

**PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DO RIO DE JANEIRO
DEPARTAMENTO DE ECONOMIA**

MONOGRAFIA DE FINAL DE CURSO

**ANÁLISE CRÍTICA DA INSTRUÇÃO CVM Nº 361
À LUZ DE TEORIA DOS JOGOS**

Felipe Rath Fingerl

Nº de Matrícula: 0311528

Orientador: Fabrício Mello Rodrigues da Silva

Dezembro de 2009

**“Declaro que o presente trabalho é de minha autoria e que não recorri
para realizá-lo, a nenhuma forma de ajuda externa, exceto quando
autorizado pelo professor tutor”**

“As opiniões expressas neste trabalho são de responsabilidade única e exclusiva do autor”

Agradecimentos

Em primeiro lugar, gostaria de agradecer ao meu orientador e amigo Fabricio Mello Rodrigues da Silva, não só pela grande contribuição e dedicação que demonstrou a este trabalho, mas também por toda a ajuda e atenção prestada a mim desde os tempos de CVM.

Agradeço aos amigos que fiz na faculdade, que certamente tornaram esta fase da minha vida muito mais rica e agradável. Daniel Abbud e Pedro Garcia, em especial, muito mais que apenas companheiros de estudo e “overnights”. E também Felipe Massari, Oliver Casiuch, Marcelo Clark e Alex Swirski pela amizade não só na PUC mas também durante o nosso intercâmbio na Califórnia.

Agradeço também aos meus grandes amigos Pablo Campos e Oliver Barcellos, com quem tive o prazer de conviver por mais de 12 anos até aqui, e a quem tenho o orgulho de chamar de “irmãos”.

Agradeço, em especial, à minha família, meu maior motivo de orgulho na vida. Meus pais, Eduardo e Suzana, que são o maior exemplo de companheirismo e amor que já vi, seja entre eles ou com os filhos, e que me apoiaram incondicionalmente em todas as etapas da minha vida. À minha irmã Fernanda devo também todo o apoio nas grandes decisões que tomei, bem como todo o aprendizado fruto das infindáveis discussões à mesa de jantar. É um imenso prazer e orgulho fazer parte de uma família tão unida e cheia de conteúdo.

Por fim, um agradecimento especial à Paulinha, com quem tive a sorte de um dia encontrar. Muito obrigado por todo o amor e companheirismo. O sentimento é mais do que recíproco.

Sumário

1	INTRODUÇÃO	6
2	PANORAMA DA LITERATURA DE TEORIA DOS JOGOS APLICADA A FINANÇAS CORPORATIVAS	9
	2.1 Histórico	11
	2.2 Formalização	15
	2.3 Jogos de Barganha	17
3	CAPITAL ABERTO x CAPITAL FECHADO	20
	3.1 O Que é uma Empresa de Capital Aberto?	20
	3.2 Por Que as Empresas Fecham o Capital?	22
4	ANÁLISE DO PROCESSO DE FECHAMENTO DE CAPITAL À LUZ DE TEORIA DOS JOGOS	24
	4.1 Descrição do Processo de Fechamento de Capital	24
	4.2 Características Gerais do Jogo de Fechamento de Capital	25
	4.3 O Jogo de Informação Perfeita	29
	4.4 O Jogo de Informação Imperfeita	38
5	CONCLUSÕES	46
6	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS:	49
7	ANEXOS	51

Lista de Figuras

Figura 1: Representação geral do jogo de fechamento de capital na forma extensiva	28
Figura 2: Representação na forma extensiva 1	30
Figura 3: Representação na forma normal 1	30
Figura 4: Matriz resumida 1	32
Figura 5: Caminho de equilíbrio na forma extensiva 1	33
Figura 6: Caminho de equilíbrio na forma normal 1	33
Figura 7: Representação na forma extensiva 2	34
Figura 8: Representação na forma normal 2	34
Figura 9: Matriz resumida 2	35
Figura 10: Caminho de equilíbrio na forma extensiva 2	36
Figura 11: Caminho de equilíbrio na forma normal 2	36
Figura 12: Representação na forma extensiva 3	39
Figura 13: Representação na forma extensiva 3	40
Figura 14: Matriz resumida 3	41
Figura 15: Caminho de equilíbrio na forma extensiva 3	42
Figura 16: Caminho de equilíbrio na forma extensiva 3	43

1 INTRODUÇÃO

O objetivo desta monografia é fazer uma análise crítica da Instrução CVM N° 361 através dos conceitos e aplicações de teoria dos jogos. Tal regulação foi escolhida por ser a referência legal para o processo de cancelamento de registro de companhia aberta, também chamado de fechamento de capital. A opção pelo ferramental de teoria dos jogos se explica pelo fato de a operação apresentar questões relevantes de assimetria de informação e conflito de interesses entre o acionista controlador e os acionistas minoritários, situações nas quais a aplicação de seus conceitos de interação estratégica e equilíbrio têm muito a agregar à análise.

As principais motivações para a realização deste estudo são a originalidade¹ da aplicação dos conceitos de teoria dos jogos para análise do processo de fechamento de capital, bem como o frequente contato que o autor tem com o tema em seu posto atual de trabalho.

Dentre as principais movimentações realizadas por empresas ao longo dos anos estão as operações de fusão e aquisição. Uma fusão representa a combinação de duas empresas numa única entidade. Já uma aquisição representa a compra de uma companhia por outra. Ambas as transações podem permitir às empresas alcançarem economias de escala e tirarem proveito das complementaridades, ou, por outro lado, reduzir sua eficiência em caso de operações mal sucedidas. Estas transações têm levantado debates sobre os mais variados temas, dentre os quais podemos citar as razões pelas quais ocorrem as fusões e aquisições, ou até mesmo o efeito destas operações sobre o valor de quem compra ou é comprado. No entanto, acreditamos que a questão mais interessante que cerca estes processos é seu aspecto estratégico.

Incluídos nestas questões estratégicas estão os inúmeros conflitos de interesse e assimetrias de informação entre as partes envolvidas. Num processo de aquisição via oferta hostil, por exemplo (em que uma empresa busca assumir o controle acionário de outra, mediante compra de ações em bolsa de valores, sem consulta ou acordo prévio e independente da vontade dos controladores da empresa alvo), os acionistas da ofertante vão buscar o preço mais baixo possível em relação ao valor que atribuem à empresa alvo. Além disso, os administradores da ofertante podem estar interessados na aquisição

¹ Até o instante em que este trabalho foi concluído, não tivemos conhecimento de nenhum estudo do processo de fechamento de capital analisado pelo ponto de vista da teoria dos jogos.

somente como uma forma de aumentar os ativos sob seu poder, uma maneira de “construir o seu império”². Por outro lado, os acionistas da empresa alvo vão buscar negociar um preço que reflita não somente o valor atual das ações que detêm, mas também todos os possíveis ganhos oriundos da transação. Assim como seus controladores podem tentar de todas as maneiras evitar que a operação ocorra, se utilizando dos mais variados mecanismos de defesa, ou até mesmo tentar extrair do ofertante um prêmio sobre o controle da companhia. Por fim, pode haver também outras empresas competindo com a ofertante, o que inclui neste debate os efeitos da competição sobre o comportamento dos acionistas de cada companhia.

Há ainda uma série de outros tópicos relacionados às questões informacionais dos processos de fusão e aquisição, como, por exemplo, os detalhes do jogo de barganha de preço entre as companhias, a influência da forma de pagamento sobre o comportamento dos envolvidos, os critérios adotados para se atribuir valor às empresas, e o possível efeito que uma ameaça de aquisição pode ter sobre os investimentos e a condução dos negócios da empresa alvo de maneira geral.

No entanto, as fusões e aquisições não são as únicas movimentações a que as empresas vêm recorrendo nos últimos anos como forma de alcançar o crescimento desejado. Uma outra operação que vem ganhando espaço no menu de estratégias é o cancelamento de registro de companhia aberta. Dentre seus principais fatores motivacionais podemos elencar: o elevado custo de manutenção de companhia aberta, injustificável no caso da empresa não desejar ou não conseguir acessar o mercado para levantar capital ou dar liquidez à participação dos sócios; a baixa liquidez de seus papéis, que impede que a empresa capture os benefícios de acesso ao mercado de capitais e traz um desconto para o valor da ação; o baixo valor atribuído pelo mercado, que pode ocorrer por diversos motivos, tais como porte pequeno, falta de interesse no setor de atuação e incerteza sobre o sucesso da empresa; possíveis contenciosos com minoritários, que trazem custos e desgaste para a empresa, podendo resultar em multas ou sanções aplicadas pela Comissão de Valores Mobiliários (CVM), inclusive aos diretores da companhia; e o racional estratégico, quando as principais concorrentes da empresa são companhias fechadas, gerando assimetria de informação, ou quando a manutenção do capital aberto de subsidiárias pode gerar conflitos de interesse. Portanto,

² *Empire building*, no jargão em inglês.

há nesse rol tanto fatores quantitativos quanto qualitativos, que precisam ser explorados no intuito de avaliar se o cancelamento de registro é de fato uma estratégia desejável.

Porém, é no processo de cancelamento de registro propriamente dito que reside o interesse deste trabalho. Assim como no caso das fusões e aquisições, esta operação também envolve questões de assimetria de informação e conflitos de interesse que merecem ser analisados por um viés estratégico mais detalhado. Neste sentido, esperamos somar à análise central deste trabalho os conhecimentos adquiridos no estudo de teoria dos jogos e negociação na *University of California, Berkeley*, que tiveram como foco os jogos de barganha, bem como o conhecimento prático do processo de fechamento de capital oriundo do contato direto com este tipo de operação em nosso posto atual de trabalho.

A análise crítica da Instrução CVM N° 361 seguirá a seguinte metodologia: em primeiro lugar, será feita uma identificação da natureza ou espécie dos jogos observados oriundos da regulação em questão, definindo a estrutura e o tipo de representação (normal/matricial ou extensiva/árvores) mais adequados para cada um; em seguida, serão identificados todos os resultados possíveis dos jogos para cada jogador, e, para cada resultado, será feita uma escala ordinal de preferências, atribuindo-lhes pontos; o próximo passo será buscar as soluções para cada jogo analisado, isto é, definir a melhor estratégia a ser seguida por cada jogador em cada situação, observando não só suas preferências como também as preferências e estratégias dos outros jogadores, e buscando encontrar os possíveis equilíbrios de cada jogo.

O objetivo desta monografia é identificar alguns problemas envolvendo assimetria de informação e conflito de interesses no processo de cancelamento de registro de companhia aberta, regulado pela Instrução CVM N° 361, assim como, uma vez identificados tais problemas, analisar se o ferramental de teoria dos jogos é capaz de ajudar a explicá-los e solucioná-los.

2 PANORAMA DA LITERATURA DE TEORIA DOS JOGOS APLICADA A FINANÇAS CORPORATIVAS

Podemos dizer que um jogo é um fenômeno social bastante comum. Contudo, muitos ainda não sabem que ele pode ser analisado matematicamente. Esta monografia ilustra exatamente essa possibilidade. Na verdade, estas ferramentas matemáticas surgiram originalmente no contexto de análise de situações de guerra, e foram sendo gradativamente aproveitadas para auxiliar no estudo de outras situações.

É impossível imaginar qualquer empresa que não enfrente situações de interação estratégica, isto é, aquelas em que os “jogadores” reconhecem a interdependência mútua de suas ações. Desde questões internas, como salários e tempo de trabalho, até processos externos, como definição do preço de aquisição de matéria-prima e o preço final de seus produtos. A crescente competição trouxe à tona uma maior necessidade de se estudar os aspectos estratégicos de uma companhia. São muito frequentes as discussões acerca de formação de conluios na produção de determinado bem e seu respectivo preço, ou sobre a capacidade de cooperação e coordenação de empresas em diferentes ambientes de competição. Obviamente, estas não são questões que surgiram nos últimos dez ou quinze anos. Pessoas, países e empresas sempre estiveram envolvidos em situações nas quais a solução para um determinado problema dependia não somente de suas ações, mas também das ações alheias e, mais ainda, do efeito que suas ações tinham sobre a decisão alheia. No entanto, a partir do momento em que começaram a se desenvolver ferramentas capazes de realizar uma análise mais completa destes tópicos, o assunto passou a receber um tratamento mais formal, principalmente por parte dos economistas.

A ferramenta mais utilizada atualmente para efetuar este tipo de análise é a teoria dos jogos. Ela pode ser definida como o ramo da matemática que estuda fenômenos sociais que envolvem interações estratégicas, ou interações entre dois ou mais indivíduos. Segundo Robert Gibbons, teoria dos jogos pode ser definida como o estudo de problemas que envolvem decisões de mais de um indivíduo. A primeira vantagem que podemos listar de se utilizar teoria dos jogos é a sua capacidade de nos ajudar a entender de forma teórica e formal o processo de decisão em situações de interação estratégica, a partir da compreensão lógica destas situações. Outra vantagem de se utilizar a teoria dos jogos é a sua ajuda no desenvolvimento de um raciocínio

estratégico, através da exploração de possibilidades de interação entre os jogadores, muitas vezes na contramão da intuição.

Economistas têm buscado nos seus conceitos a melhor maneira de representar e solucionar questões que envolvam interação estratégica. A noção de equilíbrio introduzida por John Nash há mais de cinquenta anos continua sendo um dos pilares desta ciência. Ela propõe uma análise baseada na melhor resposta de cada “jogador” a uma determinada estratégia de outro(s) jogador(es). A partir de sua ideia original, desenvolveram-se diversas outras formas de se tentar prever o comportamento destes jogadores em vários “jogos” específicos, como por exemplo o conceito de equilíbrio perfeito em subjogos, equilíbrio de Nash bayesiano e equilíbrio bayesiano perfeito. Muitos destes novos estudos e conceitos passaram a incorporar também situações de assimetria de informação, e com isso a possibilidade de se atribuir crenças aos jogadores a respeito dos outros jogadores - seja com relação ao seu tipo (suas características principais, que definem o seu perfil dentro do jogo) ou ao seu conjunto de estratégias disponível – e de eventos fortuitos que pudessem interferir nas regras e resultados do jogo.

Neste processo de evolução vieram também novos fenômenos observados nos jogos, como por exemplo sinalização, seleção adversa e risco moral. Os três se referem a problemas de assimetria de informação. A sinalização define as situações nas quais a parte mais informada envia um sinal para a menos informada, com o intuito de mostrar que tipo de jogador ele é, e com isso tentar se diferenciar dos outros. Já o problema de seleção adversa diz respeito à questão de assimetria de informações anterior a algum evento, o que pode levar a parte menos informada a selecionar exatamente o tipo de jogador que ela não gostaria. Por outro lado, o risco moral se refere à questão de assimetria de informações posterior a algum evento, na qual ocorre a transferência do risco de uma das partes envolvidas para a outra. O risco moral se configura a partir do momento em que a possibilidade de alteração do comportamento de quem transferiu o risco aumenta o risco que foi transferido. Não por coincidência, o estudo de risco moral se deu inicialmente no setor de seguros, com a constatação de que, após assinado o contrato, o segurado muitas vezes tornava-se mais propenso a utilizar os serviços da seguradora. Estes fenômenos ajudaram a explicar questões como a importância dos estudos para a obtenção de emprego e definição das condições de trabalho, definição de termos de contrato de financiamento e fornecimento de material, análise de risco de pessoas físicas e jurídicas, seguros, entre outros. Para efeitos desta monografia, estamos

especialmente interessados no modelo chamado de jogos de barganha, que acreditamos ser o mais adequado para analisar o processo de fechamento de capital de uma empresa.

