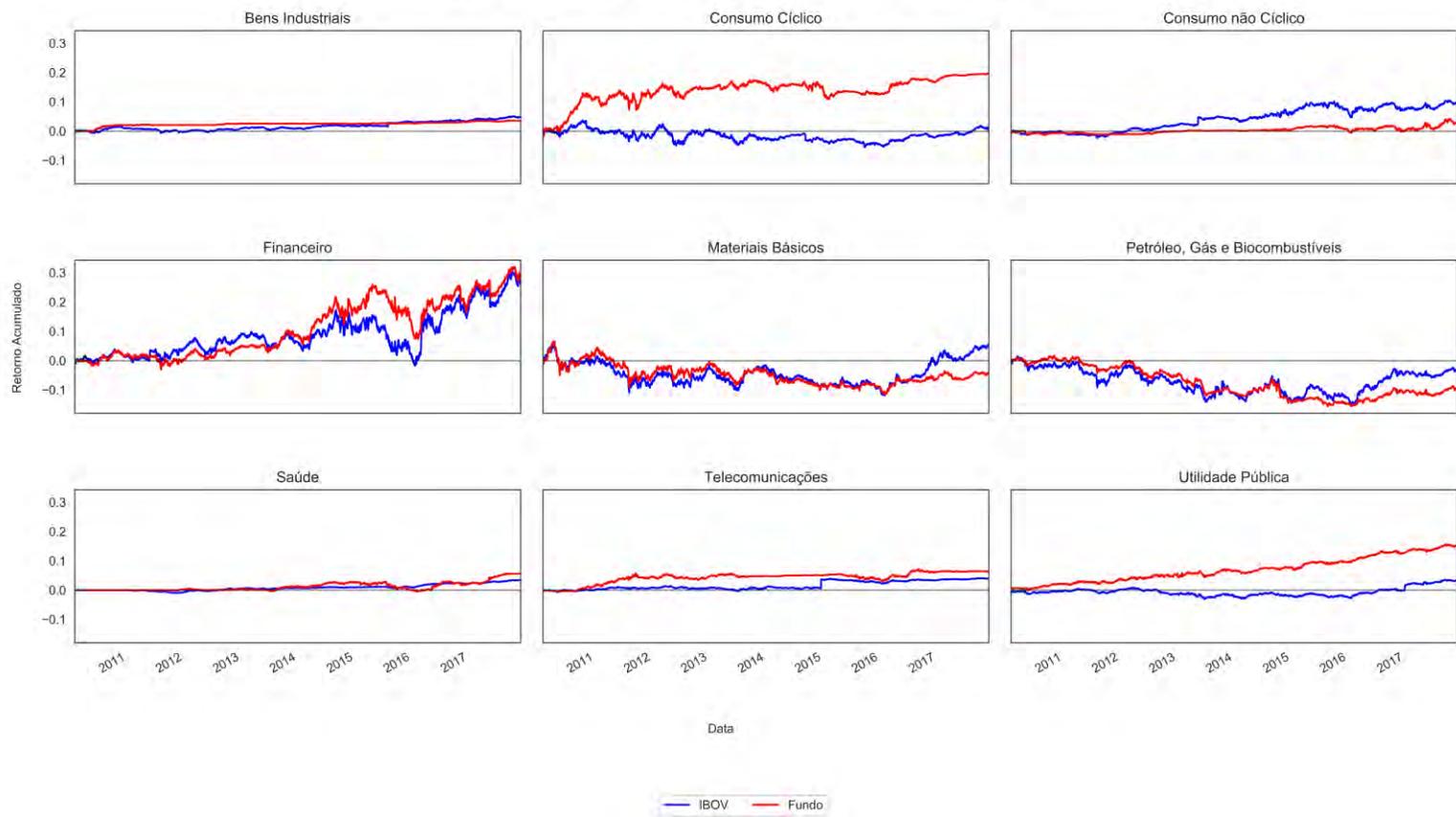
Participação setorial no retorno acumulado IBOVESPA x FUNDO DE INVESTIMENTO EM AÇÕES SML2



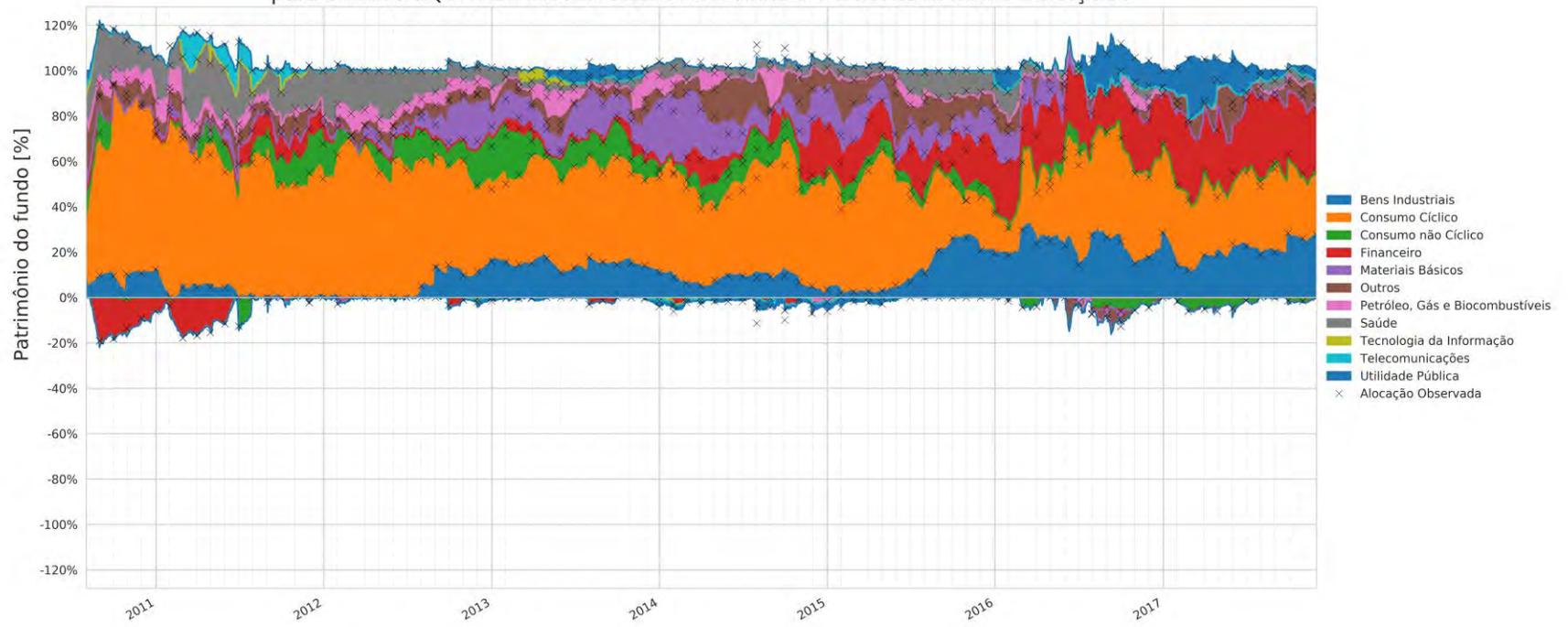
Resultado da estimação das alocações diárias por setor com o suavizador de Kalman para o fundo GAP AÇÕES FUNDO DE INVESTIMENTO DE AÇÕES



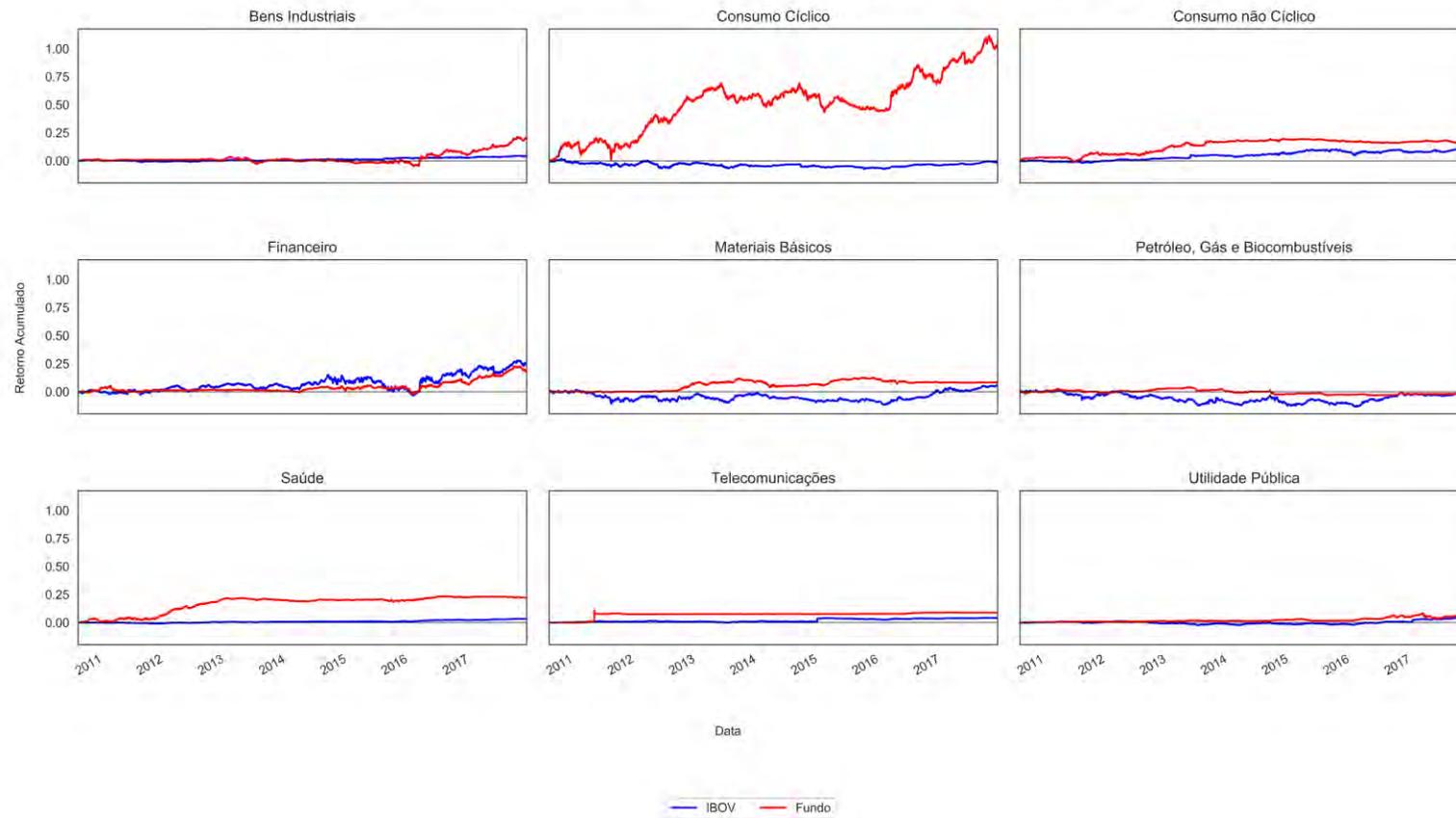
Participação setorial no retorno acumulado IBOVESPA x GAP AÇÕES FUNDO DE INVESTIMENTO DE AÇÕES



