PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DO RIO DE JANEIRO

MONOGRAFIA DE FINAL DE CURSO

MEDINDO O RISCO DA DÍVIDA PÚBLICA FEDERAL BRASILEIRA PRÉ-FIXADA

Gustavo Durante Nunes
N° de Matrícula : 9424077-9

Orientador : Márcio G. P. Garcia

Dezembro, 1997

PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DO RIO DE JANEIRO

MONOGRAFIA DE FINAL DE CURSO

MEDINDO O RISCO DA DÍVIDA PÚBLICA FEDERAL BRASILEIRA PRÉ-FIXADA

Gustavo D. Nunes
Gustavo Durante Nunes
N° de Matrícula : 9424077-9

Orientador : Márcio G. P. Garcia

Dezembro, 1997

"As opiniões expressas neste trabalho são de responsabilidade única e exclusiva do autor"

I. INTRODUÇÃO

Nesta monografia realizarei um cálculo do risco implicado pela dívida pública federal pré-fixada aos agentes. Para este cálculo foi usada uma metodologia relativamente nova e cujo uso tem crescido enormemente. Muito desse aumento se deve ao forte apelo intuitivo desta que se convencionou chamar de "Value-at-Risk" (ou traduzindo, "valor em risco"), e que daqui para frente nos referiremos somente por VaR. Ela significa isso mesmo: o quanto os agentes estão sujeitos a perder, com x% de probabilidade, dentro de um determinado período de tempo.

Para que se possa entender a metodologia do VaR, devemos ter algum conhecimento sobre risco. No segundo capítulo, esta noção tentou ser passada de maneira bastante simplificada e resumida. Além das definições, neste capítulo fala-se um pouco do histórico do aumento da volatilidade nos mercados e de gerenciamento de risco. Por fim, as duas maneiras mais conhecidas e utilizadas para o cálculo do risco: a variância simples e os modelos da família GARCH.

No terceiro capítulo define-se mais formalmente o que é VaR. Fala-se também das suas origens e de como vem sendo tratado o assunto pelos órgãos reguladores. Na seção 3.3 são rapidamente descritas as duas grandes classes de modelos de "Value-at-Risk": os paramétricos e os não paramétricos. No final, a importância do *Risk Mapping*.

No quarto capítulo, o modelo Delta-Normal, que foi utilizado neste trabalho, é explicado, ressaltando-se os tratamentos que instrumentos de renda fixa devem receber de maneira a possibilitar a modelagem. Esta técnica de identificação dos fatores e de mapeamento das posições de renda fixa nos chamados "vértices temporais" se constitui no ponto principal do cálculo deste VaR.

No capítulo 5 é descrito como se deve proceder na estimação das taxas de juros e de suas volatilidades e correlações. O mercado brasileiro possui certas características que dificultam o tratamento, e estas são explicadas. Entre elas, o calendário de dias corridos, a fixação da taxa de juros mensal pelo Banco Central, e o próprio mercado futuro de DI, que é principal instrumento para estimação da taxa de juros básica da economia, e portanto fundamental para esta trabalho, que apresenta algumas dificuldades para o tratamento. Tendo construído a estrutura a termo da taxa de juros, foi feito o cálculo dos retornos, e depois da volatilidade.

O capítulo 6 mostra os resultados obtidos e faz uma análise do funcionamento do modelo em uma situação de crise, como a ocorrida na bolsa de Hong Kong, que rapidamente se espalhou para os mercados financeiros dos outros países, afetando seriamente o brasileiro.

No capítulo 7 são apresentadas as conclusões.

II. RISCO

Este trabalho faz um cálculo do risco implicado pela dívida pública federal brasileria pré-fixada aos agentes econômicos. Para isso será usada a metodologia conhecida como “Value-at-Risk”, que é bastante recente. Só que para que possamos entendê-la é fundamental que estejamos familiarizados com o conceito de risco, além de alguns fatos históricos. Este é o objetivo deste capítulo. Ele contém o mínimo que é necessário saber de risco, dos fatos históricos e de como medí-lo.