2.1 Histórico

Considerado um dos precursores do que hoje chamamos de teoria dos jogos, o matemático francês Antoine Augustin Cournot foi um dos primeiros autores a desenvolver elementos importantes do método que seria formalizado e aplicado mais tarde na solução de jogos. Credita-se a ele a introdução da análise de equilíbrio em jogos não-cooperativos, fruto da apresentação de seu modelo (em livro publicado em 1838) de duopólio em que as duas empresas produzem um bem homogêneo e decidem simultaneamente a quantidade a ser produzida, estando cientes de que a quantidade escolhida pela outra afetaria seus lucros. Este modelo é hoje bastante conhecido, e leva o nome do próprio Cournot. Apesar de ser considerado o fundador da análise moderna de duopólio, há controvérsias a respeito da validade de se considerar o matemático francês o fundador da teoria dos jogos. O argumento colocado é que a solução de duopólio proposta por Cournot em seu modelo nunca se pretendeu uma teoria geral de interação estratégica, apesar de apresentar características do método que seria utilizado posteriormente em jogos não-cooperativos. Na realidade, sua solução deriva de de uma maximização das funções de lucro. Porém, ela corresponde exatamente ao equilíbrio de Nash do jogo entre as duas empresas.

No início do século XX, outro matemático – desta vez alemão – introduziu um método de solucionar jogos que ajudaria a desenvolver a análise atual de teoria dos jogos. Ernest Friedrich Ferdinand Zermelo demonstrou que, num jogo de xadrez, um dos jogadores tem sempre uma estratégia vencedora, isto é, um jogo de xadrez tem sempre uma solução³. A grande contribuição desta solução vem do método no qual ela se baseava, hoje conhecido como indução retroativa. Colocando de uma maneira simples, este método se resume em solucionar o jogo “de trás para frente”, ou seja, analisar as jogadas e os resultados no último estágio do jogo, e depois repetir o procedimento para os estágios precedentes.

³ A demonstração de Zermelo é uma demonstração de princípio. Ou seja, seu objetivo não era detalhar qual seria precisamente a estratégia vencedora, mas apenas mostrar que, para uma dada distribuição de peças no tabuleiro, sempre existia uma estratégia vencedora para um dos jogadores.

Outro importante precursor da teoria dos jogos foi o também matemático francês Félix Edouard Justin Emile Borel. Ele foi o primeiro a formular o conceito hoje conhecido como “estratégia”, à época chamado por ele de “método de jogo”. Segundo Borel, este método seria “um código que determina para cada circunstância possível (supostamente finitas em número) exatamente o que a pessoa deve fazer” (Myerson, 1999).

No entanto, apesar da inegável contribuição que estes três matemáticos trouxeram, a origem da teoria dos jogos está diretamente relacionada a John von Neumann, matemático húngaro que emigrou para os Estados Unidos na década de 1930. Von Neumann foi o primeiro a demonstrar que jogos de soma-zero (nos quais o ganho de um jogador é igual à perda do outro) podiam ser solucionados através da utilização de técnicas matemáticas. Em conjunto com Oskar Morgenstern, economista alemão também emigrado para os Estados Unidos, desenvolveu a análise dos jogos de soma-zero em sua famosa publicação de 1944, o livro *The Theory of Games and Economic Behavior*, que viria a se tornar um marco no estudo de teoria dos jogos. O livro também apresentava pela primeira vez a representação de um jogo na forma extensiva, também conhecida como árvore do jogo. Nesta forma de representação, as decisões de cada jogador em cada estágio do jogo são representadas através de ramos a partir de um determinado ponto, gerando ramificações semelhantes às observadas em árvores. Além disso, Von Neumann e Morgenstern discutiram também neste livro a possibilidade de cooperação e formação de coalizões entre os jogadores.

Apesar de ser considerado a base da atual teoria dos jogos, *The Theory of Games and Economic Behavior* concentrou sua análise em jogos de soma-zero. Contudo, este tipo de jogo se mostrava restritivo, pois na grande maioria das situações nas quais se observam interações entre dois ou mais indivíduos existe a possibilidade de cooperação entre os envolvidos. Foi somente através de novos conceitos e ferramentas introduzidos a partir da década de 1950 que estas situações puderam ser analisadas de maneira mais formal. Os grandes nomes por trás deste passo adiante no estudo de interações estratégicas foram os de John Nash, John Harsanyi e Reinhard Selten, ganhadores do Prêmio Nobel de Economia em 1994.

John F. Nash Jr., provavelmente o mais conhecido entre todos aqueles que ajudaram a construir o que hoje conhecemos como teoria dos jogos, escreveu um artigo em 1951 (“*Non-Cooperative Games*”) no qual apresentou uma ideia de equilíbrio para modelos de jogos além do de soma-zero. Segundo Nash, o equilíbrio de um jogo se

daria pela interseção das estratégias de melhor resposta de cada jogador, isto é, a situação do jogo na qual cada jogador adota a melhor estratégia possível, dadas as estratégias dos demais jogadores. Desta forma, nenhum deles teria incentivo para escolher outra estratégia, o que definiria uma situação de equilíbrio. Esta noção de equilíbrio foi tão importante para o desenvolvimento da teoria dos jogos que acabou inclusive ganhando o nome de seu fundador, passando a ser chamada de Equilíbrio de Nash. A partir daí, se tornou possível estudar uma série de jogos além do de soma-zero, até então limitados pelo pouco efetivo ferramental disponível. Foi possível também contestar mais de cento e cinquenta anos de teoria econômica, ao demonstrar que, em determinadas circunstâncias, quando cada indivíduo escolhe racionalmente a estratégia que melhor atende a seus próprios interesses, o resultado final não é aquele mais satisfatório para todos.

A noção de equilíbrio de Nash foi refinada posteriormente pelo economista e matemático alemão Reinhard Selten, que criou uma forma ainda mais restritiva de se determinar possíveis equilíbrios para um jogo. Em artigo publicado em 1965, criou o que hoje se chama de “equilíbrio perfeito em subjogos”, que define estratégia de equilíbrio como a estratégia ótima considerando-se todos os possíveis desdobramentos do processo de interação estratégica. Em outras palavras, para uma estratégia fazer parte de um equilíbrio perfeito em subjogos, ela deve prescrever a melhor jogada possível para um determinado jogador em todos os momentos em que ele possa vir a ter que tomar uma decisão.

O terceiro nome por trás do desenvolvimento de técnicas e conceitos que levaram o estudo de teoria dos jogos a um novo patamar é o de John Harsanyi. O economista húngaro desenvolveu um modelo para analisar situações em que há diferença na qualidade ou quantidade de informações que cada jogador possui, chamado de “modelo de informação incompleta”. A motivação partiu da observação de que, em muitos casos, há indivíduos que dispõem de informação privilegiada em relação aos demais dentro de um jogo. Até Harsanyi apresentar seu modelo, os economistas não possuíam uma ferramenta adequada para analisar uma situação em que a informação assimétrica produzia incerteza. Ele mostrou, no entanto, que o conceito de equilíbrio de Nash poderia ser estendido para os modelos de informação incompleta.

Mais recentemente, outros dois estudiosos de teoria dos jogos tornaram-se mundialmente conhecidos em função de terem recebido o Prêmio Nobel de Economia no ano de 2005, com a justificativa de que eles melhoraram o nosso entendimento sobre

conflitos e cooperação através da análise da teoria dos jogos. São eles o economista e matemático Robert Aumann e o economista Thomas Schelling. Aumann, nascido na Alemanha mas de nacionalidades israelense e norte-americana, foi peça fundamental no desenvolvimento do estudo de jogos repetidos. Suas formulações matemáticas permitiram aos teóricos de jogos analisarem possibilidades de cooperação em situações nas quais a interação estratégica pode ter duração indeterminada. Com este novo instrumental, foi possível demonstrar, por exemplo, que se um jogo for jogado um número indeterminado de vezes, então não podemos excluir a possibilidade de cooperação entre os jogadores, mesmo quando a solução do jogo-base não prevê cooperação. Suas ideias foram aplicadas a diversas áreas de conhecimento, desde economia até diplomacia, política e religião. Ajudou a entender, por exemplo, como funcionam os cartéis, bem como as razões de seu sucesso ou fracasso. E foi muito importante também para entender os princípios que regem os conflitos de qualquer natureza.

Thomas Schelling, por sua vez, é um economista norte-americano que, assim como Aumann, teve bastante contribuição na aplicação de teoria dos jogos para análise de conflitos. Seu livro *The Strategy of Conflict*, publicado em 1960, trouxe uma série de intuições importantes utilizadas até hoje em situações de cooperação ou conflito. Schelling sugere, por exemplo, que uma das formas de se deter uma ameaça é tornar a resposta a ela imprevisível, tanto para quem ameaça quanto para quem está sendo ameaçado. Esta imprevisibilidade poderia representar um risco alto o suficiente para desestimular o ameaçador. Outra intuição apresentada por Schelling é a de que, em determinados casos, pode ser interessante para um jogador reduzir suas opções disponíveis, e mais do que isso, deixar disponível apenas a pior delas. Isto seria uma maneira de sinalizar para os demais jogadores o seu comprometimento em seguir uma determinada estratégia. Além disso, introduziu também o conceito de ponto focal, que seria um elemento de destaque num dado contexto, capaz de facilitar a coordenação dos jogadores, mesmo quando estes estiverem impossibilitados de se comunicarem.

Por fim, novos modelos e conceitos foram surgindo desde então apoiados nestes pilares, desde negociações envolvendo jogos de barganha até estudos de evolução de populações. A teoria dos jogos é hoje aplicada às mais diversas áreas, e é reconhecida como ferramenta fundamental para estudar qualquer tipo de situação envolvendo interação estratégica.

2.2 Formalização

Nesta seção iremos apresentar uma definição mais formal e precisa do que estamos chamando de “jogo”. É importante, antes de tudo, definir alguns elementos necessários à compreensão do objeto de estudo da teoria dos jogos.

Jogadores

Quaisquer agentes individuais ou coletivos cujas decisões influenciam os ganhos dos outros. Um jogo é o conjunto dos jogadores e das decisões disponíveis para cada um deles.

Estratégia

Uma estratégia é um plano contingente completo. Isto é, ela prescreve o que o jogador deve fazer em cada momento do jogo no qual ele pode vir a jogar.

Ganho

Representação da situação final do jogo para cada jogador, isto é, significa o quê ou quanto cada um recebe quando o jogo chega ao fim, para um dado conjunto de estratégias. O ganho geralmente é representado sob a forma de um número, que pode significar tanto um ganho tradicionalmente apresentado como um número (valores monetários, por exemplo), quanto uma preferência do jogador – neste caso, as preferências são enumeradas de maneira ordinal, com o maior número representando o melhor resultado possível para o jogador.

Interações

Chamamos de interações as situações nas quais as ações de um determinado jogador afetam os demais. Em outras palavras, existe uma interdependência mútua entre os jogadores com relação aos seus conjuntos de estratégia dentro de um jogo. Ou seja, o que cada jogador faz depende tanto de suas preferências e características quanto das dos demais jogadores.

Comportamento Estratégico

Cada jogador, no momento em que decide o que fazer num jogo, leva em consideração o fato de que existe interação entre ele e os demais jogadores, e que, por esta razão, o que ele decide afeta a decisão dos outros, que por sua vez tem consequências sobre seus ganhos e estratégias.

Racionalidade

É a premissa de que cada jogador adota os meios mais adequados para atingir seus objetivos. O conceito de racionalidade em teoria dos jogos não diz respeito à definição do objetivo de cada jogador – ou seja, se é um objetivo egoísta, altruísta ou justo – mas sim à coerência entre os meios e os objetivos. A teoria dos jogos, portanto, não impõe restrições quanto aos objetivos almejados pelos jogadores. Um jogador é racional se, dado seu objetivo, age de maneira coerente. Segundo Fiani (2006), um jogador racional é aquele que: (i) aplica a lógica a premissas dadas para chegar às suas conclusões; (ii) considera apenas premissas justificadas a partir de argumentos racionais; e (iii) usa evidências empíricas com imparcialidade ao julgar afirmações sobre fatos concretos.

Jogos Simultâneos

São os jogos nos quais os jogadores tomam suas decisões sem ter conhecimento prévio da ação realizada pelos demais participantes. Isto pode ocorrer tanto quando os jogadores tomam suas decisões de forma simultânea, quanto no caso em que, mesmo não sendo simultâneo, os jogadores não observam as ações dos demais.

Jogos Sequenciais

Também chamados de jogos dinâmicos, são os jogos nos quais o jogador tem conhecimento da jogada de seu antecessor. Neste tipo de jogo, a ordem em que cada jogador toma as suas decisões é fundamental para o resultado final.

Forma Normal

A forma normal é usualmente utilizada para representar jogos simultâneos, mas também permite a representação de jogos sequenciais. Ela consiste numa matriz contendo os jogadores, suas respectivas estratégias e os ganhos gerados por cada par de estratégias. Uma típica matriz possui o jogador 1 e suas estratégias nas linhas, e o jogador 2 e suas estratégias nas colunas. Os ganhos são representados por dois números,

sendo o primeiro correspondente ao recebido pelo jogador 1 – nas linhas – e o segundo pelo jogador 2 – nas colunas.

Forma Extensiva

A forma extensiva é usualmente utilizada para representar jogos sequenciais, mas também permite a representação de jogos simultâneos. Os jogos são representados através de árvores, nas quais cada vértice representa um momento de tomada de decisão de um dos jogadores. Um número listado no vértice indica qual jogador deve tomar uma decisão naquele momento do jogo. Os ganhos aparecem somente nas extremidades finais da árvore.

2.3 Jogos de Barganha

No que tange ao contexto corporativo “moderno”, é imprescindível que os executivos saibam como negociar. Como explicou o economista John McMillan, tornar-se um bom negociador é tanto uma arte quanto uma ciência. Ou seja, apesar do domínio da ciência ser uma condição necessária, certamente não é suficiente. Muitas vezes esta arte advém da experiência, que traz consigo também uma maior possibilidade de percepção dos elementos específicos de cada situação que a ciência somente não é capaz de trazer, e que muitas vezes é essencial. São muitos os fatores que ajudam a moldar o perfil de um bom negociador, como, por exemplo, capacidade de comunicação e postura. No entanto, de maneira mais geral, os melhores negociadores são aqueles capazes de perceberem quando devem tratar a pessoa do outro lado da mesa como um adversário ou como um aliado.

Como então distinguir uma situação na qual devemos ceder de outra na qual devemos ser mais persistentes? Como definir a melhor estratégia de negociação, ou o *timing* de fazer ou recusar uma oferta? Como fazer para alcançar o melhor resultado possível numa negociação? Atualmente, o arcabouço teórico de teoria dos jogos é a melhor ciência da qual dispomos para responder a estas perguntas. Seus conceitos nos ajudam a estudar situações estratégicas e a entender melhor situações complexas como jogos de barganha e negociações para definição de, por exemplo, preços e salários. Ela também nos ajuda a analisar de que lado se encontra o maior poder de barganha, e qual a maneira mais adequada de se tirar vantagem de tal posição (muito embora, às vezes, a

questão mais interessante seja a fonte deste poder de barganha). Ou ainda, no quesito mais específico da definição das estratégias, quando devemos agir rapidamente ou aguardar, quando ser mais agressivo ou recuar, quando dizer sim e quando dizer não.