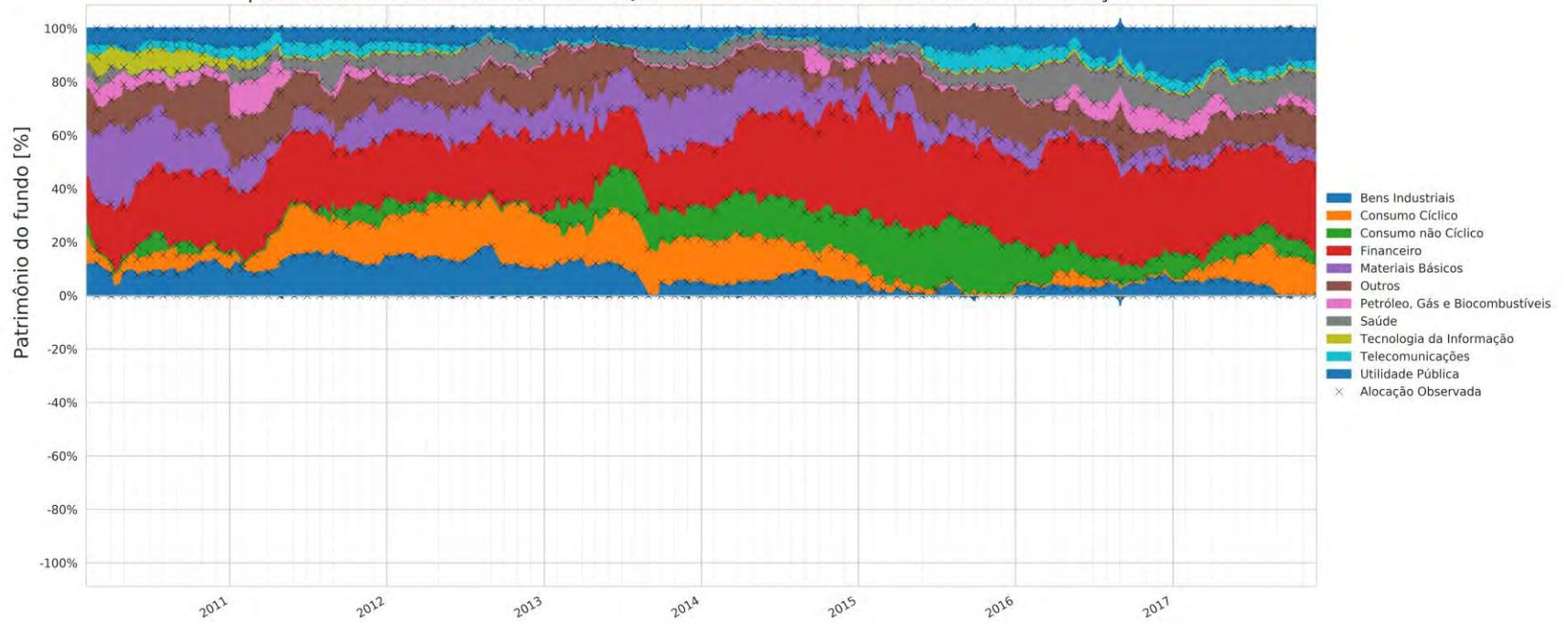
Resultado da estimação das alocações diárias por setor com o suavizador de Kalman para o fundo EQUITAS MASTER SELECTION FUNDO DE INVESTIMENTO DE AÇÕES



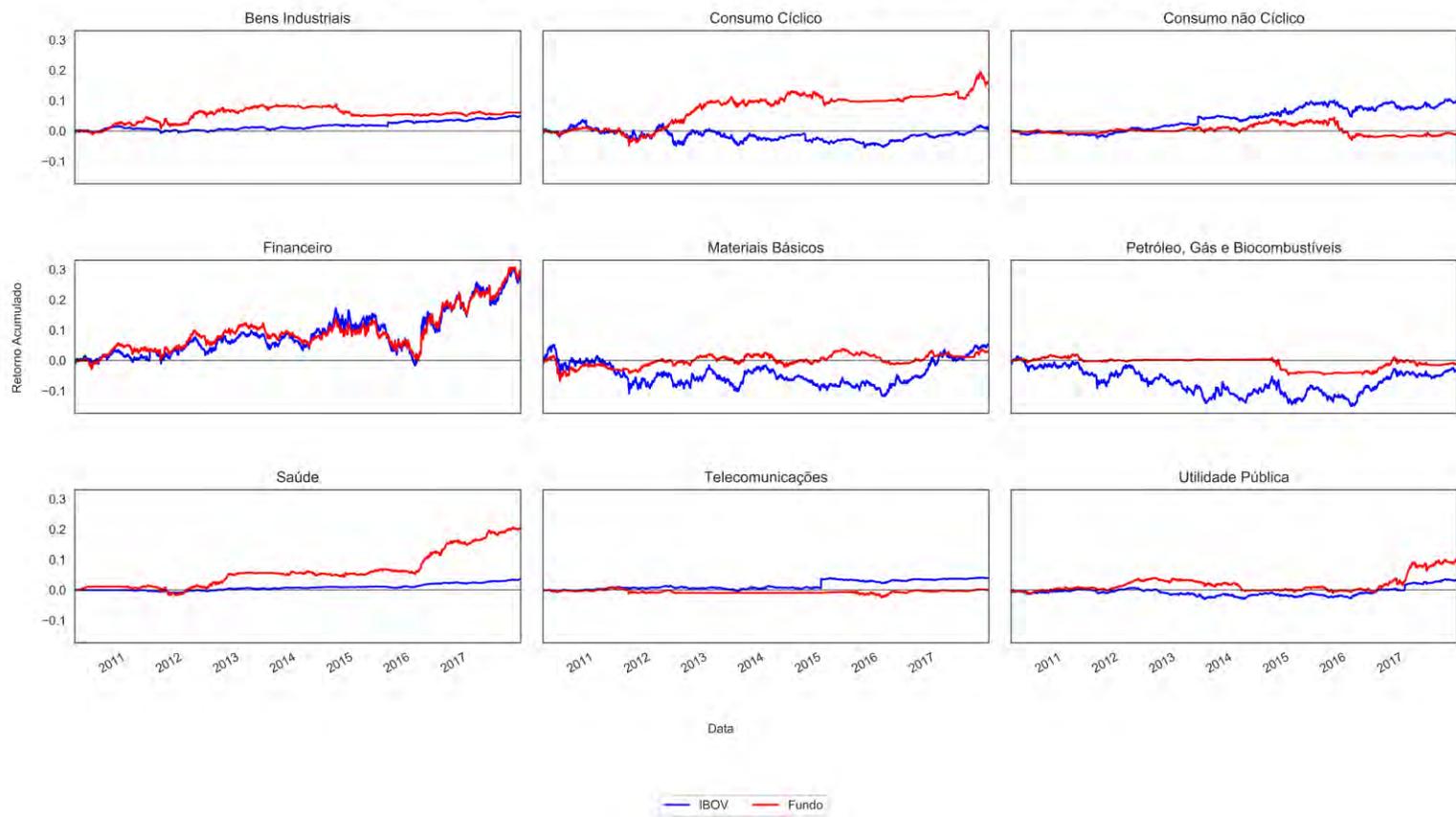
Participação setorial no retorno acumulado IBOVESPA x EQUITAS MASTER SELECTION FUNDO DE INVESTIMENTO DE AÇÕES



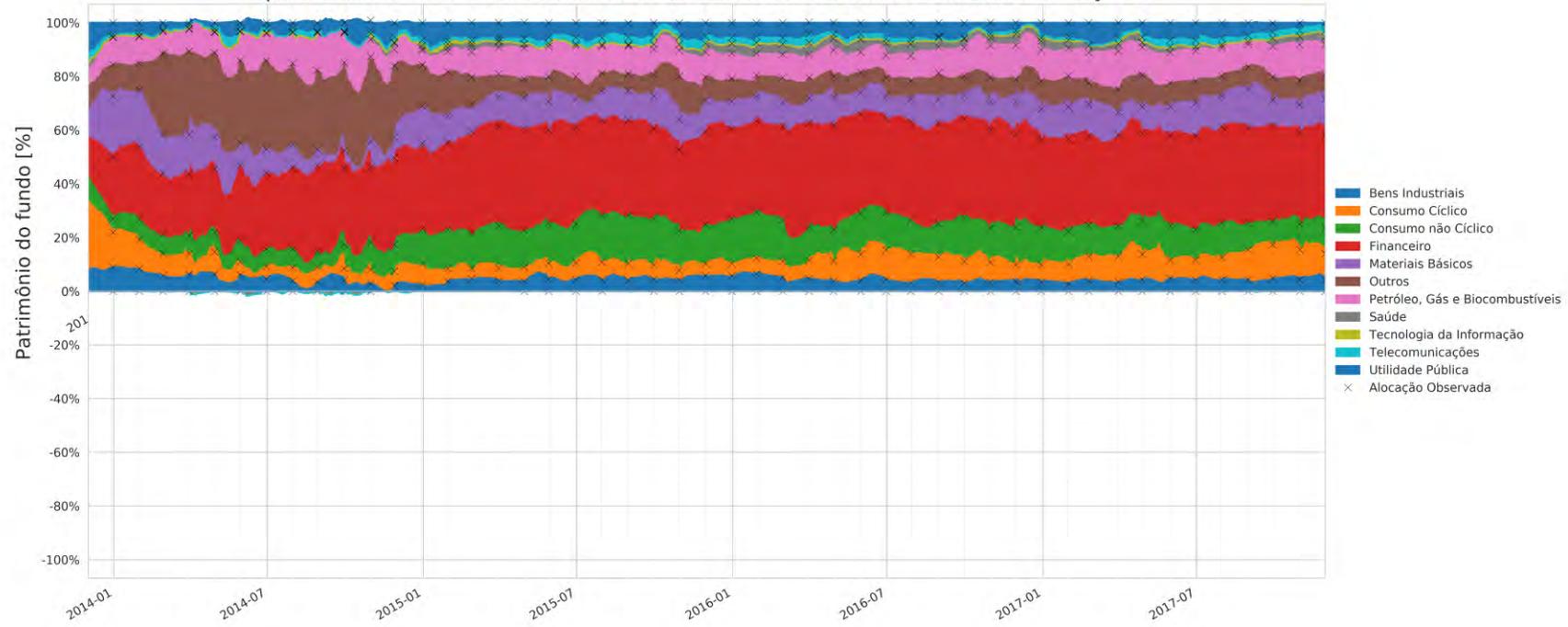
Resultado da estimação das alocações diárias por setor com o suavizador de Kalman para o fundo FRANKLIN VALOR E LIQUIDEZ FVL FUNDO DE INVESTIMENTO EM AÇÕES