2.1 - DEFINIÇÃO

Começaremos respondendo a seguinte pergunta: *"O que é risco ?"*

Risco pode ser definido como *exposição à incerteza*. Incerteza, esta, quanto a um resultado futuro, que pode ser tanto positivo quanto negativo. Isto é, apesar do termo *risco* ser normalmente associado à possibilidade de perdas, a teoria de finanças o define como sendo a dispersão de resultados inesperados, causados por mudanças em variáveis financeiras. É claro que as instituições estão preocupadas com os riscos de perdas, mas justamente por isso devem abrir os olhos para resultados muito acima da média do mercado, pois estes podem estar sendo originados de posições altamente alavancadas, e de elevado risco. Essa realidade é bastante conhecida, a da existência de um *trade off* entre risco e retorno: para ganharmos muito devemos correr altos riscos. Casos famosos de falências como o Barings são resultado de uma percepção falha e de pouco controle sobre os riscos tomados por traders.

Este trabalho se concentrará em medir o risco financeiro, que pode ser definido como "financial exposure to uncertainty[1]", implicado aos agentes pelos títulos públicos federais de renda fixa (BBC e LTN). Mais especificamente, o que nos interessa são os riscos de mercado. Os riscos financeiros podem ser subdivididos em :

- Risco de Mercado : Risco decorrente da volatilidade de preços dos ativos financeiros, como taxas de juros, taxas de câmbio e outros.
- Risco de Crédito : Se refere à incapacidade das contrapartes em honrar compromissos previamente assumidos.
- Risco operacional : Relacionado aos sistemas, práticas e medidas de controle de uma

---

[1] Contingency Analysis, Glossary. Internet Home Page.

instituição, sujeitos à situações adversas de mercado e falhas humanas.

- Risco Legal : Relacionado aos aspectos legais de contratos.

A metodologia "Value-at-Risk" é utilizada para mensurar o risco de mercado, mas pode ser estendida para a análise do risco de crédito.

Para que possamos calcular o risco, devemos, primeiro, analisar quais são as variáveis de interesse para podermos identificar as fontes de risco que incidem sobre estas variáveis. Uma vez identificadas as *variáveis de risco*, deve-se desenvolver uma metodologia de cálculo. Como exemplo, podemos tomar os ativos de renda fixa que serão analisados neste trabalho. O preço de um instrumento de renda fixa é dado pelo valor presente da soma de seus componentes[2], cupons mais valor de face. Este paga um rendimento nominal pré-fixado mas, o rendimento real dependerá da taxa de juros durante a vida do título, que não será, necessariamente, fixa. Desta taxa de juros corrente é que virá a incerteza. Se ela aumentar, o fator de desconto dos componentes do título aumentará, diminuindo seu valor presente. Ao mesmo tempo, se ela diminuir, a taxa de reinvestimento dos cupons será menor. À primeira possibilidade dá-se o nome de **risco de mercado,** enquanto que à segunda, **risco de reinvestimento** . Além destes, os instrumentos de renda fixa estão sujeitos a outros riscos: risco relacionado à inflaçao, risco legal, risco de evento, risco de setor e, por último, risco relacionado à taxa de câmbio[3]. Uma vez identificadas as fontes de risco, podemos partir para o cálculo deste.

As variações no valor do ativo podem ocorrer devido a uma combinação de dois

---

[2] $P=C_1/(1+i_1)^{t1}+C_2/(1+i_2)^{t2}+\ldots+F/(1+i_n)^{tn}$; onde n é o tempo até a maturação, C_j é o valor do cupon j , i_j é a taxa de juros do período j e F é o valor da última amortização.

[3] Ver Fabozzi, Fabozzi e Dattatrya (1991) – Alexandre Barcinski (1997)

fatores[4]: a volatilidade da variável de risco e a exposição à fonte de risco. A volatilidade de uma variável (aleatória) financeira é dada pelo grau de variabilidade (aleatória) deste. A definição padrão, em finanças, de volatilidade é a de **desvio padrão** (Deve-se notar que o conceito de volatilidade, ao contrário do conceito puramente estatístico de variância, traz embutida a noção de risco). O VaR captura o efeito combinado dos dois fatores (volatilidade e exposição). O primeiro foge ao controle dos agentes. Sendo assim, o gerenciamento do risco deve se dar via exposição à estes. Os derivativos são fundamentais para esta calibragem pois com eles podemos moldar infinitas posições ante ao risco.