A teoria formal dos jogos de barganha surgiu no início da década de 1950 com John Nash, através da chamada Teoria Axiomática de Nash (1950a). Segundo Nash, um jogo de barganha se caracteriza por três critérios: (i) existem ganhos com um possível acordo entre os jogadores; (ii) existe um conflito de interesse acerca de qual acordo será firmado; e (iii) nenhum acordo pode ser imposto a nenhum jogador sem seu consentimento. Nash define um problema de barganha como sendo o conjunto de utilidades que pode ser alcançado através de um acordo numa negociação, juntamente com o conjunto de utilidades caso o acordo não seja alcançado. Ele define ainda a solução de barganha como sendo a função que oferece um único resultado para esses problemas. Neste caso, uma possível solução deveria satisfazer quatro condições estabelecidas. No entanto, em sua análise, somente uma delas consegue isto, e por esta razão é chamada de solução de barganha de Nash.

Posteriormente, novos modelos e interpretações foram surgindo, entre eles o jogo de barganha com ofertas alternadas. Ao contrário do modelo proposto por Nash, o jogo de barganha com ofertas alternadas é estratégico, e não axiomático. Ao invés de focar na atitude dos jogadores frente ao risco, este modelo tem como centro das atenções o comportamento dos jogadores no que diz respeito ao tempo. O procedimento adotado neste tipo de jogo pode sofrer variações como, por exemplo, a qualidade da informação de cada jogador com respeito ao outro, podendo ser caracterizado como de informação perfeita ou imperfeita. Porém, a estrutura básica é a de ofertas alternadas entre os jogadores, em que uma contra-proposta pode ser apresentada caso haja rejeição da primeira oferta, mas somente um intervalo de tempo após o recebimento da mesma. Com isto, há a introdução de um elemento novo na análise – a impaciência – assim como de um novo parâmetro – o fator de desconto.

Em geral, o jogo de barganha com ofertas alternadas é apresentado sob a forma extensiva, e analisado sob o ponto de vista do conceito de equilíbrio de Nash perfeito em subjogos. A introdução do elemento “tempo” torna os jogadores mais dispostos a alcançar um acordo o mais breve possível, uma vez que um ganho X em $t=1$ vale menos que X em $t=0$. De fato, este ganho é descontado a uma taxa δ – com valor entre 0 e 1 – que pode variar de jogador para jogador. A análise e as premissas acerca deste fator de desconto δ são essenciais para determinar de que lado está o maior poder de barganha

numa negociação. Conforme citado acima, muitas vezes o interesse maior não é saber quem possui maior poder de barganha, mas sim sua fonte. Portanto, podemos afirmar que uma dessas fontes é exatamente a capacidade de cada jogador de esperar um período adicional para a definição do acordo. Em outras palavras, o jogador mais paciente se incomoda menos de ter que esperar mais um período para finalizar a negociação, e por isso pode de fato utilizar esta característica como forma de “ameaça” a seu oponente durante um processo de barganha.

Outra fonte de poder de barganha é a opção alternativa que cada jogador possui caso um acordo não seja alcançado na negociação, tecnicamente chamada de “status quo”. Conforme a premissa de que existem ganhos alcançáveis para ambos os jogadores num jogo de barganha, aquele com o pior status quo tem mais a perder caso um acordo não seja alcançado. Portanto, terá um incentivo maior a tentar o sucesso da negociação, o que acaba por transferir poder de barganha para seu oponente.

Existem também outras definições e abordagens para os jogos de barganha. De acordo com Osborne e Rubinstein (2005), por exemplo, a teoria de barganha é uma exploração da relação entre o resultado da negociação e as características da situação. Dentro do universo dos jogos conhecidos como situações de barganha, o interesse pode estar voltado para diferentes tópicos, desde a estrutura do jogo até a forma como se dá a divisão dos ganhos provenientes de um eventual acordo.

3 CAPITAL ABERTO x CAPITAL FECHADO

3.1 O Que é uma Empresa de Capital Aberto?

Ao longo do processo de crescimento de uma empresa, é natural que exista constantemente a necessidade de obtenção de recursos para financiamento de projetos, planos de expansão, inovação tecnológica, entre outros. As duas formas mais comuns de financiamento são a contração de dívida e a oferta de ações da companhia. No primeiro caso, a empresa recebe um empréstimo e assume um compromisso junto ao seu credor para repagá-lo ao longo do tempo, conforme acordado entre as partes. Não há, portanto, qualquer alteração no quadro societário da companhia.

Já a segunda opção pode de fato representar uma mudança na estrutura acionária da empresa. As ações representam um certificado de propriedade de parte de uma empresa. Logo, o dono de uma ação é dono também de uma fração do capital social da organização, tornando-se seu acionista ou sócio. Uma empresa de capital fechado é aquela na qual as ações que compõem o seu capital social estão nas mãos de poucos acionistas e não podem ser livremente negociadas em bolsa de valores ou mercado de balcão. Não pode haver distribuição pública de valores mobiliários. Isto é, qualquer tipo de negociação deve ser feita exclusivamente em âmbito particular. Desta forma, alguém que deseja se tornar sócio desta companhia só alcança o seu objetivo caso consiga convencer algum acionista a vender uma parcela de sua participação.

Já as ações de uma empresa de capital aberto podem ser livremente negociadas em bolsas de valores e mercados de balcão. Ao abrir o capital, os acionistas estão na verdade transferindo a propriedade de uma fatia da companhia para as mãos do público, fazendo com que qualquer investidor interessado possa comprar as ações e tornar-se um sócio da empresa. Na verdade, antes mesmo de promover a abertura de seu capital, o primeiro passo para a companhia deve ser a sua transformação em uma sociedade anônima, passando então a ser regida pela Lei nº 6.404/76, a chamada “Lei das Sociedades por Ações”, e pela Lei nº 6.385/76, que dispõe sobre o mercado de valores mobiliários. Segundo definição da Bolsa de Valores, Mercadorias e Futuros (BM&FBovespa), “uma companhia é considerada aberta quando promove a colocação de valores mobiliários em bolsas de valores ou no mercado de balcão, sendo

considerados valores mobiliários: ações, bônus de subscrição, debêntures e notas promissórias para distribuição pública”.

E por que então uma empresa decide abrir o capital? Em primeiro lugar, como já citado anteriormente, esta é uma forma de obter recursos para financiar seus projetos. No entanto, ao contrário do que ocorre no caso da dívida, a abertura de capital não envolve fluxos de pagamento de juros e principal, não impactando negativamente o fluxo de caixa da companhia. Por esta razão, acredita-se que esta é uma maneira mais saudável de se levantar o mesmo montante que poderia ser obtido através de um empréstimo. Além disso, ao abrir o seu capital, passa a ser exigido pela Comissão de Valores Mobiliários (CVM) que a empresa divulgue publicamente uma série de informações a seu respeito, inclusive detalhes de seus demonstrativos financeiros. Apesar do custo inerente a tais exigências, esta transparência é geralmente bem vista pelos investidores, o que tende a gerar um prêmio à companhia em relação a seus concorrentes. Outro benefício proveniente da abertura de capital é a cobertura que analistas de bancos, corretoras e gestores de fundos de investimento passam a fazer das ações da empresa, levando a um acompanhamento constante de seu desempenho e, conseqüentemente, a uma maior exposição da companhia junto ao público.

Segundo a própria BM&FBovespa, existem cinco vantagens básicas de se abrir o capital. A primeira seria o maior acesso a capital, impulsionado mais ainda pela redução do risco que a operação traz consigo, reduzindo não só o custo da dívida mas também o custo de capital. A segunda vantagem elencada é a liquidez que a abertura de capital traz para os sócios, uma vez que eles podem transformar parte de suas ações em dinheiro tanto no momento da operação quanto futuramente na bolsa de valores. Outra vantagem seria a possibilidade de realizar aquisições utilizando as ações como forma de pagamento, evitando assim uma descapitalização da empresa. A quarta vantagem apontada é o referencial de valor que a constante avaliação dos investidores gera para a companhia. Por fim, a empresa poderia se beneficiar também da melhora da imagem institucional, resultado da maior projeção e reconhecimento que passaria a ter após abrir o capital.

3.2 Por Que as Empresas Fecham o Capital?

Com base nos argumentos apresentados na seção anterior, é natural que surja a seguinte dúvida: por que então as empresas optam por fechar o capital? Ou seja, se manter o capital aberto gera tantos benefícios, por qual razão uma empresa deveria seguir pelo caminho contrário e decidir fechar o seu capital? De fato, esta tem se mostrado uma estratégia bastante comum no Brasil nos últimos cinco anos. Entre 2005 e 2008, mais de quarenta empresas realizaram com sucesso uma oferta pública de ações (OPA) para fechamento de capital, e outras sessenta e sete obtiveram cancelamento de registro de companhia aberta com dispensa de realização de OPA por parte da CVM. Já no ano de 2009, foram quatro OPAs bem sucedidas e outros quatro processos de fechamento de capital obtidos com dispensa de OPA até o início do mês de novembro. Além disso, mais de vinte empresas estavam com seus processos em análise pela CVM.

Voltando à pergunta feita no parágrafo anterior, existem cinco principais motivos pelos quais uma companhia decide fechar o seu capital. Em primeiro lugar, os custos necessários para manter a qualidade de companhia aberta podem ser altos demais. Estão incluídos neste grupo os custos relativos a obrigações junto à CVM (taxa de fiscalização, por exemplo), à BM&FBovespa (anuidade, por exemplo), e outros como manutenção da área de relações com investidores, auditoria, publicações e apresentações ao mercado. Segundo levantamento realizado pela Bovespa no ano de 2004, o custo médio entre as empresas de pequeno porte (com receita líquida inferior a R\$ 200 milhões) é de R\$ 536.667,00, subindo para R\$ 990.425,00 entre as de médio porte (com receita líquida entre R\$ 200 milhões e R\$ 500 milhões) e R\$ 1.989.483,00 entre as de grande porte (com receita líquida acima de R\$ 500 milhões). Portanto, caso a companhia não deseje ou não consiga acessar o mercado para levantar capital ou dar liquidez à participação dos sócios, os custos podem tornar-se injustificáveis.

O segundo motivo pelo qual uma empresa pode optar por fechar seu capital está relacionado à liquidez de suas ações na bolsa de valores. Quando a ação é muito pouco líquida, ela geralmente sofre um desconto em relação às ações de empresas comparáveis. Além disso, a companhia pode acabar ficando impedida de capturar os benefícios de acesso ao mercado de capitais. No caso de estruturas de controle verticalizadas, o capital aberto de subsidiárias pode dispersar a liquidez das ações,

podendo ser recomendável o fechamento de seu capital. Por fim, a baixa liquidez pode levar também a uma pouca cobertura de analistas, o que afasta a ação do radar dos investidores, dificultando sua valorização.

Outro fator que leva companhias a fecharem seu capital é o baixo valor atribuído pelo mercado às suas ações. Isto pode ocorrer por diversos motivos, como por exemplo performance econômico-financeira negativa ou volátil, demasiada incerteza sobre o sucesso da empresa, falta de interesse dos investidores no setor de atuação ou pequeno porte relativo. Em alguns casos, isso é suficiente para que a manutenção de condição de empresa aberta não seja justificável.

O quarto motivo apontado como motivação para o fechamento de capital é o chamado racional estratégico. Na verdade, apesar dos benefícios apontados na seção anterior quanto à transparência exigida de companhias abertas, quando os principais concorrentes da empresa são companhias fechadas, a manutenção como companhia aberta acaba gerando um cenário de assimetria de informação, o que pode ser prejudicial à companhia. Além disso, quando há desalinhamento da estratégia entre controladores, administradores e minoritários, e estes possuem poder de influência nos negócios da empresa, a manutenção como companhia aberta pode restringir os planos da empresa (no caso, por exemplo, de operações societárias ou fiscais). E, por fim, a manutenção do capital aberto de subsidiárias pode gerar conflitos de interesse, por exemplo, a respeito de emissão de dívidas (quem deveria emitir: a controladora ou a controlada?) e distribuição de dividendos (deveriam se adotar critérios diferentes ou a distribuição deveria ser proporcional?).

O quinto e último fator que pode sugerir o fechamento de capital como a melhor opção a ser implementada são os potenciais contenciosos com minoritários. Quando uma empresa abre o capital, parte de suas ações geralmente fica em posse de um número elevado de acionistas minoritários. Alguns deles frequentemente abrem processos de reclamação de direitos ou de questionamentos sobre ações da companhia junto à CVM e à justiça, trazendo custos e desgastes para a empresa. Os contenciosos podem resultar em multas ou sanções aplicadas pela CVM, inclusive aos diretores da companhia. No Brasil, há uma tendência crescente de ativismo, que é intensificado com o desenvolvimento do Novo Mercado, segmento da BM&FBovespa no qual apenas ações do tipo ordinária – ou seja, com direito a voto – são permitidas. Com isso, o problema de contenciosos com acionistas minoritários tem se tornado cada vez mais preocupante.

4 ANÁLISE DO PROCESSO DE FECHAMENTO DE CAPITAL À LUZ DE TEORIA DOS JOGOS

4.1 Descrição do Processo de Fechamento de Capital

De acordo com a Instrução CVM nº 361, a solicitação de cancelamento de registro de companhia aberta (fechamento de capital) deve ser feita somente pela própria companhia ou por seu acionista controlador. Por acionista controlador entende-se “a pessoa, natural ou jurídica, fundo ou universalidade de direitos ou o grupo de pessoas vinculadas por acordo de voto, ou sob controle comum, direto ou indireto, que: a) seja titular de direitos de sócio que lhe assegurem, de modo permanente, a maioria dos votos nas deliberações da assembleia geral e o poder de eleger a maioria dos administradores da companhia; e b) use efetivamente seu poder para dirigir as atividades sociais e orientar o funcionamento dos órgãos da companhia”.

A companhia que deseja realizar o fechamento de capital deve observar alguns requisitos. Em primeiro lugar, o processo deve ser realizado através de uma Oferta Pública de Ações (OPA). Esta OPA, salvo exceções expressas na instrução, é lançada por preço uniforme. Desta forma, o ofertante (acionista controlador ou a própria companhia) deve contratar uma instituição para realizar um laudo de avaliação, que determinará o chamado preço justo da oferta. Uma vez definido este preço, os demais acionistas da companhia devem decidir se se habilitam ou não para o leilão da OPA. Estes acionistas serão considerados “concordantes” com o cancelamento de registro caso aceitem a OPA, vendendo suas ações no leilão, ou manifestem expressamente sua concordância com o cancelamento. Por outro lado, serão considerados “discordantes” do cancelamento de registro se, havendo se habilitado para o leilão, não aceitarem a OPA. Para que o ofertante alcance seu objetivo de fechar o capital da empresa, é preciso que o número de ações pertencentes aos “concordantes” seja superior a 2/3 (dois terços) das ações em circulação. Para efeito deste processo, são consideradas ações em circulação apenas as ações cujos titulares concordam expressamente com o cancelamento de registro ou se habilitam para o leilão de OPA.