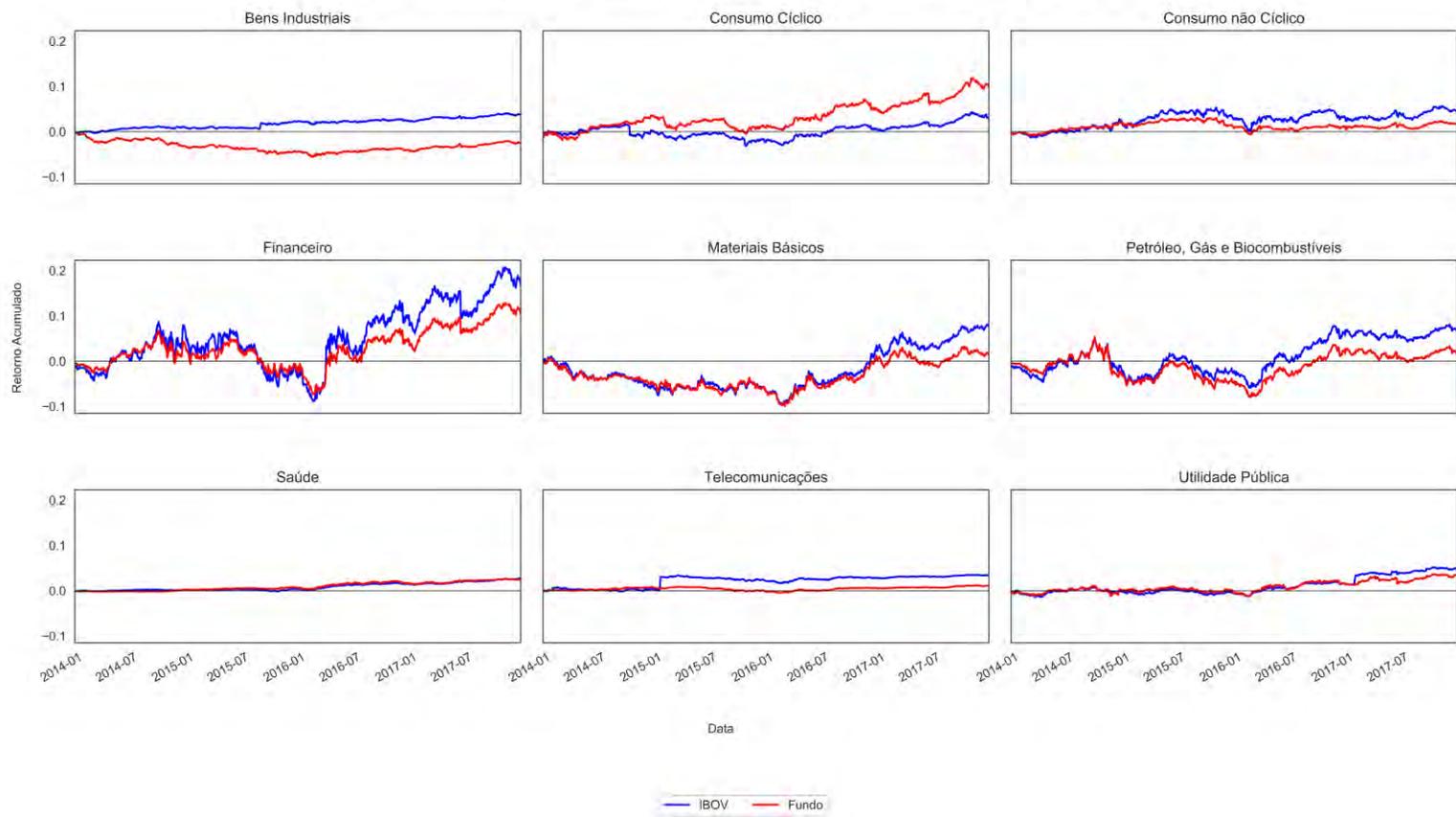
Participação setorial no retorno acumulado IBOVESPA x FRANKLIN VALOR E LIQUIDEZ FVL FUNDO DE INVESTIMENTO EM AÇÕES



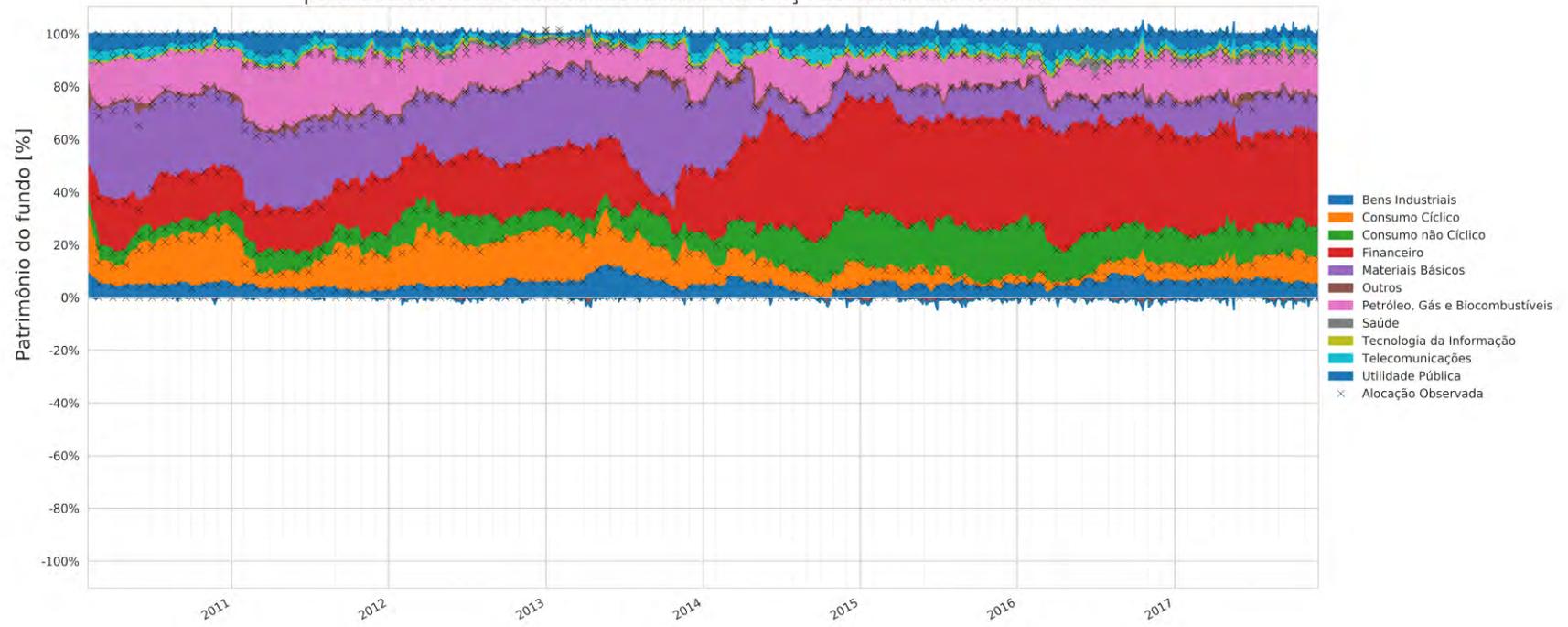
Resultado da estimação das alocações diárias por setor com o suavizador de Kalman para o fundo ITAÚ IBOVESPA ATIVO MASTER FUNDO DE INVESTIMENTO EM AÇÕES



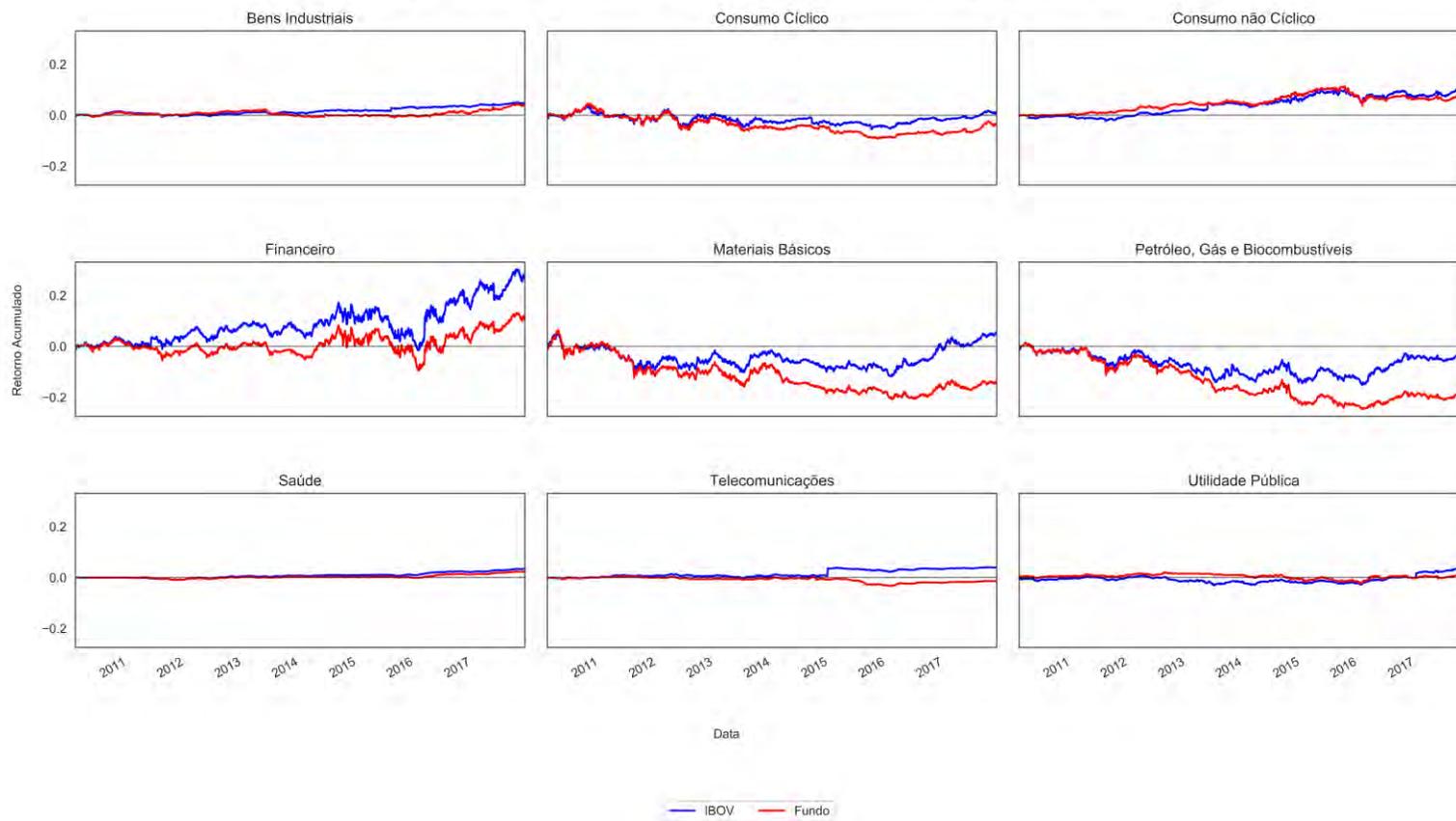
Participação setorial no retorno acumulado IBOVESPA x ITAÚ IBOVESPA ATIVO MASTER FUNDO DE INVESTIMENTO EM AÇÕES