2.2 - MEDIDAS DO RISCO

O cálculo das volatilidades é fundamental na determinação do risco de um ativo. Este será medido através do desvio padrão de uma série de retornos, que é uma medida de dispersão de uma série. Com ela verificamos o quanto os retornos se concentram ao redor da média. Quanto mais perto, ou menos dispersos, menor será o desvio padrão. Quando falarmos em volatilidade estamos nos referindo ao desvio padrão. A variância é o quadrado do desvio padrão.

Como já sabemos, o risco é a incerteza quanto a um resultado futuro, e para o seu cálculo existem diversos métodos[5], mas de uma maneira geral, não existe um "melhor". Tudo vai depender do caso em questão. Os dois mais conhecidos e utilizados são: o cálculo da volatilidade pela fórmula de variância simples, onde a volatilidade é simplesmente o desvio-padrão da amostra, e os métodos da família GARCH.

---

[4] Ver Jorion, Phillipe. 1997. *Value-at-Risk* :64-65

[5] Ver Duarte Jr., Antonio Marcos. "Estimação da Volatilidade de Ativos e Índices Brasileiros" *Resenha BM&F - n°111.*

Neste trabalho estaremos assumindo que os retornos têm média zero. O que nos leva a adotar este pressuposto é o fato que não é natural esperar que retornos diários difiram significativamente de zero. É isso, de forma simplificada, que nos diz a teoria de finanças. Portanto qualquer valor estimado para a média que seja diferente de zero é provável que seja um viés da fórmula utilizada.

Para calcular a variância, tomamos o quadrado dos desvios em relação à média, e tiramos a média destes . Como a média dos retornos é zero, a variância será a média do quadrado dos retornos.

$$\sigma^2 = (1/n)\Sigma\, r_{t-i}^{\,2} \quad , \text{ onde } i = 1, 2, \ldots, n$$

O problema desta fórmula é que temos que escolher a janela temporal, isto é, o número de dados que entrarão na conta (n). Podemos chegar a valores bastante distintos se utilizarmos uma janela de 30 dias ou outra de 60. Além disso, o peso dado às observações é igual, o que significa dizer que nosso modelo, utilizado para medir o quanto o mercado está "nervoso" e arriscado em um determinado momento, dá a mesma importância à uma observação a 30, ou 60, dias atrás e uma ontem. A fórmula da variância assume que as obsevações utilizadas em seu cálculo são variáveis aleatórias (geradas ao acaso), com mesma média e mesma variância. Se este fosse o caso dos retornos, esta seria a melhor fórmula pois, quando calculássemos a volatilidade histórica, estaríamos utilizando o maior número de dados.

Os fatos empíricos, entretanto, nos dizem o contrário. Existem períodos de maior ou de menor volatilidade. Seria mais natural se, ao calcular a volatilidade (ou variância), as informações mais recentes tivessem maior peso. É justamente isso que fazem os modelos da família GARCH. Esta classe de modelos possui a vantagem de capturar dois fatos importantes que são observados na prática.

A primeira é que ela utiliza, com maior peso, as últimas observações. Choques recentes terão grande influência no cálculo da volatilidade, mas cujo peso decrescerá com o passar do tempo. Como exemplo podemos citar a crise do México, ocorrida no final de 1994 , que afetou enormemente as bolsas brasileiras. Um dia depois, a volatilidade seria muito alta, decrescendo na medida que o tempo passou. Trinta dias depois aquele choque não teria mais muita influência na volatilidade. Outra vantagem é que peso que daremos às observações ficará a critério de cada um, como veremos mais a seguir.