Um possível desdobramento do processo de fechamento de capital é a revisão do preço da oferta, prevista no artigo 4-A da Lei 6.404/76 (“Lei das S/A”). De maneira

resumida, o pedido de revisão é realizado quando há convicção de que houve falha ou imprecisão na metodologia de cálculo ou critério de avaliação adotado para definição do preço justo. Neste caso, é realizada assembleia especial de acionistas de ações em circulação, que pode deliberar pela realização ou não de nova avaliação da companhia. Caso a decisão seja de que não deve haver nova avaliação, é retomado o curso do processo de registro ou da própria OPA pelo prazo remanescente. No entanto, caso a decisão seja de que deve haver nova avaliação, dois cenários distintos podem ocorrer. O primeiro cenário é quando o novo laudo de avaliação aponta um valor igual ou inferior ao valor inicial da OPA. Neste caso, o procedimento é o mesmo descrito acima – retoma-se o curso do processo de registro ou da própria OPA. Já o segundo cenário ocorre quando o novo laudo de avaliação aponta um valor superior ao valor inicial da OPA. Neste caso, é facultado ao ofertante a opção de manter ou desistir da OPA. Caso a decisão seja por mantê-la, procede-se mais uma vez conforme descrito acima.

4.2 Características Gerais do Jogo de Fechamento de Capital

Conforme explicitado no Capítulo 1, o objetivo deste trabalho é buscar uma interpretação do processo de fechamento de capital descrito acima através das ferramentas disponíveis em teoria dos jogos. O primeiro passo deste trabalho será analisar um modelo simples e objetivo que sirva de referência para as demais situações que serão analisadas mais adiante. A ideia é que, a partir deste modelo, seja possível introduzir características específicas de cada caso, de modo a sofisticar cada vez mais a análise. Neste trabalho analisaremos duas possíveis situações para o jogo de fechamento de capital: o jogo de informação perfeita e o jogo de informação imperfeita – que se diferenciam pelo nível de informação que cada jogador possui a respeito do outro.

As características gerais deste modelo são as seguintes:

- i) Existem 2 jogadores: o acionista controlador – jogador 1 – com 60% do total das ações; e o acionista minoritário – jogador 2 – com os 40% restantes.
- ii) O custo do processo de fechamento de capital para os jogadores é 0 (zero)⁴.

⁴ Os principais custos para o jogador 1 se referem a: registros junto à CVM de documentos relativos ao processo de oferta pública de ações e fechamento de capital; e contratação de instituição intermediária para realização do laudo de avaliação. Para o jogador 2, os custos estariam relacionados: à regularização de sua situação para participação no leilão de OPA; bem como à contratação de nova instituição intermediária para realização de novo laudo de avaliação em caso de revisão do preço da oferta.

- iii) O jogo segue as características de um jogo de barganha. Ou seja, a formação do preço justo da OPA e a aceitação ou não por parte do minoritário é interpretado como um jogo de barganha entre os acionistas. Isso se justifica pela adoção da premissa de que a decisão do minoritário de vender ou não as ações no leilão é uma questão de preço, e não de princípio. Portanto, o fator determinante para a análise do comportamento dos jogadores seria o preço ofertado pelas ações do minoritário, e não suas preferências quanto à condição do registro da companhia.
- iv) Não estamos considerando o caso em que há concordância expressa com o cancelamento de registro. Isto é, o jogador 2 sempre opta por se habilitar ao leilão de OPA. Sua decisão, portanto, é sempre entre aceitar ou não o preço oferecido pelo jogador 1.
- v) O jogo é jogado em dois períodos. Em $t = 1$, o jogador 1 oferece um preço P pelas ações do jogador 2, que pode aceitar ou não a oferta. Neste caso, adotamos a premissa de que aceitar a oferta seria equivalente a vender as ações no leilão, e não aceitar a oferta seria equivalente a entrar com pedido de revisão do preço. Na verdade, como já explicitado anteriormente, o processo de revisão do preço de oferta envolve a comprovação de falha ou imprecisão da metodologia utilizada. Contudo, estamos adotando a premissa de que isto não envolve maiores dificuldades ou impedimentos. Logo, por se tratar de um jogo de barganha, a revisão do preço representaria a forma através da qual o minoritário poderia buscar um aumento de seu ganho. Caso sua decisão seja de não aceitar P , o jogador 1 tem a opção, em $t = 2$, de desistir do processo ou oferecer um novo preço P' (necessariamente maior que P). Novamente, cabe ao jogador 2 escolher se aceita ou não a oferta. Como pode haver somente 1 pedido de revisão de preço, não aceitar a oferta em $t = 2$ significa o fim do processo.
- vi) Não há repetição do jogo. Ou seja, trata-se de um jogo finito, jogado uma única vez.
- vii) Não há comunicação entre os jogadores, de modo que não é possível fazer qualquer tipo de ameaça ou promessa que não estejam explícitas nas regras do jogo.

- viii) Ambos os jogadores descontam o futuro pela mesma taxa⁵ $\delta = 1$.
- ix) C: valor⁷ percebido pelo jogador 1 para a participação do jogador 2 na companhia (40%):
- $C = 2$ ou 3
 - Probabilidade de $C = 3$: Q
 - Probabilidade de $C = 2$: $1 - Q$
- x) M: valor⁹ atribuído pelo jogador 2 à sua participação na companhia (40%):
- $M = 1$
 - M reflete o valor de mercado das ações em posse do jogador 2, logo, seu valor é de conhecimento comum¹¹
- xi) C e M não mudam durante o jogo.
- xii) $C > M$. Como M reflete o valor de mercado das ações em posse do jogador 2, adotamos a premissa de que o jogador 1 sempre atribui um “prêmio de fechamento de capital” sobre o valor de M. Isto é, o acionista controlador sempre valoriza mais as ações nas mãos do minoritário do que o próprio minoritário, dado que elas representariam, para o controlador, o êxito em seu objetivo de fechar o capital da empresa.
- xiii) P: preço oferecido pelo jogador 1 em $t=1$
- xiv) P': preço oferecido pelo jogador 1 em $t=2$

⁵ O fator de desconto δ representa o quanto cada jogador valoriza ganhos no futuro em relação a ganhos no presente. Por esta razão, é considerado um parâmetro que mede o grau de impaciência de um jogador em um determinado jogo. Seu valor é usualmente fixado entre 0 e 1. Portanto, $\delta = 1$ significa que o jogador é indiferente entre ganhos no presente e ganhos em qualquer instante no futuro.

⁷ Estes números não possuem nenhuma unidade de valor. Foram selecionados com o único objetivo de representar uma escala ordinal de preferências para os jogadores.

⁹ Idem à nota 7.

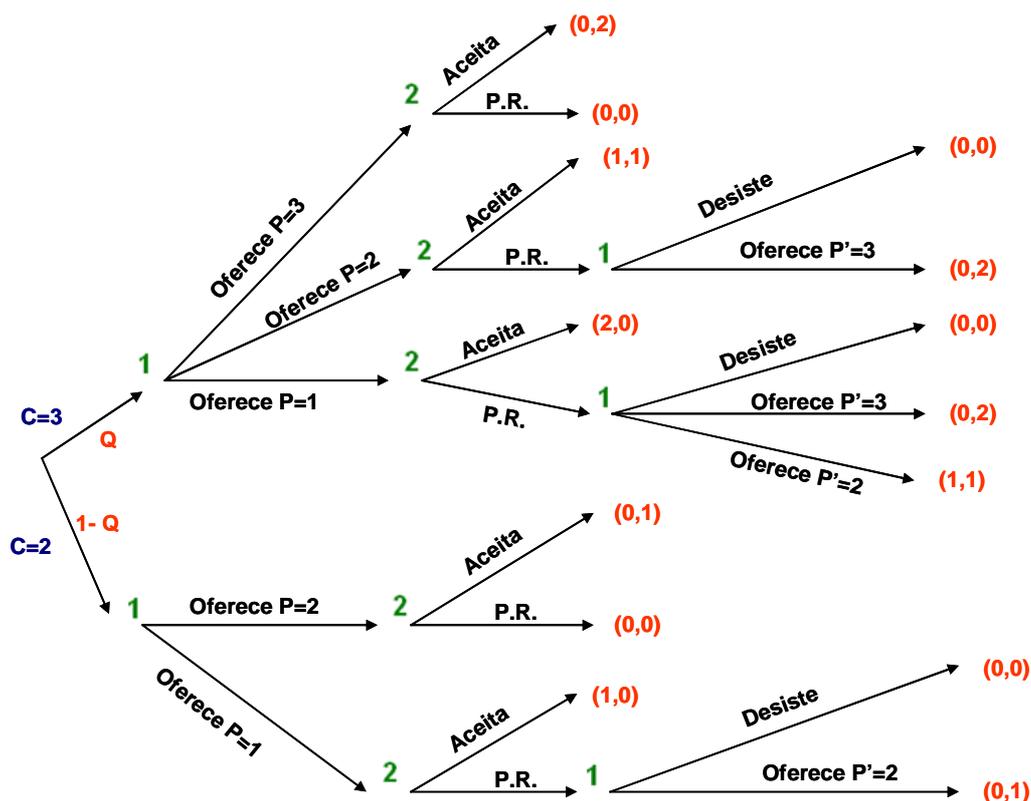
¹¹ *Common knowledge*, no jargão em inglês. Significa que ambos os jogadores conhecem o valor de M, sabem que o outro conhece o valor de M, sabem que o outro sabe que ambos conhecem o valor de M e assim por diante.

- xv) P^* : referência geral ao preço oferecido pelo jogador 1 em qualquer instante do tempo.

A análise de cada jogo se dará da seguinte maneira:

- I. Representar o jogo na forma extensiva (árvore);
- II. Representar o jogo na forma normal (matriz);
- III. Encontrar o o(s) equilíbrio(s) do jogo pelos critérios de:
 - a. Dominância
 - b. Equilíbrio de Nash
- IV. Enumerar as considerações acerca do resultado encontrado, bem como os pontos positivos e negativos da análise

Figura 1: Representação geral do jogo de fechamento de capital na forma extensiva



¹³ De fato, quando um jogador possui exatamente as mesmas jogadas disponíveis (digamos que sejam J jogadas) em todos os seus conjuntos de informação dentro de um jogo (digamos que sejam I conjuntos de informação), o número total de estratégias para este jogador é igual a J^I . No caso apresentado, temos 2 jogadas disponíveis ("aceitar o preço oferecido" e "pedir revisão") e 3 conjuntos de informação, o que significa um total de $2^3 = 8$ estratégias.

4.3 O Jogo de Informação Perfeita

O primeiro caso que iremos analisar será chamado de “jogo de informação perfeita”. A principal característica deste jogo é que ambos os jogadores sabem tudo a respeito do outro, ou seja, todos os elementos são de conhecimento comum. Conforme argumentado anteriormente, o nível de informação dos jogadores é o elemento central de diferenciação dos jogos que serão analisados nesta seção. Mais especificamente, é sobre o valor de C que estamos introduzindo esta possibilidade de assimetria de informação. Adotamos essa modelagem porque acreditamos que o controlador tem maior conhecimento acerca do valor da companhia do que o acionista minoritário. A primeira razão para esta informação privilegiada por parte do controlador seria o maior acesso a detalhes da empresa em função do seu dia-a-dia à frente dos negócios. O segundo motivo seria a proximidade com a instituição intermediária contratada para realizar o laudo de avaliação da companhia, que, por ser especializada em avaliações econômico-financeiras, poderia deixar o controlador com uma melhor noção do valor da companhia do que o minoritário. Logo, apesar de saber que o controlador sempre atribui um prêmio de fechamento de capital a M , o minoritário pode não saber ao certo se $C=2$ ou se $C=3$.

O jogo de informação perfeita aborda o caso em que o acionista minoritário conhece o real valor que o controlador atribui à sua participação na companhia. Portanto, temos na verdade duas possíveis situações dentro deste mesmo jogo: $C=3$; e $C=2$. Isto é equivalente a estabelecer $Q=1$ e $Q=0$, respectivamente. Como o minoritário sabe de antemão se $C=3$ ou se $C=2$, então suas ações não estão contingenciadas pelo valor de C . Por este motivo, a representação deste jogo na forma extensiva se divide em duas árvores – uma para cada valor de C – e, portanto, iremos analisar os dois casos separadamente.

4.3.1) C = 3

Figura 2: Representação na forma extensiva 1

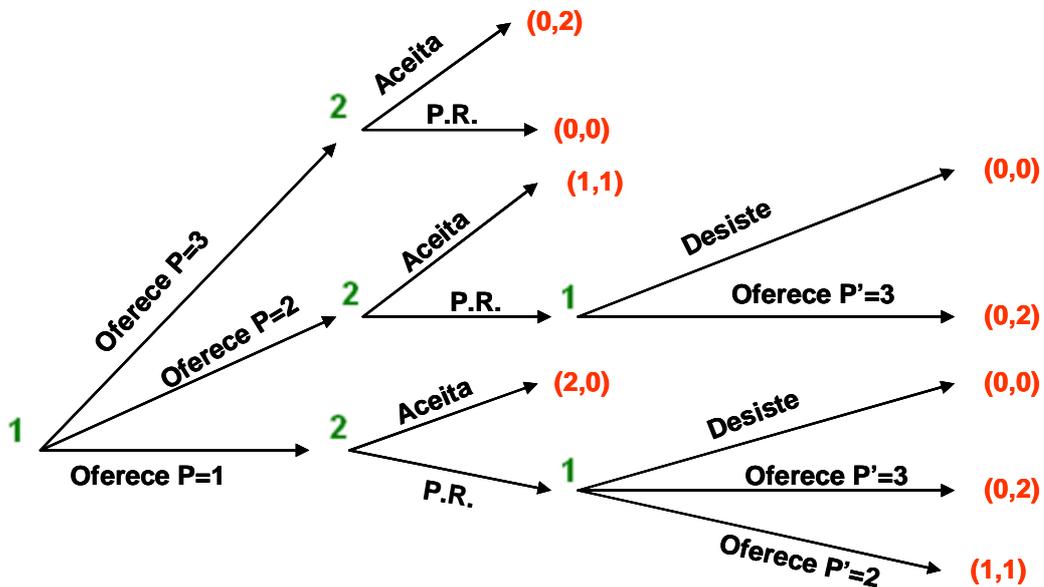


Figura 3: Representação na forma normal 1

		JOGADOR 2							
		Nunca pede revisão	Pede revisão se P=2 ou P=1	Pede revisão se P=3 ou P=1	Pede revisão se P=3 ou P=2	Pede revisão se P=1	Pede revisão se P=2	Pede revisão se P=3	Pede revisão sempre
JOGADOR 1	P=3	0 2	0 2	0 0	0 0	0 2	0 2	0 0	0 0
	P=2 / desiste	1 1	0 0	1 1	0 0	1 1	0 0	1 1	0 0
	P=2 / P'=3	1 1	0 2	1 1	0 2	1 1	0 2	1 1	0 2
	P=1 / desiste	2 0	0 0	0 0	2 0	0 0	2 0	2 0	0 0
	P=1 / P'=3	2 0	0 2	0 2	2 0	0 2	2 0	2 0	0 2
	P=1 / P'=2	2 0	1 1	1 1	2 0	1 1	2 0	2 0	1 1

Nesta matriz estão representadas todas as estratégias possíveis para os dois jogadores, assim como o ganho de cada um para cada resultado possível. As estratégias do jogador 1 aparecem nas linhas, em amarelo, enquanto que as do jogador 2 aparecem nas colunas, em azul. Nos retângulos formados por um determinado par de estratégias, o número à esquerda representa o ganho para o jogador 1 e o número à direita representa o ganho para o jogador 2.