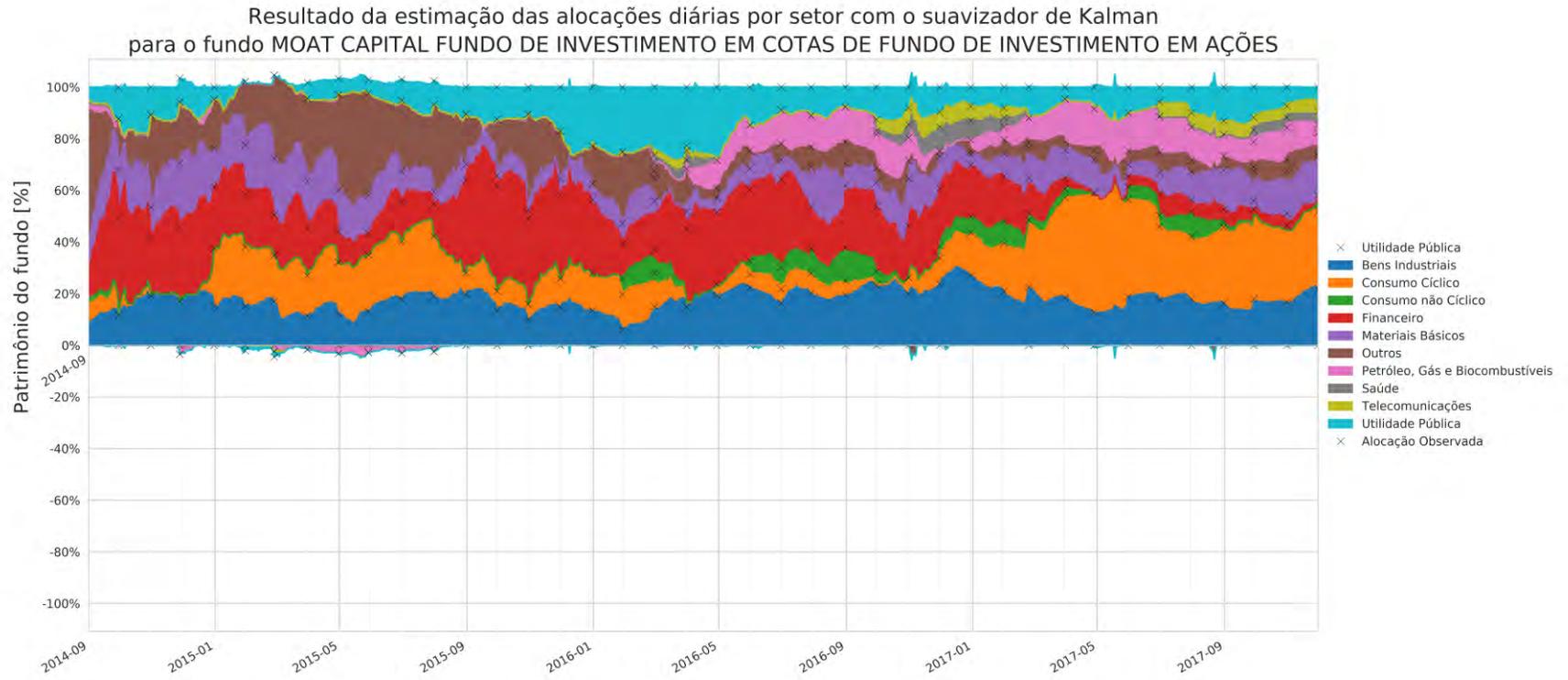


Resultado da estimação das alocações diárias por setor com o suavizador de Kalman para o fundo FUNDO DE INVESTIMENTO EM AÇÕES CAIXA IBOVESPA ATIVO

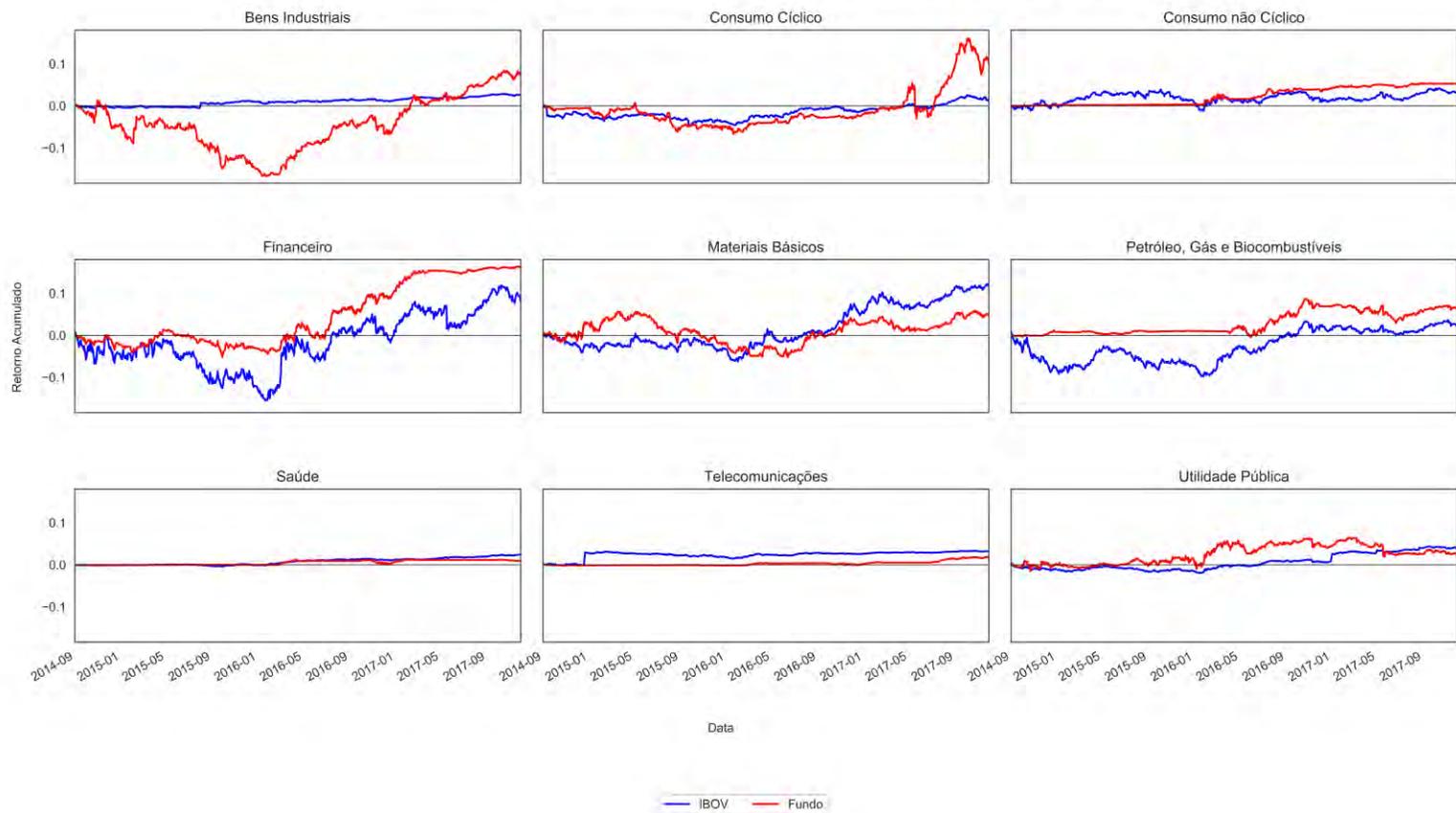


Participação setorial no retorno acumulado IBOVESPA x FUNDO DE INVESTIMENTO EM AÇÕES CAIXA IBOVESPA ATIVO