Outra característica empírica modelada é o fato de que um dia com volatilidade alta tende a ser seguido por outro dia com alta volatilidade. Isto é, existe uma certa persistência. Estes modelos, por conterem componentes autoregressivos, captam este fenômeno. A fórmula geral para um GARCH(1,1) é a seguinte:

$$h_t = a_0 + a_1 r^2_{t-1} + bh_{t-1}$$

h_t = variância de t
a_0 = constante
h_{t-1} = variância de t-1
r^2_{t-1} = quadrado de retorno de t-1
$a_1 + b < 1$ para que a variância não seja explosiva

2.3 - HISTÓRICO

O primeiro grande passo em direção ao desenvolvimento e difusão dos modelos quantitativos para estimação do risco e, portanto, para o gerenciamento de risco, foi dado em 1952 por Laureate Markowitz, que demonstrou matematicamente as vantagens da diversificação. Como vimos, investidores podem ajustar sua exposição ao risco. Como já vimos, devido ao "trade-off" entre risco e retorno, maior risco deve significar maior retorno esperado. Este retorno maior, devido à definição de valor esperado, deverá ser o retorno médio obtido dentro de um intervalo de tempo, que poderá não ser curto. Portanto é bom para aqueles que gostam de retornos mais altos e não se incomodam com o risco elevado.

Intuitivamente, a idéia de Markowitz era que, ao diversificar, os indivíduos estariam dispostos a trocar uma parte dos seus retornos por menos incerteza quanto a estes[6]. Retorno esperado é algo desejável, algo que queremos maximizar, enquanto variância (o conceito de variância e risco estão intimamente relacionados) é algo ruim, e que, portanto, deve ser minimizada. Fica mais fácil se pensarmos em uma função de utilidade, a qual os agentes maximizam, do tipo:

$$U(x) = \mu - \lambda * V(x)$$

Onde x é o retorno de um portfolio, ou de um ativo, com variância V(x) e valor esperado (ou média) μ ; λ é um parâmetro que representa o quanto V(x) é indesejável, ou melhor, o quanto um agente é avesso ao risco. O grau de penalização que os indivíduos dão à variância dos retornos (λ), é algo que pode variar no tempo, e que depende de vários fatores subjetivos.

A idade, a experiência, a riqueza podem influenciar a posição e a percepção de uma pessoa sobre o risco. Uma aproximação interessante a esta possibilidade foi desenvolvida por William Sharpe, que em 1990 publicou um estudo analisando a relação entre mudanças na riqueza e a propensão a possuir ativos de risco. A conclusão era que a relação era positiva, onde incrementos na riqueza aumentariam a propensão dos indivíduos ao maior risco, o que explicaria por que mercados altistas ("Bull Markets") e baixistas ("Bear Markets") tenderiam a atingir os extremos, mas seriam "puxados" de volta à média

[6] Quem nunca ouviu o ditado que diz para nunca se colocar todos os ovos em uma mesma cesta ?

conforme os investidores percebessem o erro de avaliação e o corrigissem[7].

Entretanto os anos 70 representaram um marco. Em 1971, com o colapso do sistema de Bretton Woods de taxas de câmbio fixas, deu-se início a um período de crescente volatilidade das taxas de câmbio. Devemos, ainda, somar o efeito dos choques do petróleo, também nesta década, como mais um fator desestabilizador e gerador de incertazas. A necessidade de ativos que protegessem e controlassem os riscos das taxas de câmbio e de juros foi suprida com a proliferação dos instrumentos derivativos[8], que ganharam um impulso ainda maior devido à publicação do modelo de Black-Scholes[9]. Este modelo forneceu o instrumental teórico para a precificação dos derivativos, para a análise e o gerenciamento de risco.

Portanto, os anos a partir de 1973 presenciaram um enorme incremento na volatilidade, que acelerou a proliferação dos derivativos. Contratos à termo, futuros, swaps e opções são exemplos de derivativos, que facilitam enormemente o papel de gerenciamento do risco, pois podem ser usados para cancelar parcialmente ou totalmente os riscos de instrumentos, posições e portfolios. Outras características desejáveis podem ser encontradas nos derivativos, como grande liquidez e baixos custos de transação. Além disso, eles permitem uma infinidade de combinações. Uma frase que ilustra muito bem o que são derivativos é:

> *"The concept of derivatives stems back at least to the Bible. In Genesis, God began creation by separating light from darkness."*
>
> *Andrew Davidson*

---

[7] Ver Bernstein, Peter L. , *Against the Gods: The remarkable story of risk.* .John Wiley & Sons, 1996.