O primeiro passo da análise é definir qual o conjunto de estratégias de cada jogador. Através da árvore do jogo, podemos observar que o jogador 1 pode vir a jogar

em dois momentos: ao fazer a oferta inicial ao jogador 2; e após o jogador 2 pedir a revisão do preço de oferta. Sua primeira jogada é definida pelo preço que ele oferece ao jogador 2 em $t=1$ (P), que pode assumir os valores 1, 2 ou 3. Já o segundo componente de sua estratégia representa o que ele deve fazer caso o jogador 2 peça a revisão do preço de oferta. Neste segundo estágio, suas opções são: desistir do processo de fechamento de capital; oferecer $P'=2$; ou oferecer $P'=3$ – lembrando que o novo preço deve ser necessariamente maior do que o originalmente oferecido. A estratégia “ $P=2$ / desiste”, por exemplo, corresponde a “oferecer 2 pelas ações do jogador 2 em $t=1$ ” e “desistir do processo de fechamento de capital caso haja pedido de revisão do preço de oferta”. A única exceção para o jogador 1 aparece quando $P=3$. Neste caso, não consideramos a possibilidade de pedido de revisão, já que, em função do novo preço ter que ser necessariamente superior ao previamente oferecido, o jogador 1 obviamente desistiria do processo. Portanto, caso o jogador 2 não aceite $P=3$, o jogo não terá um segundo estágio. Ao todo, o jogador 1 possui seis estratégias.

Por outro lado, o jogador 2 participa apenas uma única vez do jogo. Seja qual for o preço oferecido pelo jogador 1 no primeiro estágio, sua decisão está sempre entre aceitar ou não a oferta. Suas estratégias, portanto, prescrevem o que ele deve fazer para cada possível preço recebido. A estratégia “nunca pede revisão”, por exemplo, corresponde a “aceitar qualquer oferta feita pelo outro jogador”. Ou seja, o jogador 2 sempre aceitaria vender suas ações no leilão de OPA. Já a estratégia “Pede revisão se $P=2$ ou $P=1$ ” corresponde a “vender as ações no leilão de OPA caso $P=3$ seja oferecido” e “pedir revisão do preço de oferta caso $P=2$ ou $P=1$ sejam oferecidos”. Ao todo, o jogador 2 possui oito estratégias¹³.

Eliminação iterada de estratégias dominadas

Uma vez definidas as estratégias de cada jogador, o próximo passo para encontrar o equilíbrio do jogo é a eliminação iterada de estratégias dominadas¹⁴. A ideia aqui é analisar todas as combinações possíveis de estratégias para cada jogador e observar se existe alguma relação de dominância entre elas. A relação de dominância se configura caso alguma estratégia seja preferível a outra quando se analisam todas as possíveis

¹⁴ Nos referimos aqui ao conceito de “dominância fraca”, em oposto a “dominância estrita”. Isto é, dizemos que a estratégia “a” domina fracamente a estratégia “b” se “a” nunca gerar ganhos menores do que “b” para todas as estratégias possíveis do outro jogador, tendo ao menos uma situação em que “a” gera ganho maior. Para “a” dominar “b” estritamente, é preciso que gere ganhos maiores para qualquer par de estratégias do jogo.

estratégias do outro jogador. Em outras palavras, dizemos que a estratégia X domina a estratégia Y se X gera ganhos sempre no mínimo tão bons quanto Y, e, em ao menos uma ocasião, um ganho maior. Isso equivale a dizer que um jogador jamais escolhe uma estratégia dominada, pois sabe que existe sempre uma outra opção no mínimo tão boa quanto, não importa o que o outro faça. Começaremos a análise pelo jogador 1 e em seguida repetiremos o processo para o jogador 2.

Como existem 6 estratégias no jogo para o jogador 1, existem 15 combinações possíveis entre elas. É fácil perceber que “P=3” é dominada por todas as outras estratégias disponíveis, uma vez que rende um ganho igual a zero independente do que o jogador 2 faça. Por outro lado, a estratégia “P=1 / P’=2” é a única que domina todas as demais, e por esta razão é a estratégia dominante para o jogador 1. Isto significa que, para buscar os possíveis equilíbrios de Nash deste jogo, basta olhar para a última linha da matriz, isto é, podemos descartar todas as estratégias do jogador 1 exceto “P=1 / P’=2”.

A matriz do jogo, portanto, se resume a:

		JOGADOR 2							
		Nunca pede revisão	Pede revisão se P=2 ou P=1	Pede revisão se P=3 ou P=1	Pede revisão se P=3 ou P=2	Pede revisão se P=1	Pede revisão se P=2	Pede revisão se P=3	Pede revisão sempre
1	P=1 / P’=2	2 0	1 1	1 1	2 0	1 1	2 0	2 0	1 1

Figura 4: Matriz resumida 1

Conseqüentemente, as únicas relações de dominância entre as estratégias do jogador 2 que nos interessam agora dizem respeito àquelas que lhe proporcionam o maior ganho possível no caso em que o jogador 1 joga “P=1 / P’=2”. Como podemos ver na matriz, o máximo que o jogador 2 pode obter neste caso é 1. Existem quatro estratégias que lhe proporcionam este ganho: “Pede revisão se P=2 ou P=1”; “Pede revisão se P=3 ou P=1”; “Pede revisão se P=1”; e “Pede revisão sempre”. No entanto, analisando estas quatro estratégias como um todo, observamos as seguintes relações de dominância:

- i. “Pede revisão se P=2 ou P=1” domina “Pede revisão sempre”; e
- ii. “Pede revisão se P=1” domina “Pede revisão se P=3 ou P=1”

Desta forma, podemos concluir que, para os pares de estratégia (“P=1 / P’=2” ; “Pede revisão se P=2 ou P=1”) e (“P=1 / P’=2” ; “Pede revisão se P=1”), nenhum dos

jogadores tem incentivo a mudar de estratégia. Estes pares representam, portanto, os dois equilíbrios de Nash deste jogo.

Ilustramos abaixo os caminhos de equilíbrio resultantes dos pares de estratégia que compõem os equilíbrios de Nash deste jogo, tanto na forma extensiva como na forma normal.

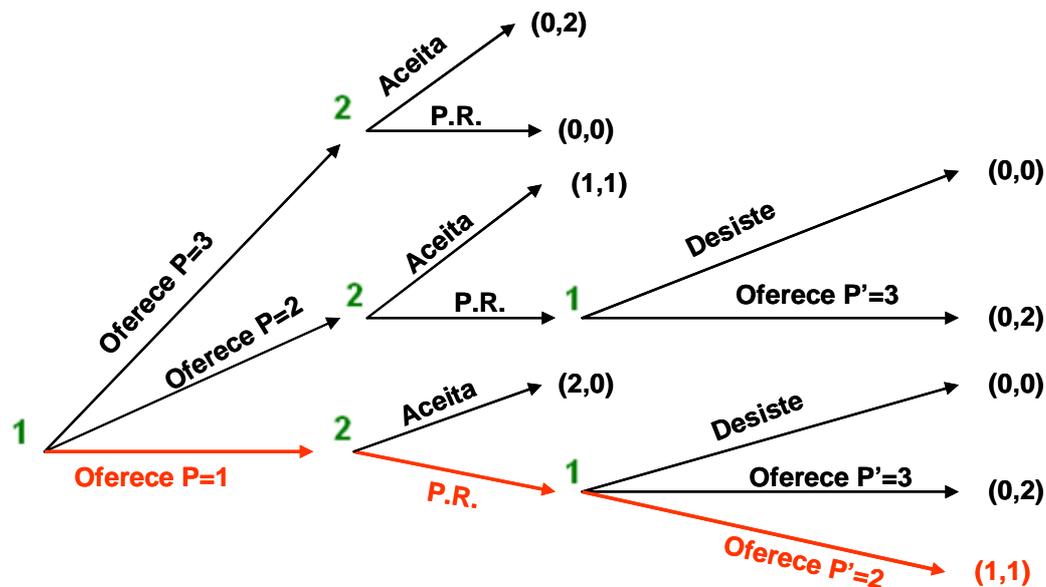


Figura 5: Caminho de equilíbrio na forma extensiva 1

		JOGADOR 2							
		Nunca pede revisão	Pede revisão se P=2 ou P=1	Pede revisão se P=3 ou P=1	Pede revisão se P=3 ou P=2	Pede revisão se P=1	Pede revisão se P=2	Pede revisão se P=3	Pede revisão sempre
JOGADOR 1	P=3	0 2	0 2	0 0	0 0	0 2	0 2	0 0	0 0
	P=2 / desiste	1 1	0 0	1 1	0 0	1 1	0 0	1 1	0 0
	P=2 / P'=3	1 1	0 2	1 1	0 2	1 1	0 2	1 1	0 2
	P=1 / desiste	2 0	0 0	0 0	2 0	0 0	2 0	2 0	0 0
	P=1 / P'=3	2 0	0 2	0 2	2 0	0 2	2 0	2 0	0 2
	P=1 / P'=2	2 0	1 1	1 1	2 0	1 1	2 0	2 0	1 1

Figura 6: Caminho de equilíbrio na forma normal 1

Mas afinal, o que este resultado significa para o processo de fechamento de capital da empresa? Os dois equilíbrios encontrados para o jogo indicam que o acionista controlador de fato alcança seu objetivo, isto é, ambos apontam para uma solução na qual o minoritário pede revisão do preço de oferta, mas no segundo estágio vende suas

ações no leilão. Como neste modelo ele representa 100% das ações em circulação, o critério de aceitação é atendido e a companhia tem seu capital fechado.

4.3.2) $C = 2$

Figura 7: Representação na forma extensiva 2

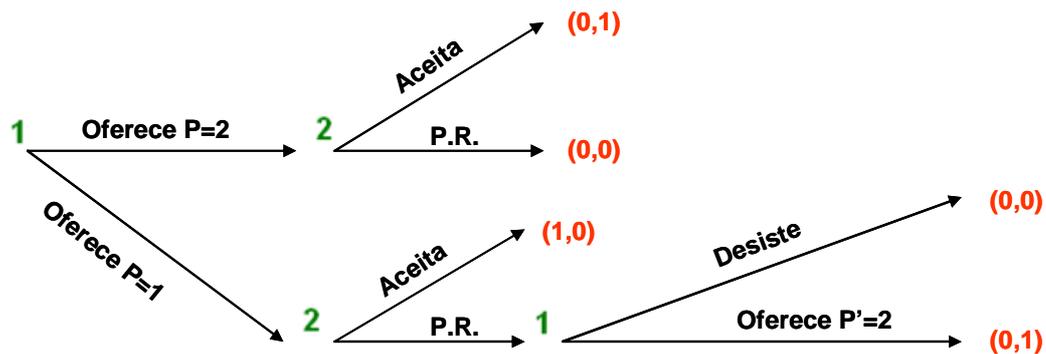


Figura 8: Representação na forma normal 2

		JOGADOR 2			
		Nunca pede revisão	Pede revisão se P=2	Pede revisão se P=1	Pede revisão sempre
JOGADOR 1	P=2	0 1	0 0	0 1	0 0
	P=1 / desiste	1 0	1 0	0 0	0 0
	P=1 / P'=2	1 0	1 0	0 1	0 1

Assim como no caso em que $C=3$, nesta matriz estão representadas todas as estratégias possíveis para os dois jogadores, bem como o ganho de cada um para cada resultado possível. As estratégias do jogador 1 aparecem nas linhas, em amarelo, enquanto que as do jogador 2 aparecem nas colunas, em azul. Nos retângulos formados por um determinado par de estratégias, o número à esquerda representa o ganho para o jogador 1 e o número à direita representa o ganho para o jogador 2.

Ao contrário do que acontecia quando $C=3$, o jogador 1 agora não oferece $P=3$, uma vez que ele acredita que as ações da companhia nas mãos do jogador 2 valem

apenas 2. Além disso, desta vez não estamos considerando a possibilidade de pedido de revisão quando $P=2$, pelo mesmo motivo apresentado anteriormente para $P=3$. Portanto, caso o jogador 2 não aceite $P=2$, o jogo não terá um segundo estágio. Ao todo, o jogador 1 agora possui três estratégias.

O jogador 2, por sua vez, continua participando do jogo apenas uma vez, e sua decisão permanece a mesma: aceitar o preço oferecido ou pedir revisão. Agora, porém, como só há dois preços a serem oferecidos pelo jogador 1, seu número total de estratégias cai para quatro.

Eliminação iterada de estratégias dominadas

Desta vez, iniciaremos a análise das relações de dominância pelo jogador 2. O número reduzido de estratégias de ambos os jogadores facilita a percepção de que a estratégia “Pede revisão se $P=1$ ” é a dominante para o jogador 2.

Portanto, mais uma vez podemos utilizar o artifício da redução da matriz do jogo para facilitar a nossa análise. Eis o resultado:

		JOGADOR 2	
		Pede revisão se $P=1$	
JOGADOR 1	$P=2$	0	1
	$P=1$ / desiste	0	0
	$P=1$ / $P'=2$	0	1

Figura 9: Matriz resumida 2

Para o jogador 1, no entanto, a situação é um pouco mais interessante. Na realidade, qualquer estratégia disponível lhe rende o mesmo ganho: zero. Porém, assim como realizado para o jogador 2 no caso anterior, é importante analisar as relações de dominância entre as estratégias do jogador 1 de maneira mais geral, a fim de descobrir os possíveis equilíbrios de Nash deste jogo.

Analisando as três estratégias como um todo, observamos as seguintes relações de dominância:

- i. O jogador 1 é indiferente entre “ $P=1$ / desiste” e “ $P=1$ / $P'=2$ ”; e
- ii. Ambas dominam “ $P=2$ ”

Desta forma, podemos concluir que, para os pares de estratégia (“P=1 / desiste ; “Pede revisão se P=1) e (“P=1 / P’=2” ; “Pede revisão se P=1”), nenhum dos jogadores tem incentivo a mudar de estratégia. Estes pares representam, portanto, os dois equilíbrios de Nash deste jogo.

Mais uma vez, ilustramos abaixo os caminhos de equilíbrio resultantes dos pares de estratégia que compõem os equilíbrios de Nash deste jogo, tanto na forma extensiva como na forma normal.