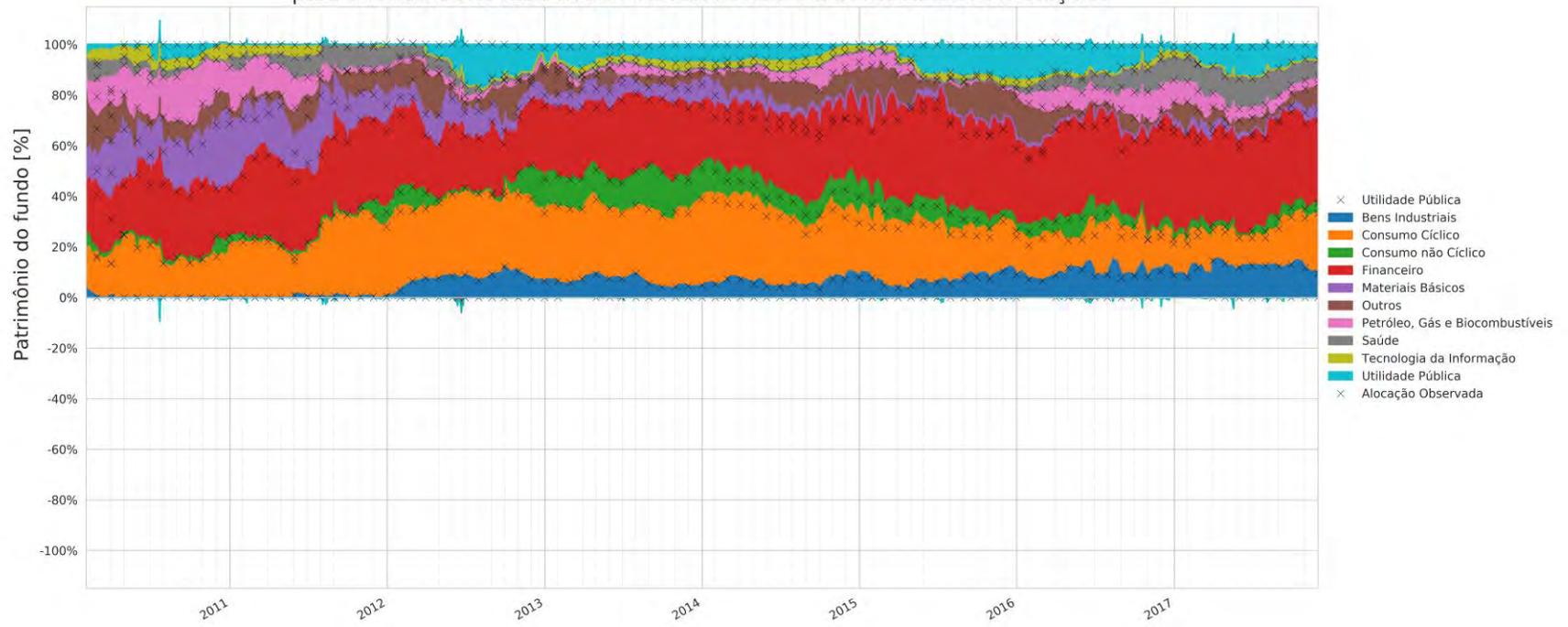




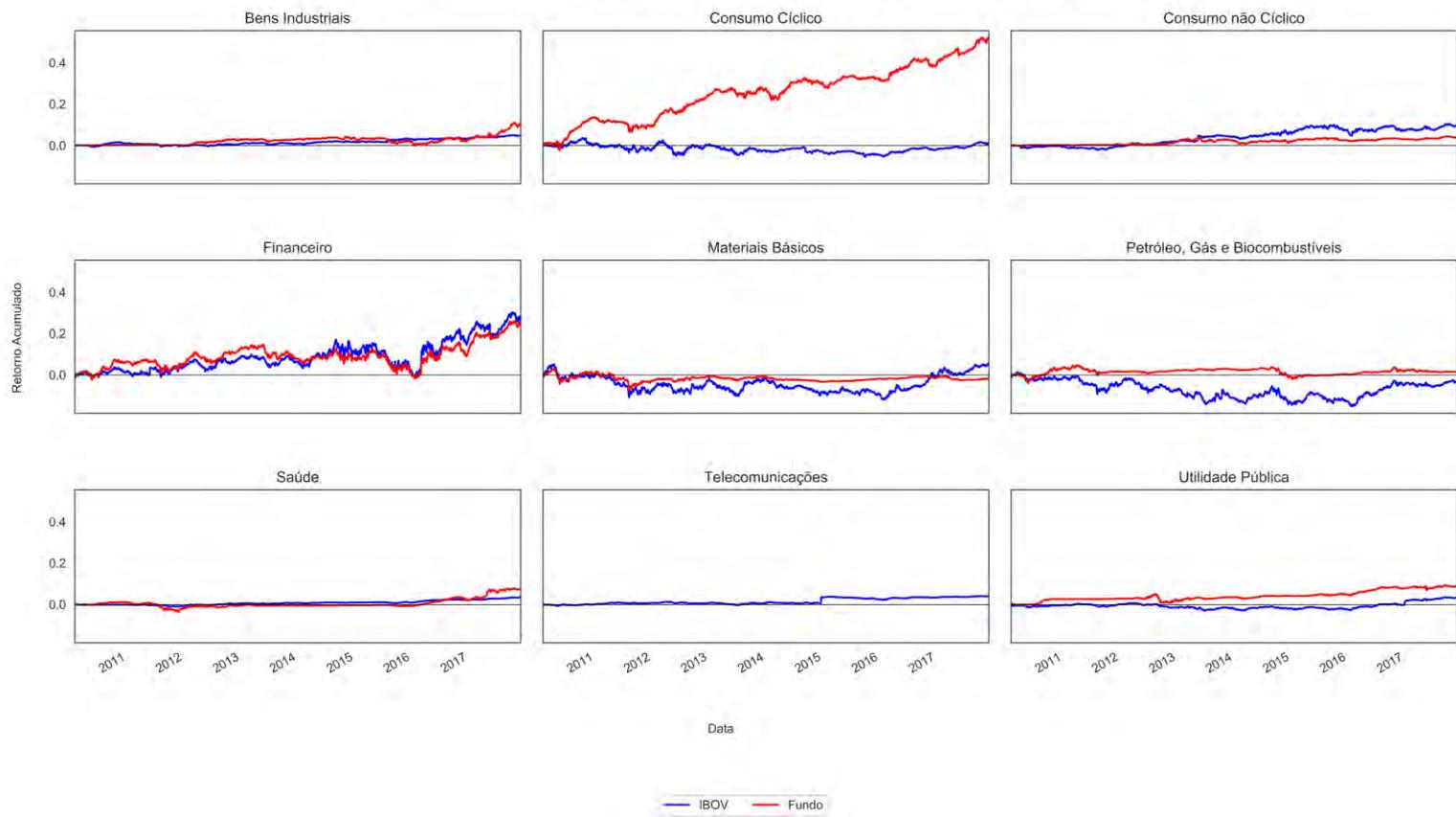
Participação setorial no retorno acumulado
IBOVESPA x MOAT CAPITAL FUNDO DE INVESTIMENTO EM COTAS DE FUNDO DE INVESTIMENTO EM AÇÕES



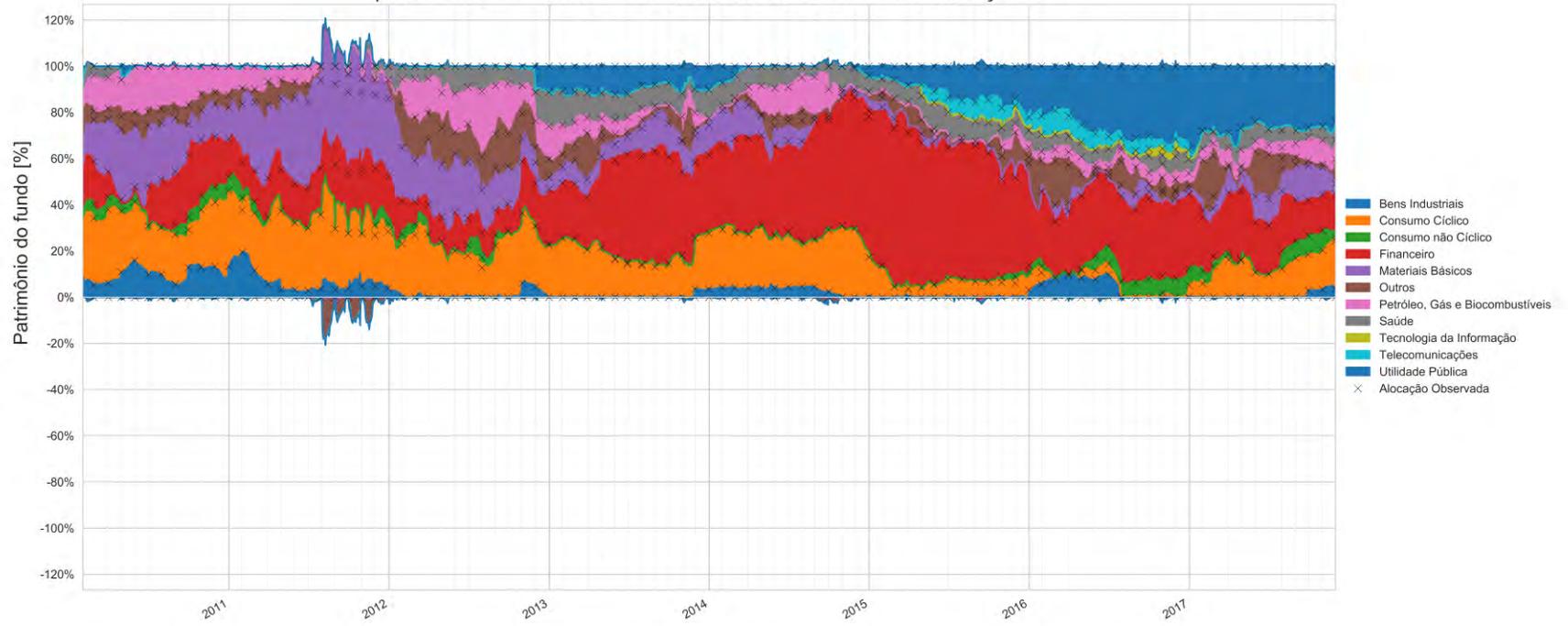
Resultado da estimação das alocações diárias por setor com o suavizador de Kalman para o fundo CONSTELLATION MASTER FUNDO DE INVESTIMENTO DE AÇÕES



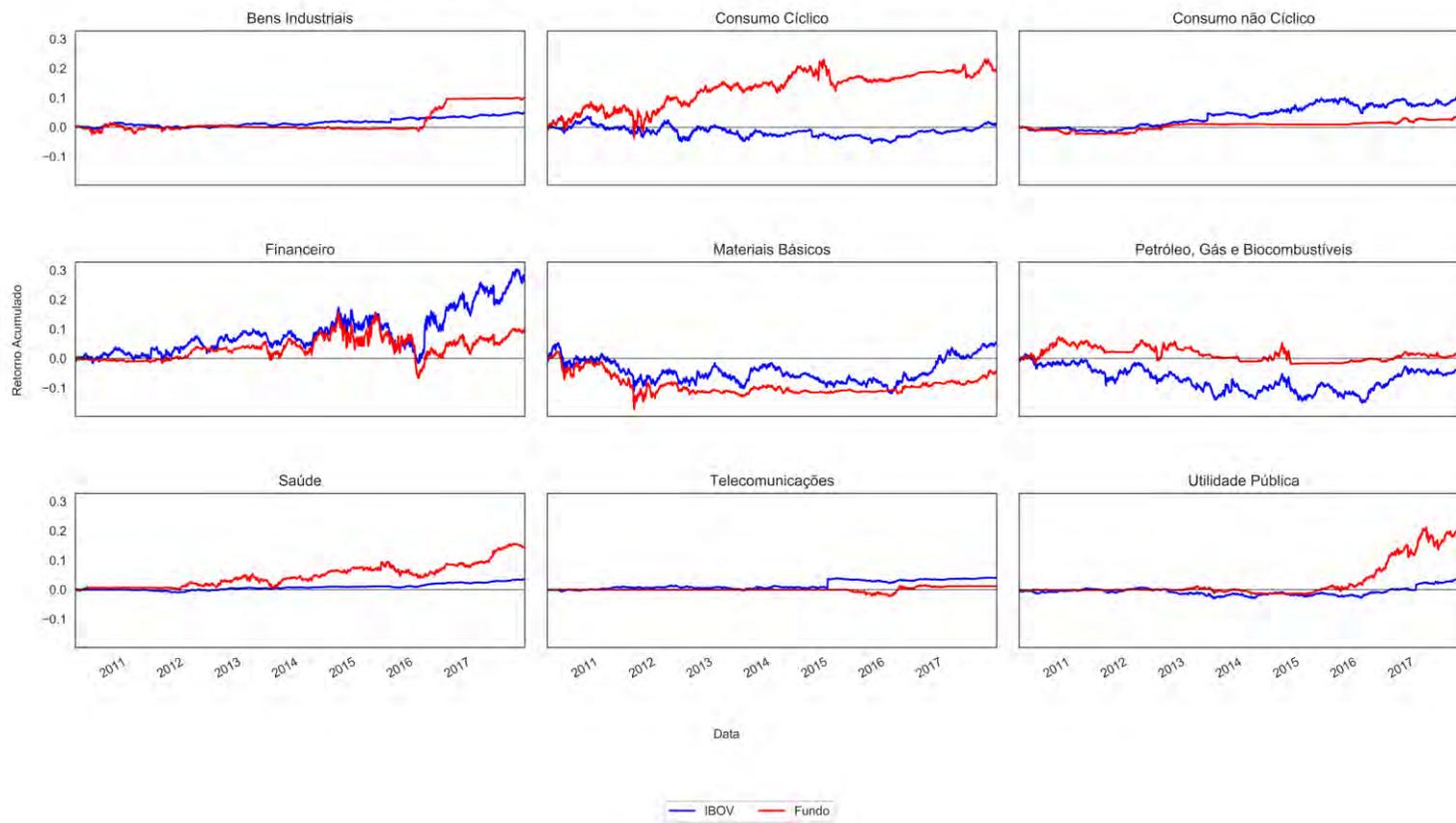
Participação setorial no retorno acumulado IBOVESPA x CONSTELLATION MASTER FUNDO DE INVESTIMENTO DE AÇÕES



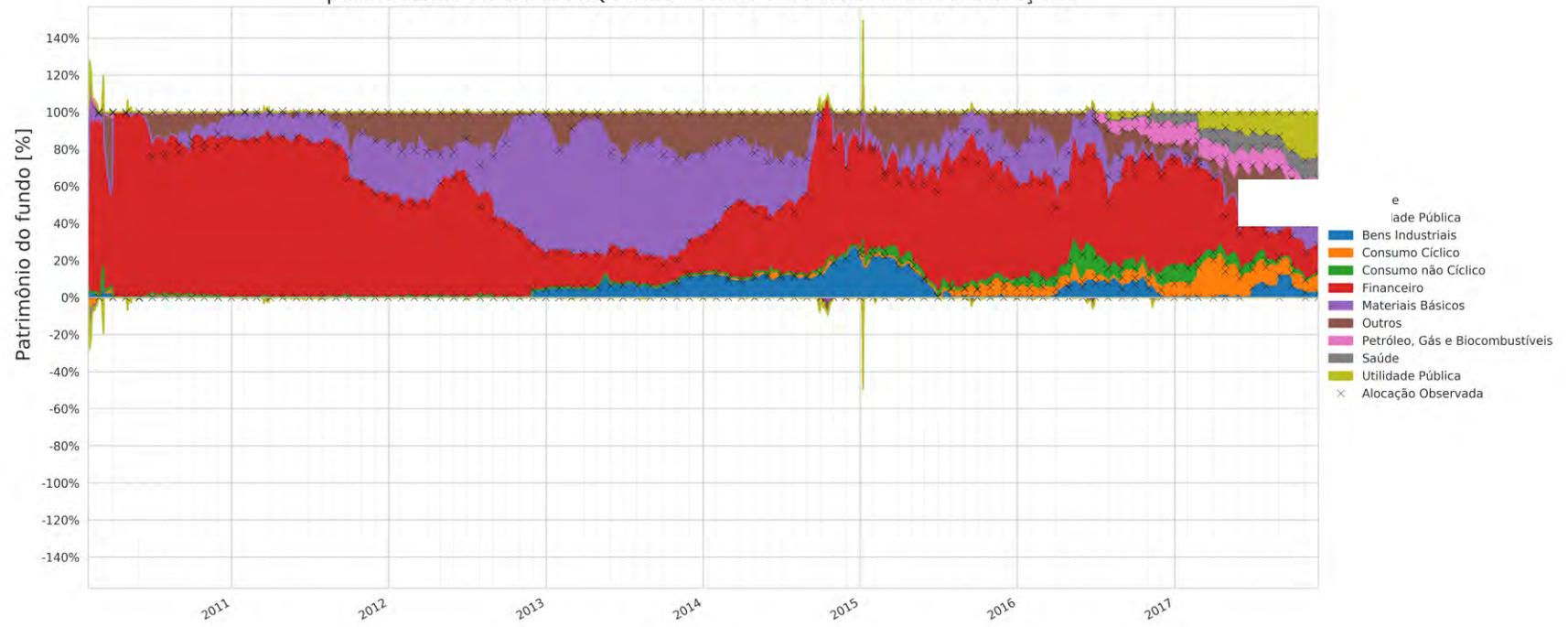
Resultado da estimação das alocações diárias por setor com o suavizador de Kalman para o fundo XP INVESTOR FUNDO DE INVESTIMENTO DE AÇÕES