[8] Derivativo pode ser definido como um ativo cujo preço é uma função de um outro ativo, taxa de referência ou índice, como uma ação, título, moeda ou *commodity.*

[9] Fischer Black e Robert Merton receberam o prêmio Nobel de economia neste ano (1997) devido à este trabalho. Certamente, nenhum trabalho acadêmico teve tanto impacto no desenvolvimento de um mercado, como é o caso deste modelo e os mercados de derivativos.

Por outro lado, estes mesmos instrumentos que podem ser usados para *hedgear* (proteger posições contra o risco), podem também ser usados para fazer apostas especulativas. A diferença entre especulação e hedge pode ser bastante sutil. Tanto uma como o outro podem ser feitos com os mesmos instrumentos, apenas mudando a composição da carteira. John Hull - no livro"*Introdução aos Mercados de Derivativos e Futuros*", cap. 4 – dá um exemplo de como a diferença entre o hedge e a especulação pode ser muito pequena. O autor mostra as situações que um hedge é desejável ou não. No caso de um segmento da indústria onde o hedge não é uma norma, este não deve ser utilizado pois pode, ao invés de diminuir, aumentar o risco. Isto porque a competição pode provocar variações de preços que reflitam os custos das matérias-primas, taxas de juros, e outros. Neste caso, a mesma operação pode, em diferentes circunstâncias, eliminar riscos ou alvancar posições.

Estes fatores ajudam a entender a preocupação, cada vez mais presente, com o desenvolvimento e adoção, por parte de instituições financeiras e não financeiras, de técnicas de gerenciamento de risco. O mundo tem passado por transformações com queda de barreiras comerciais e financeiras. Em um mundo cada vez mais globalizado cresce a utilização de instrumentos derivativos, que se não vier acompanhada de instrumentos de controle de risco, poderá causar falências, desestabilizando a economia globalizada, mais interligada.

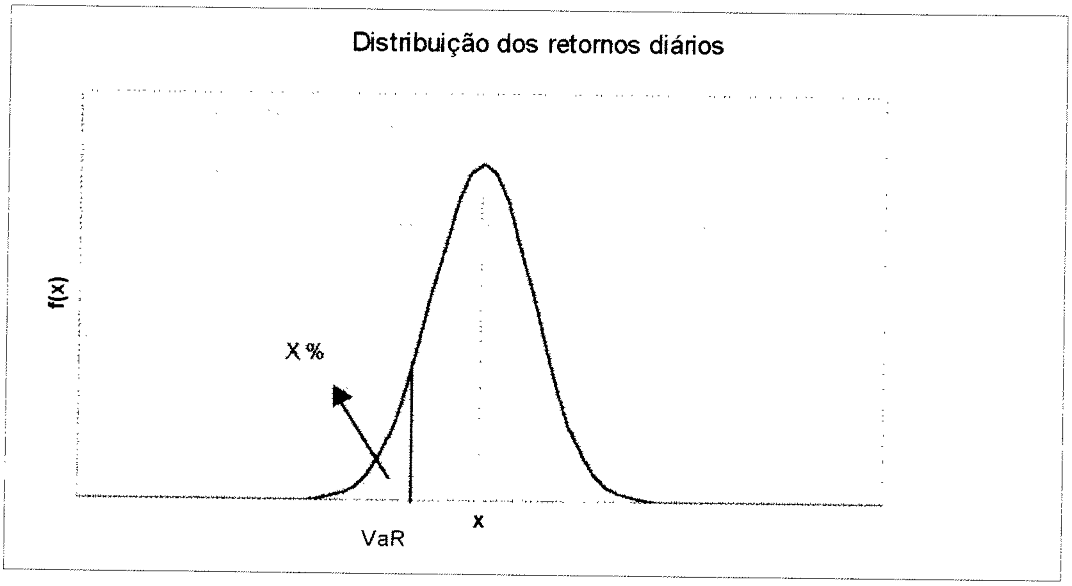
III. "VALUE AT RISK"