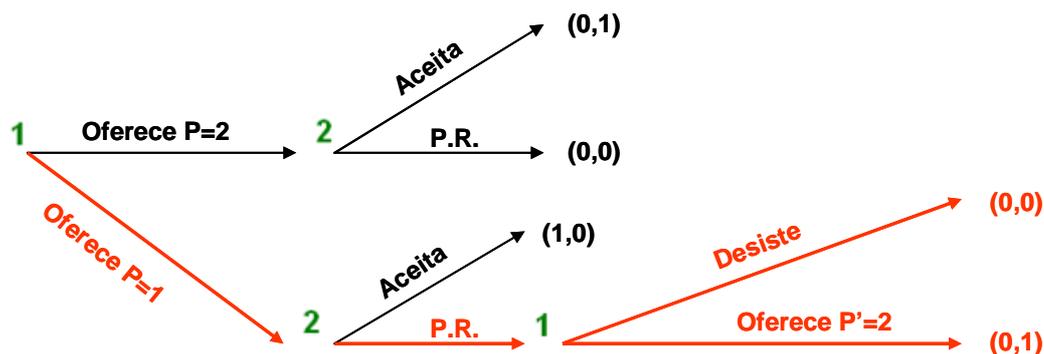


Figura 10: Caminho de equilíbrio na forma extensiva 2

		JOGADOR 2			
		Nunca pede revisão	Pede revisão se P=2	Pede revisão se P=1	Pede revisão sempre
JOGADOR 1	P=2	0 1	0 0	0 1	0 0
	P=1 / desiste	1 0	1 0	0 0	0 0
	P=1 / P'=2	1 0	1 0	0 1	0 1

Figura 11: Caminho de equilíbrio na forma normal 2

Desta vez, ao contrário do que acontecia no caso de $C=3$, os equilíbrios do jogo apontam para duas situações distintas. Dependendo da estratégia adotada pelo jogador 1, podemos ter um processo de fechamento de capital bem sucedido ou não. Em função disso, os ganhos para o jogador 2 não são iguais nos dois equilíbrios. Ele certamente prefere o caso em que o acionista controlador não desiste do processo e oferece 2 no segundo estágio do jogo. No entanto, como o ganho para o controlador é o mesmo desistindo do processo ou oferecendo 2, acabamos com dois possíveis cenários de equilíbrio.

4.3.3) Interpretação da probabilidade Q

Até o momento, a probabilidade Q foi interpretada como subjetiva ao jogador 2. Isto é, ela foi apresentada como a probabilidade que o acionista minoritário atribui a que o valor percebido pelo controlador para as ações do minoritário (C) seja igual a 3. Por este motivo, afirmamos que o jogo de informação perfeita não envolvia qualquer tipo de incerteza com relação a algum de seus elementos.

Porém, existe uma outra interpretação que pode ser feita desta mesma probabilidade que tornaria até mesmo o jogo de informação perfeita bastante diferente do que foi apresentado. Se, ao contrário de subjetiva, encarássemos Q como uma probabilidade objetiva de C ser igual a 3, então as estratégias e os ganhos potenciais de cada jogador sofreriam grandes alterações. O termo “objetiva” aqui significa que Q não seria mais uma crença pertencente ao jogador 2 acerca do valor que o jogador 1 atribui a C, mas sim uma probabilidade atribuída por ambos os jogadores ao valor de C. Poderia, por exemplo, representar a probabilidade que os jogadores atribuem ao laudo de avaliação apontar o valor 3 para os 40% da companhia em posse do jogador 2.

Portanto, continuaríamos com um jogo de informação perfeita, no sentido de que ambos os jogadores permanecem sabendo tudo a respeito do outro e, uma vez iniciado o jogo, não há qualquer tipo de incerteza de ambas as partes. Contudo, não teríamos mais um jogo dividido em 2 casos como antes. Agora o jogador 1, por exemplo, deve especificar em suas estratégias o que fazer para cada possível valor de C. Isto elevaria para 18 seu número total de estratégias. Já o jogador 2 passaria a ter que definir em sua estratégia o que fazer para cada preço oferecido e para cada valor de C, o que resultaria num conjunto de 32 estratégias¹⁵. A análise deste jogo seria bastante diferente da que foi apresentada nas seções 4.3.1 e 4.3.2, se aproximando mais do que será apresentado a seguir para os jogos de informação imperfeita.

¹⁵ Seguindo a mesma lógica descrita na nota 10, teríamos agora 2 jogadas disponíveis e 5 conjuntos de informação, resultando num total de $2^5 = 32$ estratégias para o acionista minoritário.

4.4 O Jogo de Informação Imperfeita

Na seção anterior já explicamos sobre qual elemento e por que optamos por introduzir assimetria de informação no processo de fechamento de capital. O objetivo agora é analisar o que acontece com cada jogador neste novo jogo.

O modelo adotado para esta seção se assemelha muito ao apresentado por Straffin (1993) no capítulo 8. Neste capítulo, Straffin utiliza o exemplo de duas empresas (Zeus e Athenas) do ramo de eletrônicos que produzem dois tipos de produto – alta e baixa qualidade – mas que possuem vantagens comparativas cada uma em um tipo. Elas devem decidir qual produto colocar no mercado, e suas decisões afetam a ambas. Com o intuito de conhecer melhor o potencial do mercado e poder tomar a decisão mais adequada, Zeus decide realizar uma pesquisa de mercado. A partir daí, Straffin analisa três possíveis situações para o jogo Zeus-Athenas, variando apenas o nível de informação de cada empresa acerca da pesquisa e das decisões da outra.

Na nossa análise, o valor de C assume o mesmo papel da pesquisa de mercado realizada por Zeus no exemplo de Straffin. Em primeiro lugar, vamos analisar o caso em que o jogador 2 acredita que $C=3$ com 50% de probabilidade. A partir deste primeiro caso, realizaremos uma análise de sensibilidade para observar o que acontece conforme alteramos a probabilidade Q tanto para cima quanto para baixo.

4.4.1) Caso-base: $Q = 50\%$

Figura 12: Representação na forma extensiva 3

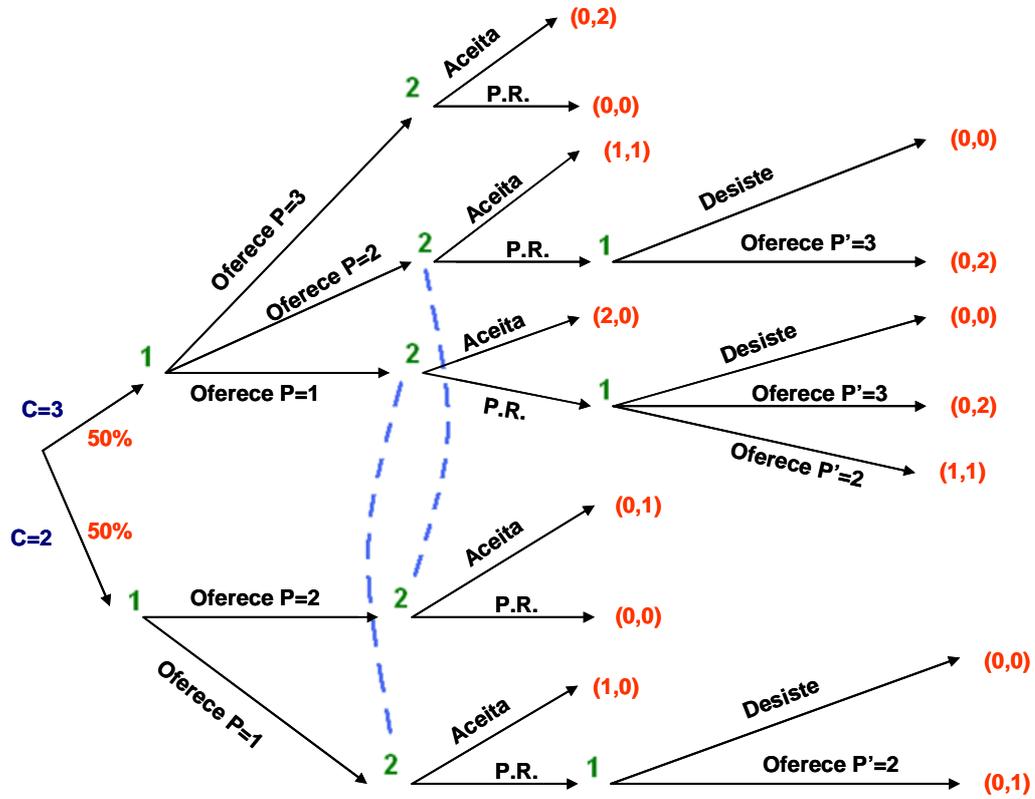


Figura 13: Representação na forma normal 3

		JOGADOR 2															
		Nunca pede revisão		Pede revisão se P=2 ou P=1		Pede revisão se P=3 ou P=1		Pede revisão se P=3 ou P=2		Pede revisão se P=1		Pede revisão se P=2		Pede revisão se P=3		Pede revisão sempre	
JOGADOR 1	3/2/x/x	0	1,5	0	1	0	0,5	0	0	0	1,5	0	1	0	0,5	0	0
	3/1/x/des	0,5	1	0	1	0	0	0,5	0	0	1	0,5	1	0,5	0	0	0
	3/1/x/2	0,5	1	0	1,5	0	0,5	0,5	0	0	1,5	0,5	1	0,5	0	0	0,5
	2/2/des/x	0,5	1	0	0	0,5	1	0	0	0,5	1	0	0	0,5	1	0	0
	2/2/3/x	0,5	1	0	1	0,5	1	0	1	0,5	1	0	1	0,5	1	0	1
	2/1/des/des	1	0,5	0	0	0,5	0,5	0,5	0	0,5	0,5	0,5	0	1	0,5	0	0
	2/1/des/2	1	0,5	0	0,5	0,5	1	0,5	0	0,5	1	0,5	0	1	0,5	0	0,5
	2/1/3/des	1	0,5	0	1	0,5	0,5	0,5	1	0,5	0,5	0,5	1	1	0,5	0	1
	2/1/3/2	1	0,5	0	1,5	0,5	1	0,5	1	0,5	1	0,5	1	1	0,5	0	1,5
	1/2/des/x	1	0,5	0	0	0	0,5	1	0	0	0,5	1	0	1	0,5	0	0
	1/2/3/x	1	0,5	0	1	0	1	1	0	0	1,5	1	0	1	0,5	0	1
	1/2/2/x	1	0,5	0,5	0,5	0,5	1	1	0	0,5	1	1	0	1	0,5	0,5	0,5
	1/1/des/des	1,5	0	0	0	0	0	1,5	0	0	0	1,5	0	1,5	0	0	0
	1/1/des/2	1,5	0	0	0,5	0	0,5	1,5	0	0	0,5	1,5	0	1,5	0	0	0,5
	1/1/3/des	1,5	0	0	1	0	1	1,5	0	0	1	1,5	0	1,5	0	0	1
	1/1/3/2	1,5	0	0	1,5	0	1,5	1,5	0	0	1,5	1,5	0	1,5	0	0	1,5
	1/1/2/des	1,5	0	0,5	0,5	0,5	0,5	1,5	0	0,5	0,5	1,5	0	1,5	0	0,5	0,5
1/1/2/2	1,5	0	0,5	1	0,5	1	1,5	0	0,5	1	1,5	0	1,5	0	0,5	1	

Mais uma vez, na matriz estão representadas todas as estratégias possíveis para os dois jogadores e seus ganhos potenciais, com as estratégias do jogador 1 nas linhas, em amarelo, e as do jogador 2 nas colunas, em azul. Como este é um jogo de informação imperfeita, os ganhos ilustrados na matriz representam ganhos esperados, isto é, levam em consideração o que poderia acontecer nos dois casos possíveis ($C=2$ ou $C=3$). Seu valor é igual à média, ponderada por Q , dos ganhos resultantes de um determinado par de estratégias em cada caso. A outra novidade fica por conta das linhas azuis pontilhadas na árvore do jogo. Estas linhas são tradicionalmente usadas para unir dois nodos pertencentes a um mesmo conjunto de informação. Em outras palavras, o jogador 2 não sabe exatamente em qual ponto do jogo ele está quando recebe do jogador 1 uma oferta de $P=1$ ou $P=2$, já que, nestes casos, poderia estar diante tanto do caso em que $C=3$ quanto do caso em que $C=2$. Por esta razão, suas estratégias não estão contingenciadas pelo valor de C , e sim apenas pelo preço que lhe é oferecido pelo jogador 1. De fato, suas estratégias são exatamente as mesmas do jogo de informação perfeita com $C=3$.

Porém, para o jogador 1 a situação agora é bastante diferente. Ao contrário do jogador 2, ele sabe perfeitamente o valor de C , e portanto deve especificar em suas

estratégias o que fazer para cada um dos dois casos. Como se pode observar na matriz, seu número total de estratégias passou para 18. A estratégia “1/1/3/2”, por exemplo, corresponde a “Oferecer 1 pelas ações do jogador 2 em t=1 caso C=3; Oferecer 1 pelas ações do jogador 2 em t=1 caso C=2; Oferecer 3 pelas ações do jogador 2 em t=2 caso C=3; e Oferecer 2 pelas ações do jogador 2 em t=2 caso C=2”. O elemento “x” que aparece em algumas estratégias do jogador 1 significa que o estágio do jogo no qual este elemento se encontra não é alcançado. Isto acontece sempre que o preço oferecido no primeiro estágio do jogo é 3 caso C=3, e 2 caso C=2, uma vez que um pedido de revisão do preço nestas circunstâncias representa o fim do processo de fechamento de capital.

Eliminação iterada de estratégias dominadas

Apesar da abordagem diferenciada em relação ao jogo de informação perfeita, podemos aplicar aqui o mesmo método de eliminação iterada de estratégias dominadas para a determinação dos possíveis equilíbrios do jogo.

Com o aumento do número de estratégias do jogador 1, aumentam também as combinações entre elas. Porém, apesar das diversas novas relações de dominância observadas, o jogador 1 possui duas estratégias que, além de serem indiferentes entre si, dominam todas as outras dezesseis. De fato, “1/1/2/des” e “1/1/2/2” geram para o jogador 1 sempre os mesmos ganhos esperados, independente da estratégia adotada pelo jogador 2, e são sempre no mínimo tão boas quanto qualquer outra estratégia.

Portanto, utilizaremos mais uma vez o artifício da redução da matriz do jogo para facilitar a nossa análise. A nova matriz na qual estamos interessados é a seguinte:

		JOGADOR 2							
		Nunca pede revisão	Pede revisão se P=2 ou P=1	Pede revisão se P=3 ou P=1	Pede revisão se P=3 ou P=2	Pede revisão se P=1	Pede revisão se P=2	Pede revisão se P=3	Pede revisão sempre
1	1/1/2/des	1,5 0	0,5 0,5	0,5 0,5	1,5 0	0,5 0,5	1,5 0	1,5 0	0,5 0,5
	1/1/2/2	1,5 0	0,5 1	0,5 1	1,5 0	0,5 1	1,5 0	1,5 0	0,5 1

Figura 14: Matriz resumida 3

Pelo mesmo procedimento adotado nos casos anteriores, as únicas relações de dominância entre as estratégias do jogador 2 que nos interessam agora dizem respeito àquelas que lhe proporcionam o maior ganho esperado possível nos casos em que o jogador 1 joga “1/1/2/des” e “1/1/2/2”. Como podemos ver na matriz, o máximo que o jogador 2 pode esperar obter no primeiro caso é 0,5, enquanto que no segundo este valor

aumenta para 1. Em ambos os casos, porém, são as mesmas quatro estratégias que lhe proporcionam o melhor ganho esperado: “Pede revisão se $P=2$ ou $P=1$ ”; “Pede revisão se $P=3$ ou $P=1$ ”; “Pede revisão se $P=1$ ”; e “Pede revisão sempre”. No entanto, analisando estas quatro estratégias como um todo, observamos as seguintes relações de dominância:

- i. “Pede revisão se $P=2$ ou $P=1$ ” domina “Pede revisão sempre”; e
- ii. “Pede revisão se $P=1$ ” domina “Pede revisão se $P=3$ ou $P=1$ ”

Desta forma, podemos concluir que, para os pares de estratégia (“1/1/2/des” ; “Pede revisão se $P=2$ ou $P=1$ ”), (“1/1/2/des” ; “Pede revisão se $P=1$ ”), (“1/1/2/2” ; “Pede revisão se $P=2$ ou $P=1$ ”) e (“1/1/2/2” ; “Pede revisão se $P=1$ ”), nenhum dos jogadores tem incentivo a mudar de estratégia. Estes pares representam, portanto, os quatro equilíbrios de Nash deste jogo.