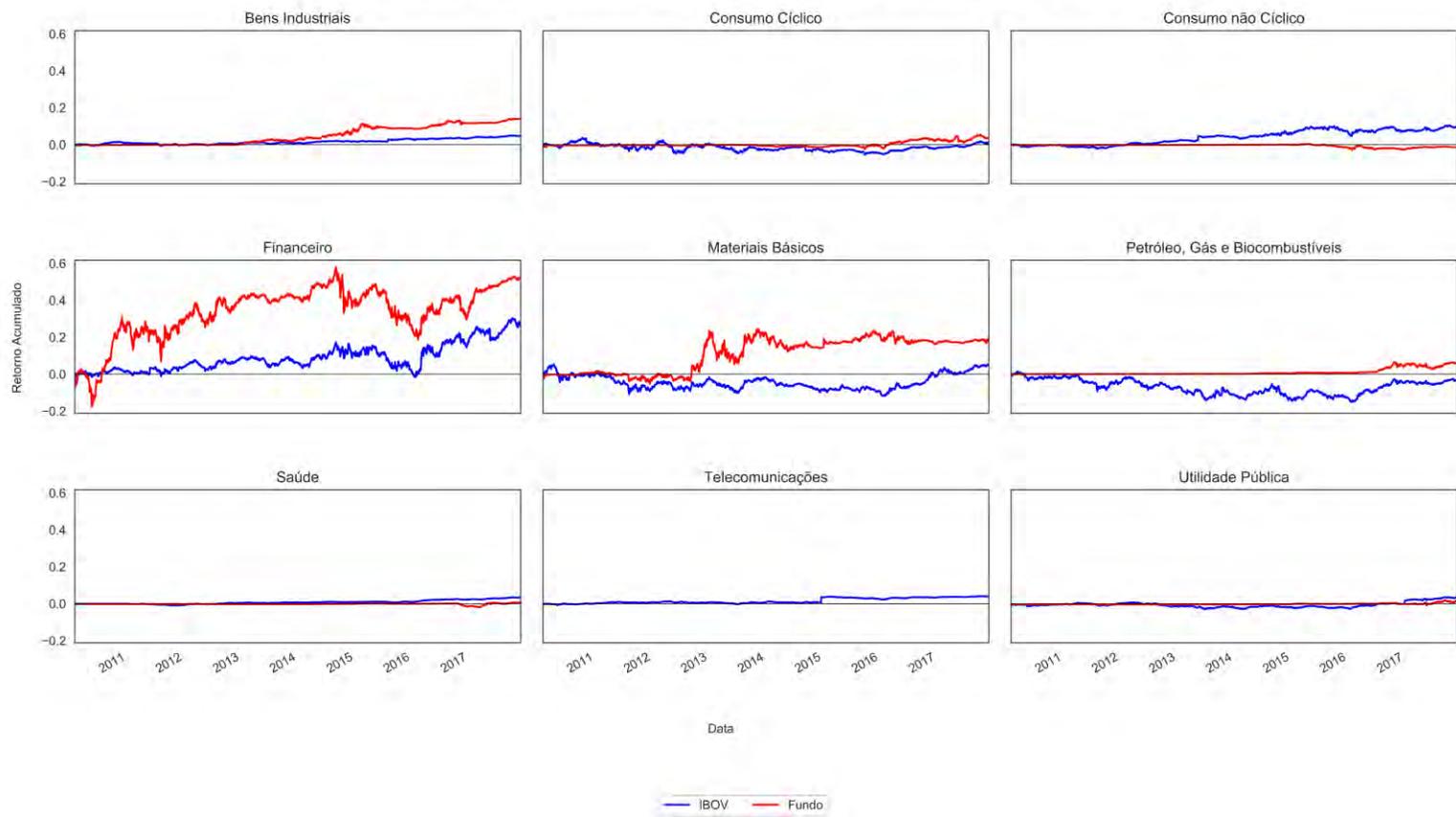
Participação setorial no retorno acumulado IBOVESPA x XP INVESTOR FUNDO DE INVESTIMENTO DE AÇÕES



Resultado da estimação das alocações diárias por setor com o suavizador de Kalman para o fundo M. SAFRA EQUITIES FUNDO DE INVESTIMENTO DE AÇÕES



Participação setorial no retorno acumulado
IBOVESPA x M. SAFRA EQUITIES FUNDO DE INVESTIMENTO DE AÇÕES



12

Anexo IV – Classificação setorial dos ativos

A listagem a seguir define a classificação por setor de todas as ações utilizadas neste trabalho. As ações foram classificadas segundo os 4 primeiros caracteres do Ticker.

Ticker	Empresa	Setor	Ticker	Empresa	Setor
AALL	American Air	Bens Industriais	LOGN	Log-In	Bens Industriais
ABNB	American Banknote	Bens Industriais	LUXM	Trevisa	Bens Industriais
AGRU	Gruairport	Bens Industriais	MEND	Mendes Jr	Bens Industriais
ALLL	Amer Lat On	Bens Industriais	MILS	Mills	Bens Industriais
ANHB	Autoban	Bens Industriais	MMAQ	Minasmaquina	Bens Industriais
ARTR	Arteris	Bens Industriais	MRSA	Mrs Logist	Bens Industriais
ASCP	Ecopistas	Bens Industriais	MTSA	Metisa	Bens Industriais
AUTM	Autometal	Bens Industriais	MWET	Wetzel S/A	Bens Industriais
AZEV	Azevedo	Bens Industriais	NORD	Nordon Met	Bens Industriais
AZUL	Azul	Bens Industriais	OHLB	Obrascon Huarte	Bens Industriais
BBML	Bbmlogistica	Bens Industriais	POMO	Marcopolo	Bens Industriais
BDLL	Bardella	Bens Industriais	PRNR	Priner	Bens Industriais
BOEI	Boeing	Bens Industriais	PRTX	PortX	Bens Industriais
CARD	Csu Cardsyst	Bens Industriais	PSVM	Porto Vm	Bens Industriais
CATP	Caterpillar	Bens Industriais	PTBL	Portobello	Bens Industriais
CCRO	CCR Sa	Bens Industriais	PTCA	Pratica	Bens Industriais
COLN	Rod Colinas	Bens Industriais	RAIL	Rumo S.A.	Bens Industriais
CRBD	Rt Bandeiras	Bens Industriais	RAPT	Randon Part	Bens Industriais
CRTE	Conc Rio Ter	Bens Industriais	RCSL	Recrusul	Bens Industriais
DEAI	Delta	Bens Industriais	RDVT	Rod Tiete	Bens Industriais
DTCY	Dtcom-Direct	Bens Industriais	RLOG	Cosan Log	Bens Industriais
EALT	Aco Altona	Bens Industriais	ROMI	Inds Romi	Bens Industriais
ECNT	Econorte	Bens Industriais	PTA	Conc Raposo	Bens Industriais
ECOR	Ecorodovias	Bens Industriais	RSUL	Riosulense	Bens Industriais
ECOV	Ecovias	Bens Industriais	RUMO	Rumo Log	Bens Industriais
EMBR	Embraer	Bens Industriais	SAIP	Salus Infra	Bens Industriais
ERDV	Econ	Bens Industriais	SHUL	Schulz	Bens Industriais
ETER	Eternit	Bens Industriais	SOND	Sondotecnica	Bens Industriais
FDXB	Fedex Corp	Bens Industriais	STBP	Santos Brp	Bens Industriais
FJTA	Forja Taurus	Bens Industriais	STTR	Stara	Bens Industriais
FLEX	Flex S/A	Bens Industriais	TAMM	Tamm4	Bens Industriais
FRAS	Fras-Le	Bens Industriais	TCNO	Tecnosolo	Bens Industriais
FRIO	Metalfrio	Bens Industriais	TGMA	Tegma	Bens Industriais
FRRN	All Norte	Bens Industriais	TPIS	Triunfo Part	Bens Industriais
FSLR	First Solar	Bens Industriais	TRIA	Triangulosol	Bens Industriais
GASC	All Paulista	Bens Industriais	TUPY	Tupy	Bens Industriais
GDBR	Gen Dynamics	Bens Industriais	UPAC	Unionpacific	Bens Industriais
GOLL	Gol	Bens Industriais	UPSS	Ups	Bens Industriais
HAGA	Haga S/A	Bens Industriais	UTEC	United Tech	Bens Industriais
INEP	Inepar	Bens Industriais	VLID	Valid	Bens Industriais
IVPR	Inepar	Bens Industriais	VOES	Viaoeste	Bens Industriais
JSLG	JSL	Bens Industriais	VSPT	Fer C Atlant	Bens Industriais
KEPL	Kepler Weber	Bens Industriais	WEGE	Weg	Bens Industriais
LIQO	Liq	Bens Industriais	WLMM	Wlm Ind Com	Bens Industriais
LLXL	LLX logistica	Bens Industriais	WSON	Wilson Sons	Bens Industriais
LMTB	Lockheed	Bens Industriais	PRML	Prumo Log.	Bens Industriais
			ABRE	Abril Educação	Consumo Cíclico