3.1 – O QUE É "VALUE AT RISK"

A definição de VaR é a seguinte:

> ***"Value-at-risk é a pior perda esperada em um intervalo de tempo, dado um nível de significância"***

Este é um conceito bastante intuitivo, que não requer conhecimentos específicos sobre gerenciamento de risco ou estatística. Fica bastante fácil entender o seu significado olhando para um gráfico:



Supondo que a curva acima represente a distribuição dos retornos diários (x) de uma determinada carteira, observados em um certo período, o VaR desta carteira seria o valor que separasse à sua esquerda exatamente X % das observações. O valor escolhido de X % é o nível de significância, e é de alguma forma arbitrário, depende da finalidade e do usuário do sistema.

O VaR é uma medida das perdas esperadas apenas devido a movimentos "normais" do mercado. Sendo assim, perdas maiores que o VaR do portfolio só ocorrerão com uma probabilidade pequena (X% das vezes). Em seu cálculo são usadas simplificações, de forma a tornar possível a agregação dos riscos da carteira, muitas vezes tão diversos, em uma simples medida.

Como vimos, ao mesmo tempo que é uma medida extremamente poderosa, o VaR representa um desafio. Sua força decorre da sua generalidade, mas é justamente aí que surgem as dificuldades. Por ser definido como a perda esperada de um portfolio - dada uma pequena probabilidade, dentro de um período de tempo – o desafio para sua implementação é a especificação da distribuição de probabilidade[1] dos retornos. Conforme aumenta o número de ativos do portfolio, aumentam as dificuldades.

3.2 ORIGENS DO VaR

O conceito e o uso do VaR são recentes. Sistemas que adotam esta metodologia foram primeiramente usados por instituições financeiras de grande porte no final dos anos 80 para medir o risco dos seus portfolios. Desde então o que se viu foi um enorme aumento do seu uso. Atualmente, o VaR é usado por diversas instituições, mesmo as menores, que possuem em suas carteiras instrumentos derivativos, para medir e gerenciar o risco de mercado.

Na tentativa de estabelecer um padrão em 1994, o banco americano J. P. Morgan divulgou a metodologia RiskMetrics, dando uma enorme impulso no desenvolvimento e uso do VaR. O RiskMetrics é um manual completo e bastante didático que explica detalhadamente como implementar um sistema de "Value-at-Risk". Seu uso é livre, bastando que a fonte seja citada, e pode ser encontrado no *site* do J.P Morgan na internet para *download*.

Além das grandes instituições, o VaR está cada vez mais sendo usado por instituições financeiras de menor porte e até por outras não ligadas ao mercado financeiro. Reguladores também têm se interessado pelo VaR. A seguir um resumo do que tem sido feito.

<u>Acordos de Basiléia:</u>

- <u>Acordo de 1988</u> – Fixa o capital mínimo requerido para cobrir o risco das operações em:

  0% para títulos públicos, dinheiro em caixa, ouro.

  1,6% para recebíveis, títulos de agências do governo, títulos municipais

  4% para títulos de receitas municipais

  8% para debêntures, ações, imóveis, títulos em países em desenvolvimento

- Não considera correlações de risco e crédito
- Contabilização por *accrual*
- Não considera risco de mercado.

[1] A grosso modo, distribuição de probabilidade é uma função que associa probabilidades aos possíveis

- Acordo de abril de 1993 - Considera o cálculo do VaR analisando a exposição à: taca de juros, taxa de câmbio, ações e *commodities*.
  - Utiliza bandas de "duration"
  - Não leva em consideração as correlações

- Revisão de abril de 1995 - Permite que o banco use seu sistema de risco interno desde que:
  - Tenha horizonte de tempo de 10 dias
  - Um nível de confiabilidade de 99%
  - Um banco de dados de no mínimo um ano

  Neste, todas as correlações podem ser consideradas. Em cima do VaR será multiplicado um fator de no mínimo 3, que dependerá do regulador local. O sistema poderá ser penalizado se falhar no *back test*, que é uma análise de quantas vezes o VaR falhou.