Mais uma vez, ilustramos abaixo os caminhos de equilíbrio resultantes dos pares de estratégia que compõem os equilíbrios de Nash deste jogo, tanto na forma extensiva como na forma normal.

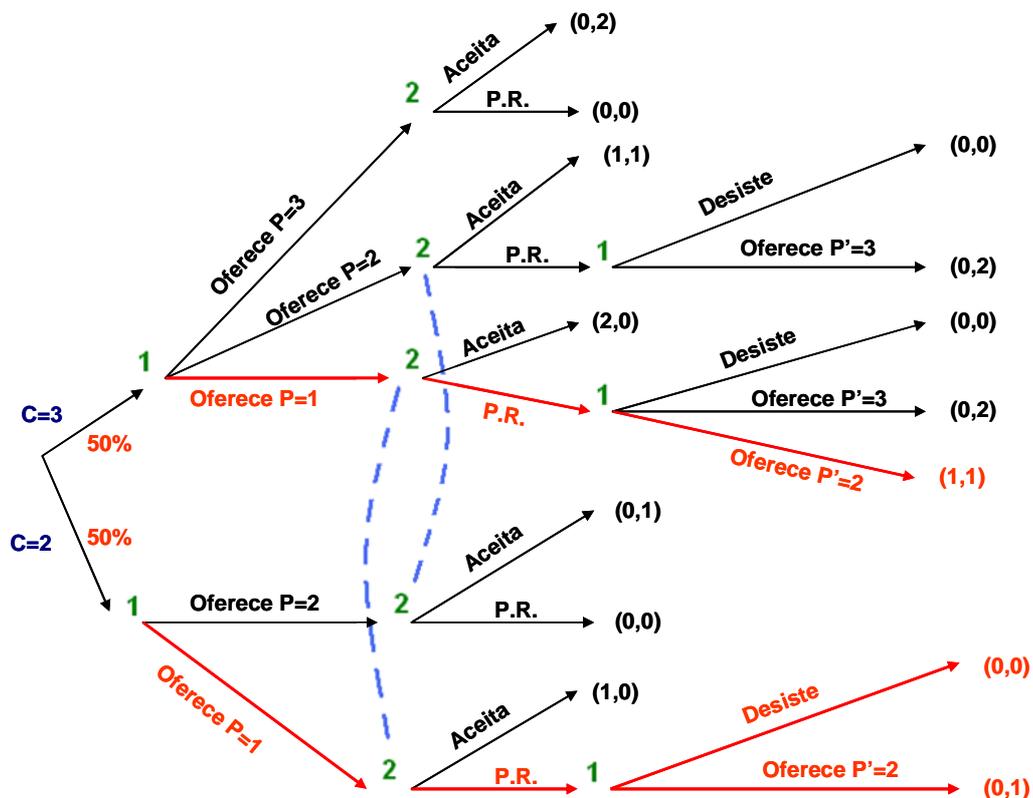


Figura 15: Caminho de Equilíbrio na forma extensiva 3

		JOGADOR 2															
		Nunca pede revisão		Pede revisão se P=2 ou P=1		Pede revisão se P=3 ou P=1		Pede revisão se P=3 ou P=2		Pede revisão se P=1		Pede revisão se P=2		Pede revisão se P=3		Pede revisão sempre	
JOGADOR 1	3/2/x/x	0	1,5	0	1	0	0,5	0	0	0	1,5	0	1	0	0,5	0	0
	3/1/x/des	0,5	1	0	1	0	0	0,5	0	0	1	0,5	1	0,5	0	0	0
	3/1/x/2	0,5	1	0	1,5	0	0,5	0,5	0	0	1,5	0,5	1	0,5	0	0	0,5
	2/2/des/x	0,5	1	0	0	0,5	1	0	0	0,5	1	0	0	0,5	1	0	0
	2/2/3/x	0,5	1	0	1	0,5	1	0	1	0,5	1	0	1	0,5	1	0	1
	2/1/des/des	1	0,5	0	0	0,5	0,5	0,5	0	0,5	0,5	0,5	0	1	0,5	0	0
	2/1/des/2	1	0,5	0	0,5	0,5	1	0,5	0	0,5	1	0,5	0	1	0,5	0	0,5
	2/1/3/des	1	0,5	0	1	0,5	0,5	0,5	1	0,5	0,5	0,5	1	1	0,5	0	1
	2/1/3/2	1	0,5	0	1,5	0,5	1	0,5	1	0,5	1	0,5	1	1	0,5	0	1,5
	1/2/des/x	1	0,5	0	0	0	0,5	1	0	0	0,5	1	0	1	0,5	0	0
	1/2/3/x	1	0,5	0	1	0	1	1	0	0	1,5	1	0	1	0,5	0	1
	1/2/2/x	1	0,5	0,5	0,5	0,5	1	1	0	0,5	1	1	0	1	0,5	0,5	0,5
	1/1/des/des	1,5	0	0	0	0	0	1,5	0	0	0	1,5	0	1,5	0	0	0
	1/1/des/2	1,5	0	0	0,5	0	0,5	1,5	0	0	0,5	1,5	0	1,5	0	0	0,5
	1/1/3/des	1,5	0	0	1	0	1	1,5	0	0	1	1,5	0	1,5	0	0	1
	1/1/3/2	1,5	0	0	1,5	0	1,5	1,5	0	0	1,5	1,5	0	1,5	0	0	1,5
	1/1/2/des	1,5	0	0,5	0,5	0,5	0,5	1,5	0	0,5	0,5	1,5	0	1,5	0	0,5	0,5
	1/1/2/2	1,5	0	0,5	1	0,5	1	1,5	0	0,5	1	1,5	0	1,5	0	0,5	1

Figura 16: Caminho de equilíbrio na forma normal 3

Assim como fizemos nas seções 4.3.1 e 4.3.2, nos perguntamos aqui novamente o que estes equilíbrios significam em termos de resultado do processo de fechamento de capital. Como estamos considerando dois possíveis valores para C , precisamos analisar cada equilíbrio do jogo sob estes dois pontos de vista.

O equilíbrio (“1/1/2/des” ; “Pede revisão se $P=2$ ou $P=1$ ”), por exemplo, tem significados diferentes dependendo de qual valor C assume. Caso C seja igual a 3, o jogo segue o caminho no qual o acionista controlador oferece 1 pelos 40% de participação do minoritário na companhia em $t=1$, este pede revisão do preço, e, no segundo estágio, o controlador oferece 2, que é prontamente aceito pelo minoritário. Como o critério de aceitação é atendido, a empresa tem seu capital fechado. Já se C for igual a 2, o primeiro estágio do jogo permanece o mesmo, mas no segundo estágio o controlador desiste do processo de fechamento de capital. O significado do equilíbrio (“1/1/2/des” ; “Pede revisão se $P=1$ ”) é exatamente o mesmo do descrito acima, tanto para $C=3$ quanto $C=2$.

Os outros dois equilíbrios, porém, resultam em um processo de fechamento de capital bem sucedido. Em ambos os casos, independente do valor de C , as estratégias prescrevem que o controlador oferece 1 pelos 40% de participação do minoritário na companhia em $t=1$, este pede revisão do preço, e, no segundo estágio, o controlador oferece 2, que é prontamente aceito pelo minoritário. Portanto, o critério de aceitação é atendido e a empresa tem seu capital fechado.

4.4.2) Análise de Sensibilidade

Na seção anterior, buscamos fazer uma análise do jogo de informação perfeita partindo da hipótese de que o acionista minoritário acredita que o valor percebido pelo controlador para a sua participação na companhia pode ser igual a 3 ou 2 com a mesma probabilidade. No entanto, sabemos que esta pode ser uma premissa muito forte, especialmente por se tratar de uma crença de um dos envolvidos no processo. Por isso, optamos por realizar uma análise de sensibilidade no modelo, permitindo que estas probabilidades assumissem valores tanto maiores quanto menores do que 50%. A título de simplificação, adotamos os valores de 10%, 25%, 75% e 90% para a probabilidade Q , e desenvolvemos exatamente o mesmo procedimento de antes para encontrar os equilíbrios destes jogos.¹⁶

O principal resultado a que esta análise nos levou foi o de que os equilíbrios encontrados para cada um destes jogos são exatamente os mesmos encontrados na seção 4.4.1. Ou seja, apesar de gerar ganhos esperados e relações de dominância diferentes, estas novas versões do jogo de informação imperfeita apresentam o mesmo resultado para o processo de fechamento de capital.

Não obstante, um aspecto interessante observado durante o procedimento de eliminação iterada de estratégias dominadas destes jogos foi o impacto da probabilidade Q sobre as relações de dominância para ambos os jogadores. Mesmo não tendo influência na definição dos equilíbrios de Nash dos jogos, pudemos perceber que, conforme reduzimos o valor de Q , algumas estratégias tiveram suas posições invertidas nas relações de dominância. Ou seja, algumas estratégias antes dominantes passaram à condição de dominadas. Além disso, algumas dessas relações desapareceram, isto é, combinações de estratégias nas quais se observava dominância de uma sobre a outra passaram a não mais tê-la. Por outro lado, surgiram também relações entre estratégias

¹⁶ As representações sob a forma normal destes jogos encontram-se no anexo deste trabalho.

que antes não se verificavam. O mesmo não ocorreu, contudo, quando impusemos valores para Q acima de 50%. De fato, conforme fomos aumentando esta probabilidade, nada se alterou nas relações de dominância de ambos os jogadores em relação ao caso-base.

Um exemplo de inversão da relação de dominância para o jogador 1 é a combinação das estratégias “3/1/x/des” e “1/2/des/x”. Nos casos em que $Q \geq 50\%$, temos que “1/2/des/x” domina “3/1/x/des”. Porém, ao assumir a premissa de $Q \leq 50\%$, as posições se invertem. O mesmo acontece para as estratégias “3/1/x/des” e “1/2/3/x”. Já para o jogador 2, temos na verdade uma única modificação. Para os jogos nos quais $Q \geq 50\%$, a estratégia “Pede revisão se $P=3$ ou $P=1$ ” domina “Pede revisão de $P=3$ ”. Mas conforme estipulamos $Q \leq 50\%$, esta relação desaparece.

Portanto, esta análise de sensibilidade traz informações interessantes a respeito das relações entre as estratégias dos dois jogadores. Apesar de não alterar os equilíbrios encontrados no caso-base, nos mostra de que maneira uma variação na crença do minoritário acerca do valor que o controlador atribui à sua participação na companhia afeta o comportamento de cada acionista.

5 CONCLUSÕES

Este trabalho buscou apresentar uma análise do processo de fechamento de capital de uma empresa através do ferramental de teoria dos jogos. Para realizar esta análise, foi adotado um modelo simplificado do processo, com apenas 1 acionista controlador e 1 acionista minoritário, e três possíveis preços¹⁷ a serem oferecidos pela participação do acionista minoritário no leilão de oferta pública de ações para cancelamento de registro de companhia aberta. Além disso, outras premissas simplificadoras foram adotadas, de modo a focar a análise em questões mais gerais de assimetria de informação e conflito de interesses.

Precipuamente, foi apresentado um breve histórico de teoria dos jogos, buscando contemplar os principais nomes que contribuíram ao longo dos anos para a formação do que hoje se conhece como teoria dos jogos. Em seguida, foram introduzidos alguns dos principais conceitos utilizados ao longo da análise das seções subsequentes, com destaque para o modelo de jogos de barganha.

Com base no arcabouço teórico apresentado ao longo do trabalho, buscamos primeiramente identificar a melhor maneira de representar o processo de fechamento de capital sob as formas normal (matrizes) e extensiva (árvores). A partir de características gerais do modelo adotado para representar o processo, procuramos analisar o jogo de fechamento de capital sob duas óticas distintas: a de informação perfeita e imperfeita. O que as diferencia é o nível de informação que o acionista minoritário (jogador 2) possui a respeito do valor que o controlador atribui aos seus 40% de participação na companhia, ao qual chamamos de C . Em ambos os casos, nosso objetivo foi de encontrar os possíveis equilíbrios de Nash, isto é, buscar a melhor estratégia que cada jogador poderia adotar em cada jogo, sempre descrevendo o significado destes equilíbrios para o resultado do processo de fechamento de capital. Por fim, foi realizada uma análise de sensibilidade para o jogo de informação imperfeita, com o intuito de observar o impacto que a probabilidade Q teria sobre as relações de dominância das estratégias dos jogadores e, conseqüentemente, sobre os equilíbrios do jogo.

Os resultados encontrados apontaram tanto para situações em que o processo de fechamento de capital é bem sucedido quanto para situações em que ele não é levado adiante. Contudo, mais importante que o resultado final do processo, o objetivo deste

¹⁷ Conforme já explicado, tratam-se de números sem uma unidade de valor. Foram selecionados com o único objetivo de representar uma escala ordinal de preferências para os jogadores.

trabalho é o de identificar os problemas de assimetria de informação e conflito de interesses entre os acionistas controlador e minoritário, e, com isso, prescrever a melhor estratégia para cada um neste processo. Fica claro a partir da análise realizada neste trabalho que o pedido de revisão do preço de oferta é uma potente ferramenta a favor do minoritário para elevar seus ganhos, uma vez que, em todos os jogos analisados, os equilíbrios envolviam o pedido de revisão. Da mesma forma, fica claro que o controlador deve buscar oferecer o menor valor possível no primeiro estágio do processo, mas o que ele faz em seguida vai depender das peculiaridades de cada situação. Outra conclusão a que podemos chegar a partir da análise de sensibilidade é a de que, apesar de influenciar algumas relações de dominância entre as estratégias de ambos os jogadores, a variação da probabilidade Q – elemento representativo da assimetria de informação no modelo – não altera as estratégias de equilíbrio, e, conseqüentemente, o resultado do processo de fechamento de capital.

Conforme argumentado anteriormente, o modelo adotado para a análise do processo de fechamento de capital neste trabalho parte de premissas bastante simplificadoras. Para um retrato mais fiel e, conseqüentemente, uma análise mais minuciosa do processo à luz de teoria dos jogos, algumas extensões podem ser feitas a este modelo. Em primeiro lugar, poderíamos incluir no jogo mais de um acionista minoritário. Além de ser mais coerente com a realidade do processo, esta mudança enriqueceria o poder de análise do jogo, já que permitiria uma interação não só entre os minoritários e o controlador, mas também entre os próprios minoritários. Questões como ameaça, promessa e formação de coalizão poderiam surgir neste contexto, contanto que fosse permitida a comunicação entre os acionistas. Além disso, quando o número de minoritários é maior do que 1, o acionista deixa de ser pivô, isto é, sua decisão sozinha não é mais capaz de determinar o resultado do processo¹⁸ – já que o critério de aceitação estipula que os “concordantes” devem representar mais de 2/3 das ações em circulação. Por esta razão, tornam-se bastante interessantes também as interações estratégicas entre os próprios acionistas minoritários.