Ticker	Empresa	Setor	Ticker	Empresa	Setor
ABYA	Abyara	Consumo Cíclico	LREN	Lojas Renner	Consumo Cíclico
AEDU	Anhanguera Unt	Consumo Cíclico	MACY	Macy S	Consumo Cíclico
AGEI	Agei	Consumo Cíclico	MCDC	Medonalds	Consumo Cíclico
AGIN	Agin	Consumo Cíclico	MEAL	Imc S/A	Consumo Cíclico
AHEB	Spturis	Consumo Cíclico	MGLU	Magaz Luiza	Consumo Cíclico
ALPA	Alpargatas	Consumo Cíclico	MNDL	Mundial	Consumo Cíclico
AMAR	Lojas Marisa	Consumo Cíclico	MOVI	Movida	Consumo Cíclico
AMZO	Amazon	Consumo Cíclico	MPLU	Multiplus	Consumo Cíclico
ANIM	Anima	Consumo Cíclico	MRSL	Marisol	Consumo Cíclico
ARZZ	Arezzo Co	Consumo Cíclico	MRVE	Mrv	Consumo Cíclico
BAHI	Bahema	Consumo Cíclico	MSRO	Maestroloc	Consumo Cíclico
BBYY	Best Buy	Consumo Cíclico	MYPK	Iochnp-Maxion	Consumo Cíclico
BHGR	Bhgr	Consumo Cíclico	NAFG	Nadir Figuei	Consumo Cíclico
BISA	Brookfield	Consumo Cíclico	NETC	NET	Consumo Cíclico
BKBR	Bk Brasil	Consumo Cíclico	NFLX	Netflix	Consumo Cíclico
BMKS	Bic Monark	Consumo Cíclico	NIKE	Nike	Consumo Cíclico
BTOW	B2W Digital	Consumo Cíclico	PDGR	Pdg Realt	Consumo Cíclico
CALI	Const A Lind	Consumo Cíclico	PLAS	Plascar Part	Consumo Cíclico
CAMB	Cambuci	Consumo Cíclico	PTNT	Pettenati	Consumo Cíclico
CATA	Ind Cataguas	Consumo Cíclico	RDNI	Rni	Consumo Cíclico
CEDO	Cedro	Consumo Cíclico	RENT	Localiza	Consumo Cíclico
CGRA	Grazziotin	Consumo Cíclico	ROST	Ross Stores	Consumo Cíclico
CMCS	Comcast	Consumo Cíclico	RSID	Rossi Resid	Consumo Cíclico
CNSY	Cinesystem	Consumo Cíclico	SBUB	Starbucks	Consumo Cíclico
COWC	Costco	Consumo Cíclico	SEDU	Somos Educa	Consumo Cíclico
CRDE	Cr2	Consumo Cíclico	SEER	Ser Educa	Consumo Cíclico
CTKA	Karsten	Consumo Cíclico	SGPS	Springs	Consumo Cíclico
CTNM	Coteminas	Consumo Cíclico	SHOW	Time For Fun	Consumo Cíclico
CTSA	Santanense	Consumo Cíclico	SLED	Saraiva Livr	Consumo Cíclico
CVCB	Cvc Brasil	Consumo Cíclico	SMFT	Smart Fit	Consumo Cíclico
CYRE	Cyrela Realt	Consumo Cíclico	SMLE	Smiles	Consumo Cíclico
DAGB	Dufry	Consumo Cíclico	SMLS	Smiles	Consumo Cíclico
DIRR	Direcional	Consumo Cíclico	TCSA	Tecnisa	Consumo Cíclico
DISB	Walt Disney	Consumo Cíclico	TECN	Technos	Consumo Cíclico
DOHL	Dohler	Consumo Cíclico	TEKA	Teka	Consumo Cíclico
DUFB	Dufry	Consumo Cíclico	TEND	Tenda	Consumo Cíclico
ECPR	Encorpar	Consumo Cíclico	TIFF	Tiffany	Consumo Cíclico
ESTC	Estacio Part	Consumo Cíclico	TOYB	Tectoy	Consumo Cíclico
ESTR	Estrela	Consumo Cíclico	TRIS	Trisul	Consumo Cíclico
EVEN	Even	Consumo Cíclico	TSLA	Tesla Inc	Consumo Cíclico
EZTC	Eztec	Consumo Cíclico	TWXB	Time Warner	Consumo Cíclico
FDMO	Ford Motors	Consumo Cíclico	TXRX	Tex Renaux	Consumo Cíclico
GFSA	Gafisa	Consumo Cíclico	UCAS	Unicasa	Consumo Cíclico
GMCO	General Mot	Consumo Cíclico	UNID	Unidas	Consumo Cíclico
GPRO	Gopro	Consumo Cíclico	VIVR	Viver	Consumo Cíclico
GPSI	Gap	Consumo Cíclico	VULC	Vulcabras	Consumo Cíclico
GRND	Grendene	Consumo Cíclico	VVAR	Viavarejo	Consumo Cíclico
GUAR	Guararapes	Consumo Cíclico	WHRL	Whirlpool	Consumo Cíclico
HBOR	Helbor	Consumo Cíclico	ABEV	Ambev S/A	Consumo não Cíclico
HCBR	Br Home	Consumo Cíclico	AGRO	Brasilagro	Consumo não Cíclico
HETA	Hercules	Consumo Cíclico	AMBV	AMBEV	Consumo não Cíclico
HGTX	Cia Hering	Consumo Cíclico	APTI	Aliperti	Consumo não Cíclico
HOME	Home Depot	Consumo Cíclico	AVON	Avon	Consumo não Cíclico
HOOT	Hoteis Othon	Consumo Cíclico	BAUH	Excelsior	Consumo não Cíclico
IMCH	IMC Holding	Consumo Cíclico	BEEF	Minerva	Consumo não Cíclico
INNT	Inter Sa	Consumo Cíclico	BOBR	Bombril	Consumo não Cíclico
INPR	Inpr	Consumo Cíclico	BRFS	BRF SA	Consumo não Cíclico
JCPC	Jc Penney	Consumo Cíclico			
JFEN	Joao Fortes	Consumo Cíclico			
JHSF	Jhsf Part	Consumo Cíclico			
KROT	Kroton	Consumo Cíclico			
LAME	Lojas Americ	Consumo Cíclico			
LBRN	L Brands	Consumo Cíclico			
LCAM	Locamerica	Consumo Cíclico			
LEVE	Metal Leve	Consumo Cíclico			
LLIS	Le Lis Blanc	Consumo Cíclico			

Ticker	Empresa	Setor	Ticker	Empresa	Setor
BSEV	Biosev	Consumo não Cíclico	ALSC	Aliansce	Financeiro
CAML	Camil	Consumo não Cíclico	ANDG	Agconcessoes	Financeiro
COCA	Coca Cola	Consumo não Cíclico	APCS	Apicesecurit	Financeiro
COLG	Colgate	Consumo não Cíclico	APER	Alper S.A.	Financeiro
COTY	Coty Inc	Consumo não Cíclico	AXPB	American Exp	Financeiro
CRFB	Carrefour Br	Consumo não Cíclico	B3SA	B3	Financeiro
CRUZ	Souza Cruz	Consumo não Cíclico	BAZA	Amazonia	Financeiro
CZLT	Cosan	Consumo não Cíclico	BBAS	Brasil	Financeiro
FMXB	Femsa	Consumo não Cíclico	BBDC	Bradesco	Financeiro
FRTA	Pomifrutas	Consumo não Cíclico	BBRK	Br Brokers	Financeiro
HSHY	Hershey Co	Consumo não Cíclico	BBSE	Bbseguridade	Financeiro
JBSS	Jbs	Consumo não Cíclico	BBTG	BTG Pactual	Financeiro
JMCD	J.Macedo	Consumo não Cíclico	BDLS	Bradesco Lsg	Financeiro
JOPA	Josapar	Consumo não Cíclico	BEES	Banestes	Financeiro
KHCB	Kraft Heinz	Consumo não Cíclico	BERK	Berkshire	Financeiro
KMBB	Kimberly Cl	Consumo não Cíclico	BFRE	Brazilian Fr	Financeiro
MDIA	M.Diasbranco	Consumo não Cíclico	BGIP	Banese	Financeiro
MDLZ	Mondelez Int	Consumo não Cíclico	BICB	BIC Banco	Financeiro
MNPR	Minupar	Consumo não Cíclico	BIDI	Inter Banco	Financeiro
MRFG	Marfrig	Consumo não Cíclico	BLAK	Blackrock	Financeiro
NATU	Natura	Consumo não Cíclico	BMEB	Merc Brasil	Financeiro
ODER	Oderich	Consumo não Cíclico	BMIN	Merc Invest	Financeiro
PCAR	P.Acucar-Cbd	Consumo não Cíclico	BNBR	Nord Brasil	Financeiro
PEPB	Pepsico Inc	Consumo não Cíclico	BNDP	Bndespar	Financeiro
PGCO	PG	Consumo não Cíclico	BOAC	Bank America	Financeiro
RESA	Raizen Energ	Consumo não Cíclico	BONY	Bny Mellon	Financeiro
SLCE	Slc Agricola	Consumo não Cíclico	BOXP	Boston Prop	Financeiro
SMTO	Sao Martinho	Consumo não Cíclico	BPAC	Btgp Banco	Financeiro
TESA	Terra Santa	Consumo não Cíclico	BPAN	Banco Pan	Financeiro
TGTB	Target Corp	Consumo não Cíclico	BPAT	Banpara	Financeiro
VAGR	V-Agro	Consumo não Cíclico	BPNM	Patagonia	Financeiro
WALM	Wal Mart	Consumo não Cíclico	BRCS	Banco Pan	Financeiro
ABCB	Abc Brasil	Financeiro	BRGE	Brc Securit	Financeiro
AIGB	Aig Group	Financeiro	BRIN	Alfa Consorc	Financeiro
			BRIV	BR Insurance	Financeiro
			BRML	Alfa Invest	Financeiro
			BRPR	Br Malls Par	Financeiro
			BRSR	Br Propert	Financeiro
			BSCS	Banrisul	Financeiro
			BSLI	Brazilian Sc	Financeiro
			BTTL	Brb Banco	Financeiro
			BVLS	Battistella	Financeiro
			BVMF	Bv Leasing	Financeiro
			BZRS	BVMF	Financeiro
			CANT	Brazil Realt	Financeiro
			CBSC	Agpart	Financeiro
			CCPR	Cibrasec	Financeiro
			CIEL	Cyre Com-Ccp	Financeiro
			CORR	Cielo	Financeiro
			CRIV	Cor Ribeiro	Financeiro
			CSAB	Alfa Financ	Financeiro
			CTBA	Seg Al Bahia	Financeiro
			CTGP	Cepac - Ctba	Financeiro
			CTIP	Citigroup	Financeiro
			DAYC	CETIP	Financeiro
			DBEN	Daycoval	Financeiro
			DDER	Dibens Lsg	Financeiro
			DWDP	Danaher Corp	Financeiro
			EOCA	Dowdupont	Financeiro
			FNCN	Eco Sec Agro	Financeiro
			GAFL	Finansinos	Financeiro
			GAIA	Gaia Agro	Financeiro
			GEOO	Gaia Securit	Financeiro
			GPIV	GE	Financeiro
			GSGI	Gp Invest	Financeiro
				Goldmansachs	Financeiro

Ticker	Empresa	Setor	Ticker	Empresa	Setor
GSHP	Generalshopp	Financeiro	FCXO	Freeport	Materiais Básicos
HBTS	Habitasul	Financeiro	FESA	Ferbasa	Materiais Básicos
HONB	Honeywell	Financeiro	FFTL	Fosfertil	Materiais Básicos
IDNT	Ideiasnet	Financeiro	FHER	Fer Heringer	Materiais Básicos
IDVL	Indusval	Financeiro	FIBR	Fibria	Materiais Básicos
IGBR	Igb S/A	Financeiro	GGBR	Gerdau	Materiais Básicos
IGTA	Iguatemi	Financeiro	GOAU	Gerdau Met	Materiais Básicos
IRBR	Irbbrasil Re	Financeiro	GPCP	Gpc Part	Materiais Básicos
ITSA	Itausa	Financeiro	KLBN	Klabin S/A	Materiais Básicos
ITUB	Itaunibanco	Financeiro	LTEL	Litel	Materiais Básicos
JPMC	Jpmorgan	Financeiro	MAGG	Magnesita	Materiais Básicos
JPSA	Jereissati	Financeiro	MGEL	Mangels Indl	Materiais Básicos
LHER	Lojas Hering	Financeiro	MMXM	Mmx Miner	Materiais Básicos
LOGG	Log Com Prop	Financeiro	MOSC	Mosaic Co	Materiais Básicos
LPSB	Lopes Brasil	Financeiro	MSPA	Melhor Sp	Materiais Básicos
MCRJ	Cepac - Mcrj	Financeiro	MTIG	Metal Iguacu	Materiais Básicos
MERC	Merc Financ	Financeiro	NEMO	Suzano Hold	Materiais Básicos
METB	Metlife Inc	Financeiro	NUTR	Nutriplant	Materiais Básicos
MMMC	3M	Financeiro	PATI	Panatlantica	Materiais Básicos
MNZC	Menezes Cort	Financeiro	PMAM	Paranapanema	Materiais Básicos
MOAR	Mont Aranha	Financeiro	RANI	Celul Irani	Materiais Básicos
MSBR	Morgan Stan	Financeiro	SNSY	Sansuy	Materiais Básicos
MSCD	Mastercard	Financeiro	STTZ	Santher	Materiais Básicos
MULT	Multiplan	Financeiro	SUZB	Suzano Papel	Materiais Básicos
OCTS	Octante Sec	Financeiro	TKNO	Tekno	Materiais Básicos
PARC	Parcorretora	Financeiro	UNIP	Unipar	Materiais Básicos
PDGS	Pdg Securit	Financeiro	USIM	Usiminas	Materiais Básicos
PEAB	Par Al Bahia	Financeiro	USSX	Us Steel	Materiais Básicos
PINE	Pine	Financeiro	VALE	Vale	Materiais Básicos
PLSC	Polo Cap Sec	Financeiro	ALEF	Alef S/A	Outros
PMSP	Cepac - Pmsp	Financeiro	ATOM	Atompar	Outros
PPLA	Ppla	Financeiro	BETP	Betapart	Outros
PRBC	Parana	Financeiro	CABI	Cabinda Part	Outros
PSSA	Porto Seguro	Financeiro	CACO	Caconde Part	Outros
RBCS	Rbcapitalsec	Financeiro	CCXC	Ccx Carvao	Outros
RBRA	Rbcapitalres	Financeiro	CMSA	Cims	Outros
RDCD	Redecard	Financeiro	CPTP	Capitalpart	Outros
RPAD	Alfa Holding	Financeiro	ETRO	Eletron	Outros
SANB	Santander Br	Financeiro	FIGE	Invest Bemge	Outros
SCAR	Sao Carlos	Financeiro	JBDU	J B Duarte	Outros
SCHW	Schwab	Financeiro	MAPT	Cemepe	Outros
SFSA	Sofisa	Financeiro	MGIP	Mgi Particip	Outros
SPRI	Springer	Financeiro	OPGM	Gama Part	Outros
SSBR	Sierrabrasil	Financeiro	OPHE	Opport Energ	Outros
SULA	Sul America	Financeiro	OPSE	Sudeste S/A	Outros
TRPN	Tarpon Inv	Financeiro	OPTS	Sul 116 Part	Outros
TRVC	Travelers	Financeiro	PPAR	Polpar	Outros
UBSG	Ubs Group	Financeiro	PRPT	Prompt Part	Outros
USBC	Us Bancorp	Financeiro	QVQP	524 Particip	Outros
VERT	Vertciasec	Financeiro	SLCT	Selectpart	Outros
VISA	Visa Inc	Financeiro	SPRT	Longdis	Outros
WFCO	Wells Fargo	Financeiro	ANDV	Andeavor	Petróleo
WIZS	Wiz S.A.	Financeiro	BRDT	Petrobras Br	Petróleo
WTPI	Wtorre Pic	Financeiro	CHKE	Chesapeake	Petróleo
WTVR	Bpr 56 Sec	Financeiro	CHVX	Chevron	Petróleo
WUNI	Westernunion	Financeiro	COPH	Cophillips	Petróleo
ARMT	Arcelor	Materiais Básicos	CSAN	Cosan	Petróleo
BRAP	Bradespar	Materiais Básicos	DMMO	Dommo	Petróleo
BRKM	Braskem	Materiais Básicos	ECOD	Ecodiesel	Petróleo
CRPG	Cristal	Materiais Básicos	EXXO	Exxon Mobil	Petróleo
CSNA	Sid Nacional	Materiais Básicos	HALI	Halliburton	Petróleo
DOWB	Dow Chemical	Materiais Básicos	HRTF	HRT Petroleo	Petróleo
DTEX	Duratex	Materiais Básicos	LUPA	Lupatech	Petróleo
DUPO	E I Du Pont	Materiais Básicos	OGXP	OGX Petóleo	Petróleo
ELEK	Elekeiroz	Materiais Básicos	OSXB	Osx Brasil	Petróleo
EUCA	Eucatex	Materiais Básicos	PETR	Petrobras	Petróleo

Ticker	Empresa	Setor	Ticker	Empresa	Setor
PRI0	Petrorio	Petróleo	QUSW	Quality Soft	TI
QGEP	Qgep Part	Petróleo	SQIA	Sinqia	TI
RIGG	Transocean	Petróleo	SSFO	Salesforce	TI
RPMG	Pet Manguinh	Petróleo	TEXA	Texas Inc	TI
SANC	Sanchez Ener	Petróleo	TOTS	Totvs	TI
SLBG	Schlumberger	Petróleo	TWTR	Twitter	TI
UGPA	Ultrapar	Petróleo	XRXB	Xerox Corp	TI
VLOE	Valero Ener	Petróleo	ALGT	Algar Telec	Telecomunicações
AALR	Alliar	Saúde	ATTB	Att Inc	Telecomunicações
ABBV	Abbvie	Saúde	BRTO	Brasil Telecom	Telecomunicações
ABTT	Abbott	Saúde	OIBR	Oi	Telecomunicações
ADHM	Advanced-Dh	Saúde	SPRN	Sprint	Telecomunicações
AETB	Aetna Inc	Saúde	TCSL	Tim	Telecomunicações
AMGN	Amgen	Saúde	TELB	Telebras	Telecomunicações
AMIL	Amil3	Saúde	TIMP	Tim Part S/A	Telecomunicações
BALM	Baumer	Saúde	TLPP	Telesp	Telecomunicações
BIIB	Biogen	Saúde	TMAR	Telemar N	Telecomunicações
BIOM	Biommm	Saúde	TNLP	Telemar	Telecomunicações
BMYB	Bristolmyers	Saúde	VERZ	Verizon	Telecomunicações
BPHA	Br Pharma	Saúde	VIVO	VIVO	Telecomunicações
CLGN	Celgene Corp	Saúde	VIVT	Telef Brasil	Telecomunicações
CREM	Cremer	Saúde	AESL	Aes Sul	Utilidade Pública
CVSH	Cvs Health	Saúde	AFLT	Afluente T	Utilidade Pública
DASA	Dasa	Saúde	ALUP	Alupar	Utilidade Pública
DROG	Drogasil	Saúde	CASN	Casan	Utilidade Pública
FLRY	Fleury	Saúde	CBEE	Ampla Energ	Utilidade Pública
GBIO	Biotoscana	Saúde	CEBR	Ceb	Utilidade Pública
GILD	Gilead	Saúde	CEEB	Coelba	Utilidade Pública
GNDI	Intermedica	Saúde	CEED	Ceee-D	Utilidade Pública
HAPV	Hapvida	Saúde	CEGR	Ceg	Utilidade Pública
HYPE	Hypera	Saúde	CELP	Celpa	Utilidade Pública
JNJB	Johnson	Saúde	CEPE	Celpe	Utilidade Pública
LILY	Lilly	Saúde	CESP	Cesp	Utilidade Pública
MDTC	Medtronic	Saúde	CGAS	Comgas	Utilidade Pública
MRCK	Merck	Saúde	CLSC	Celesc	Utilidade Pública
NRTQ	Nortcquimica	Saúde	CMGD	Cemig Dist	Utilidade Pública
ODPV	Odontoprev	Saúde	CMGT	Cemig Gt	Utilidade Pública
OFSA	Ourofino S/A	Saúde	CMIG	Cemig	Utilidade Pública
PACF	Pacific Rdsl	Saúde	COCE	Coelce	Utilidade Pública
PARD	Ihparini	Saúde	CPFE	Cpfl Energia	Utilidade Pública
PFIZ	Pfizer	Saúde	CPFG	Cpfl Geracao	Utilidade Pública
PFRM	Profarma	Saúde	CPFP	Cpfl Piratin	Utilidade Pública
PNVL	Dimed	Saúde	CPLE	Copel	Utilidade Pública
QUAL	Qualicorp	Saúde	CPRE	Cpfl Renovav	Utilidade Pública
RADL	Raiadrogasil	Saúde	CPTE	Cachoeira	Utilidade Pública
RAIA	Droga Raia	Saúde	CSMG	Copasa	Utilidade Pública
TMOS	Thermfischer	Saúde	CSRN	Cosern	Utilidade Pública
AAPL	Apple	TI	DUKB	Duke Energy	Utilidade Pública
ACNB	Accenture	TI	EBEN	Ebe	Utilidade Pública
BEMA	Bematech	TI	EEEL	Ceee-Gt	Utilidade Pública
BRQB	Brq	TI	EGIE	Engie Brasil	Utilidade Pública
CSCO	Cisco	TI	EKTR	Elektro	Utilidade Pública
CTAX	Contax	TI	ELET	Eletrobras	Utilidade Pública
CTSH	Cognizant	TI	ELPL	Eletropaulo	Utilidade Pública
EBAY	Ebay	TI	EMAE	Emae	Utilidade Pública
FBOK	Facebook	TI	ENBR	Energias Br	Utilidade Pública
GOGL	Alphabet	TI	ENER	Enersul	Utilidade Pública
HPQB	Hp Company	TI	ENEV	Eneva	Utilidade Pública
IBMB	Ibm	TI	ENGI	Energisa	Utilidade Pública
ITEC	Itautec	TI	ENMA	Cemar	Utilidade Pública
ITLC	Intel	TI	ENMT	Energisa Mt	Utilidade Pública
LINX	Linx	TI	EQTL	Equatorial	Utilidade Pública
MSFT	Microsoft	TI	ESCE	Escelsa	Utilidade Pública
ORCL	Oracle	TI	FGEN	FG energia	Utilidade Pública
POSI	Positivo Tec	TI	GEPA	Ger Paranap	Utilidade Pública
QCOM	Qualcomm	TI	GETI	AES Tiete	Utilidade Pública

Ticker	Empresa	Setor	Ticker	Empresa	Setor
GPAR	Celgpar	Utilidade Pública	SAPR	Sanepar	Utilidade Pública
IGSN	Igua Sa	Utilidade Pública	SBSP	Sabesp	Utilidade Pública
ITPB	Itapebi	Utilidade Pública	SNST	Sanesalto	Utilidade Pública
LIGH	Light	Utilidade Pública	STEN	Sto Antonio	Utilidade Pública
LIGT	Light S/A	Utilidade Pública	STKF	Statkraft	Utilidade Pública
LIPR	Eletropar	Utilidade Pública	TAEE	Taesa	Utilidade Pública
MPXE	MPX	Utilidade Pública	TBLE	Engie Brasil	Utilidade Pública
NEOE	Neoenergia	Utilidade Pública	TEPE	Term. Pe Iii	Utilidade Pública
OMGE	Omega Ger	Utilidade Pública	TIET	Aes Tiete E	Utilidade Pública
PALF	Paul F Luz	Utilidade Pública	TMPE	Termope	Utilidade Pública
PRMN	Proman	Utilidade Pública	TRPL	Tran Paulist	Utilidade Pública
REDE	Rede Energia	Utilidade Pública	UPKP	Uptick	Utilidade Pública
RNEW	Renova	Utilidade Pública			