Outra possível extensão ao modelo apresentado neste trabalho é a mudança na definição dos preços a serem oferecidos pelo controlador no leilão de oferta pública para aquisição da participação dos minoritários na companhia. Além da adoção de valores expressos em moeda corrente, seria interessante observar o que aconteceria caso

¹⁸ Isto só não será verdade caso um acionista minoritário possua mais de 2/3 das ações em circulação – neste caso, as ações em circulação são todas aquelas que não estão nas mãos do controlador.

o diferencial de valoração dos acionistas em relação à participação dos minoritários na companhia aumentasse, propiciando assim um maior número de preços possíveis a serem ofertados.

Poderíamos também aumentar o número de períodos do jogo, permitindo mais de um pedido de revisão do preço de oferta. Ou ainda, considerar um fator de desconto intertemporal $0 < \delta < 1$, o que em outras palavras significa tornar os jogadores impacientes, uma vez que o valor X passa a valer mais no presente do que o mesmo valor X no futuro. Por fim, poderíamos incluir também no modelo o custo incorrido por todas as partes envolvidas no processo, seja com a contratação de instituição para realização do laudo de avaliação, registros junto à CVM ou regularização da situação para participação no leilão de OPA.

Ainda há, portanto, bastante espaço para se avançar na análise sugerida nesta monografia. Diversos conceitos e modelos de teoria dos jogos poderiam ser aplicados a este processo para buscar entender melhor o comportamento de cada acionista dentro desse jogo. Todas estas extensões certamente enriqueceriam bastante o modelo utilizado para analisar o processo de fechamento de capital neste trabalho.

6 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS:

FIANI, Ronaldo. *Teoria dos Jogos: com aplicações em economia, administração e ciências sociais*. 2 ed. Rio de Janeiro: Elsevier, 2006

ROTH, Alvin E. *Axiomatic Models of Bargaining*, Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems #170, Springer Verlag, 1979. Disponível em <http://kuznets.fas.harvard.edu/~aroth/Axiomatic_Models_of_Bargaining.pdf>

DIXIT, Avinash K.; NALEBUFF, Barry J. *Thinking Strategically: the competitive edge in business, politics, and everyday life*. W. W. Norton & Company, 1991

STRAFFIN, Philip D. *Game Theory and Strategy*. Washington, DC: The Mathematical Association of America, 1993

OSBORNE, Martin J.; RUBINSTEIN, Ariel. *Bargaining and Markets*. San Diego, California: Academic Press, 1990

GIBBONS, Robert. *Game Theory for Applied Economists*. Princeton, New Jersey: Princeton University Press, 1992

HART, Oliver. *Firms, Contracts and Financial Structure*. Oxford: Oxford University Press, 1995

TIROLE, Jean. *The Theory of Corporate Finance*. Princeton, New Jersey: Princeton University Press, 2005

_____. *Custos de Abertura de Capital e de Manutenção da Condição de Companhia Aberta: utilizando o mercado de capitais para crescer*. São Paulo: BOVESPA, Dezembro 2004

BRASIL. *Lei nº 6.404, de 15 de dezembro de 1976*. Dispõe sobre as Sociedades por Ações. Disponível em <http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/LEIS/L6404consol.htm>

BRASIL. *Instrução CVM nº 361, de 5 de março de 2002*. Dispõe sobre o procedimento aplicável às ofertas públicas de aquisição de ações de companhia aberta, o registro das ofertas públicas de aquisição de ações para cancelamento de registro de companhia aberta, por aumento de participação de acionista controlador, por alienação de controle de companhia aberta, para aquisição de controle de companhia aberta quando envolver permuta por valores mobiliários, e de permuta por valores mobiliários. Disponível em <<http://www.cvm.gov.br/asp/cvmwww/atos/exiato.asp?Tipo=I&File=/inst/inst361.htm>>

7 ANEXOS

ANEXO A – Jogo de informação imperfeita: Análise de sensibilidade para $Q = 75\%$

		JOGADOR 2															
		Nunca pede revisão		Pede revisão se P=2 ou P=1		Pede revisão se P=3 ou P=1		Pede revisão se P=3 ou P=2		Pede revisão se P=1		Pede revisão se P=2		Pede revisão se P=3		Pede revisão sempre	
JOGADOR 1	3/2/x/x	0	1,75	0	1,5	0	0,25	0	0	0	1,75	0	1,5	0	0,25	0	0
	3/1/x/des	0,25	1,5	0	1,5	0	0	0,25	0	0	1,5	0,25	1,5	0,25	0	0	0
	3/1/x/2	0,25	1,5	0	1,75	0	0,25	0,25	0	0	1,75	0,25	1,5	0,25	0	0	0,25
	2/2/des/x	0,75	1	0	0	0,75	1	0	0	0,75	1	0	0	0,75	1	0	0
	2/2/3/x	0,75	1	0	1,5	0,75	1	0	1,5	0,75	1	0	1,5	0,75	1	0	1,5
	2/1/des/des	1	0,75	0	0	0,75	0,75	0,25	0	0,75	0,75	0,25	0	1	0,75	0	0
	2/1/des/2	1	0,75	0	0,25	0,75	1	0,25	0	0,75	1	0,25	0	1	0,75	0	0,25
	2/1/3/des	1	0,75	0	1,5	0,75	0,75	0,25	1,5	0,75	0,75	0,25	1,5	1	0,75	0	1,5
	2/1/3/2	1	0,75	0	1,75	0,75	1	0,25	1,5	0,75	1	0,25	1,5	1	0,75	0	1,75
	1/2/des/x	1,5	0,25	0	0	0	0,25	1,5	0	0	0,25	1,5	0	1,5	0,25	0	0
	1/2/3/x	1,5	0,25	0	1,5	0	1,5	1,5	0	0	1,75	1,5	0	1,5	0,25	0	1,5
	1/2/2/x	1,5	0,25	0,75	0,75	0,75	1	1,5	0	0,75	1	1,5	0	1,5	0,25	0,75	0,75
	1/1/des/des	1,75	0	0	0	0	0	1,75	0	0	0	1,75	0	1,75	0	0	0
	1/1/des/2	1,75	0	0	0,25	0	0,25	1,75	0	0	0,25	1,75	0	1,75	0	0	0,25
	1/1/3/des	1,75	0	0	1,5	0	1,5	1,75	0	0	1,5	1,75	0	1,75	0	0	1,5
	1/1/3/2	1,75	0	0	1,75	0	1,75	1,75	0	0	1,75	1,75	0	1,75	0	0	1,75
	1/1/2/des	1,75	0	0,75	0,75	0,75	0,75	1,75	0	0,75	0,75	1,75	0	1,75	0	0,75	0,75
1/1/2/2	1,75	0	0,75	1	0,75	1	1,75	0	0,75	1	1,75	0	1,75	0	0,75	1	

ANEXO B – Jogo de informação imperfeita: Análise de sensibilidade para $Q = 90\%$

		JOGADOR 2															
		Nunca pede revisão		Pede revisão se P=2 ou P=1		Pede revisão se P=3 ou P=1		Pede revisão se P=3 ou P=2		Pede revisão se P=1		Pede revisão se P=2		Pede revisão se P=3		Pede revisão sempre	
JOGADOR 1	3/2/x/x	0	1,9	0	1,8	0	0,1	0	0	0	1,9	0	1,8	0	0,1	0	0
	3/1/x/des	0,1	1,8	0	1,8	0	0	0,1	0	0	1,8	0,1	1,8	0,1	0	0	0
	3/1/x/2	0,1	1,8	0	1,9	0	0,1	0,1	0	0	1,9	0,1	1,8	0,1	0	0	0,1
	2/2/des/x	0,9	1	0	0	0,9	1	0	0	0,9	1	0	0	0,9	1	0	0
	2/2/3/x	0,9	1	0	1,8	0,9	1	0	1,8	0,9	1	0	1,8	0,9	1	0	1,8
	2/1/des/des	1	0,9	0	0	0,9	0,9	0,1	0	0,9	0,9	0,1	0	1	0,9	0	0
	2/1/des/2	1	0,9	0	0,1	0,9	1	0,1	0	0,9	1	0,1	0	1	0,9	0	0,1
	2/1/3/des	1	0,9	0	1,8	0,9	0,9	0,1	1,8	0,9	0,9	0,1	1,8	1	0,9	0	1,8
	2/1/3/2	1	0,9	0	1,9	0,9	1	0,1	1,8	0,9	1	0,1	1,8	1	0,9	0	1,9
	1/2/des/x	1,8	0,1	0	0	0	0,1	1,8	0	0	0,1	1,8	0	1,8	0,1	0	0
	1/2/3/x	1,8	0,1	0	1,8	0	1,8	1,8	0	0	1,9	1,8	0	1,8	0,1	0	1,8
	1/2/2/x	1,8	0,1	0,9	0,9	0,9	1	1,8	0	0,9	1	1,8	0	1,8	0,1	0,9	0,9
	1/1/des/des	1,9	0	0	0	0	0	1,9	0	0	0	1,9	0	1,9	0	0	0
	1/1/des/2	1,9	0	0	0,1	0	0,1	1,9	0	0	0,1	1,9	0	1,9	0	0	0,1
	1/1/3/des	1,9	0	0	1,8	0	1,8	1,9	0	0	1,8	1,9	0	1,9	0	0	1,8
	1/1/3/2	1,9	0	0	1,9	0	1,9	1,9	0	0	1,9	1,9	0	1,9	0	0	1,9
	1/1/2/des	1,9	0	0,9	0,9	0,9	0,9	1,9	0	0,9	0,9	1,9	0	1,9	0	0,9	0,9
	1/1/2/2	1,9	0	0,9	1	0,9	1	1,9	0	0,9	1	1,9	0	1,9	0	0,9	1

ANEXO C – Jogo de informação imperfeita: Análise de sensibilidade para $Q = 25\%$

		JOGADOR 2															
		Nunca pede revisão		Pede revisão se P=2 ou P=1		Pede revisão se P=3 ou P=1		Pede revisão se P=3 ou P=2		Pede revisão se P=1		Pede revisão se P=2		Pede revisão se P=3		Pede revisão sempre	
JOGADOR 1	3/2/x/x	0	1,25	0	0,5	0	0,75	0	0	0	1,25	0	0,5	0	0,75	0	0
	3/1/x/des	0,75	0,5	0	0,5	0	0	0,75	0	0	0,5	0,75	0,5	0,75	0	0	0
	3/1/x/2	0,75	0,5	0	1,25	0	0,75	0,75	0	0	1,25	0,75	0,5	0,75	0	0	0,75
	2/2/des/x	0,25	1	0	0	0,25	1	0	0	0,25	1	0	0	0,25	1	0	0
	2/2/3/x	0,25	1	0	0,5	0,25	1	0	0,5	0,25	1	0	0,5	0,25	1	0	0,5
	2/1/des/des	1	0,25	0	0	0,25	0,25	0,75	0	0,25	0,25	0,75	0	1	0,25	0	0
	2/1/des/2	1	0,25	0	0,75	0,25	1	0,75	0	0,25	1	0,75	0	1	0,25	0	0,75
	2/1/3/des	1	0,25	0	0,5	0,25	0,25	0,75	0,5	0,25	0,25	0,75	0,5	1	0,25	0	0,5
	2/1/3/2	1	0,25	0	1,25	0,25	1	0,75	0,5	0,25	1	0,75	0,5	1	0,25	0	1,25
	1/2/des/x	0,5	0,75	0	0	0	0,75	0,5	0	0	0,75	0,5	0	0,5	0,75	0	0
	1/2/3/x	0,5	0,75	0	0,5	0	0,5	0,5	0	0	1,25	0,5	0	0,5	0,75	0	0,5
	1/2/2/x	0,5	0,75	0,25	0,25	0,25	1	0,5	0	0,25	1	0,5	0	0,5	0,75	0,25	0,25
	1/1/des/des	1,25	0	0	0	0	0	1,25	0	0	0	1,25	0	1,25	0	0	0
	1/1/des/2	1,25	0	0	0,75	0	0,75	1,25	0	0	0,75	1,25	0	1,25	0	0	0,75
	1/1/3/des	1,25	0	0	0,5	0	0,5	1,25	0	0	0,5	1,25	0	1,25	0	0	0,5
	1/1/3/2	1,25	0	0	1,25	0	1,25	1,25	0	0	1,25	1,25	0	1,25	0	0	1,25
	1/1/2/des	1,25	0	0,25	0,25	0,25	0,25	1,25	0	0,25	0,25	1,25	0	1,25	0	0,25	0,25
1/1/2/2	1,25	0	0,25	1	0,25	1	1,25	0	0,25	1	1,25	0	1,25	0	0,25	1	

ANEXO D – Jogo de informação imperfeita: Análise de sensibilidade para $Q = 10\%$

		JOGADOR 2															
		Nunca pede revisão		Pede revisão se P=2 ou P=1		Pede revisão se P=3 ou P=1		Pede revisão se P=3 ou P=2		Pede revisão se P=1		Pede revisão se P=2		Pede revisão se P=3		Pede revisão sempre	
JOGADOR 1	3/2/x/x	0	1,1	0	0,2	0	0,9	0	0	0	1,1	0	0,2	0	0,9	0	0
	3/1/x/des	0,9	0,2	0	0,2	0	0	0,9	0	0	0,2	0,9	0,2	0,9	0	0	0
	3/1/x/2	0,9	0,2	0	1,1	0	0,9	0,9	0	0	1,1	0,9	0,2	0,9	0	0	0,9
	2/2/des/x	0,1	1	0	0	0,1	1	0	0	0,1	1	0	0	0,1	1	0	0
	2/2/3/x	0,1	1	0	0,2	0,1	1	0	0,2	0,1	1	0	0,2	0,1	1	0	0,2
	2/1/des/des	1	0,1	0	0	0,1	0,1	0,9	0	0,1	0,1	0,9	0	1	0,1	0	0
	2/1/des/2	1	0,1	0	0,9	0,1	1	0,9	0	0,1	1	0,9	0	1	0,1	0	0,9
	2/1/3/des	1	0,1	0	0,2	0,1	0,1	0,9	0,2	0,1	0,1	0,9	0,2	1	0,1	0	0,2
	2/1/3/2	1	0,1	0	1,1	0,1	1	0,9	0,2	0,1	1	0,9	0,2	1	0,1	0	1,1
	1/2/des/x	0,2	0,9	0	0	0	0,9	0,2	0	0	0,9	0,2	0	0,2	0,9	0	0
	1/2/3/x	0,2	0,9	0	0,2	0	0,2	0,2	0	0	1,1	0,2	0	0,2	0,9	0	0,2
	1/2/2/x	0,2	0,9	0,1	0,1	0,1	1	0,2	0	0,1	1	0,2	0	0,2	0,9	0,1	0,1
	1/1/des/des	1,1	0	0	0	0	0	1,1	0	0	0	1,1	0	1,1	0	0	0
	1/1/des/2	1,1	0	0	0,9	0	0,9	1,1	0	0	0,9	1,1	0	1,1	0	0	0,9
	1/1/3/des	1,1	0	0	0,2	0	0,2	1,1	0	0	0,2	1,1	0	1,1	0	0	0,2
	1/1/3/2	1,1	0	0	1,1	0	1,1	1,1	0	0	1,1	1,1	0	1,1	0	0	1,1
	1/1/2/des	1,1	0	0,1	0,1	0,1	0,1	1,1	0	0,1	0,1	1,1	0	1,1	0	0,1	0,1
	1/1/2/2	1,1	0	0,1	1	0,1	1	1,1	0	0,1	1	1,1	0	1,1	0	0,1	1