- Modelo de pré-comprometimento - Este é uma proposta do FED (Federal Reserve Board), de 1995. Segundo ele, o banco se compromete a não perder mais que um certo limite em um determinado horizonte de tempo. Este limite passa a ser o capital mínimo exigido para garantia do risco de mercado. O regulador fiscalizará a cada trimestre e, caso o banco tenha excedido a perda do limite sofrerá multas ou chamadas adicionais de capital.

---

eventos.

O Banco Central brasileiro não é signatário destes acordos, mas tem adotado algumas medidas na mesma direção.

3.3 – METODOLOGIAS

Graças às suas muitas qualidades, o VaR, como vimos acima, tem atraído muitos adeptos, e tem sido usado para diversas finalidades. Para trabalhar com diferentes ativos e mercados, o surgimento de técnicas para mensurar e gerenciar riscos tem crescido a uma velocidade muito grande, e diferentes métodos para o VaR estão disponíveis.

Podemos classificá-los em dois grandes grupos, de acordo com a maneira que a distribuição dos retornos é tratada: Paramétricos e não paramétricos.

3.3 .1 – Modelos Paramétricos

Os modelos paramétricos são assim definidos por assumirem uma distribuição parametrizada para os retornos, isto é, que pode ser descrita por parâmteros, em geral a normal. Como sabemos, a distribuição normal (ou Gaussiana) pode ser inteiramente descrita através de dois parâmetros, a média e a variância, que podem ser estimados a partir da amostra. Uma vez estimados podemos obter o VaR em uma tabela da distribuição normal padrão. O método que usaremos neste trabalho é conhecido como Delta Normal. Este método assume normalidade e linearidade entre as posições, sendo provavelmente um dos mais fáceis de se trabalhar.

A grande vantagem de trabalhar com este tipo de modelo está em sua simplicidade.

Além disso, quando trabalhamos com distribuições normais, podemos facilmente derivar os valores do VaR para diversos períodos de tempo. Suponha que estamos observando dados diários e queremos achar um VaR semanal. Já que retornos são normais e independentemente distribuidos (por hipótese), a transformação é trivial, pois estaremos tratando de uma soma de variáveis aleatórias independentes. Assim, o retorno semanal será a soma dos retornos diários:

$$R_{semana} = R_1 + R_2 + R_3 + R_4 + R_5$$

Se $R_i \sim N(\mu ; \sigma^2)$, isto é, os retornos diários tem uma distribuição normal com média μ e variância σ^2, $R_{semana} \sim N(5\mu ; 5\sigma^2)$. Logo, o desvio padrão do retorno semanal será $5 * T^{1/2}$. Para que isto ocorra, repetindo, os retornos devem ser descorrelatados, o que está de acordo com a eficiência dos mercados.

Um exemplo retirado do RiskMetrics – Technical Document (pág 6):

Suponha que uma firma nos EUA tenha uma posição de 140 milhões de Marcos alemães. Imagine que a da taxa de câmbio seja de 1,40 DEM/USD$, e que sua volatilidade diária de 0.565%. Como estamos trabalhando com um nível de significância de 5%, e com a hipótese de normalidade, sabemos que a taxa de câmbio não deverá cair, em um dia, mais que 0.932 %, em 95% dos casos (1,65σ). Assim, o VaR diário desta posição é, em USD, de:

$$\$100 \text{ milhões} \times 0.932\,\% = \$\,932.000$$

Este número significa que 95% das vezes a firma não perderá mais que $932.000 em um período de 24 horas. Se quisessemos um VaR semanal, bastaria achara volatilidade *semanal, que é igual a* $0.565*5^{1/2}$, *ou 1.2634%.*

O intervalo de tempo ao qual o VaR diz respeito é de alguma forma arbitrário, da mesma maneira que o nível de significância, e varia de caso para caso. Pode ser diário, mensal, trimestral, ou até horário. Para um banco, o normal costuma ser um VaR diário, e que deve ser suficiente para capturar posições que excedem um determinado limite de risco. Já para um fundo de pensão, que costuma ajustar posições de forma mais lenta, um VaR mensal já seria de bom tamanho.

A mesma flexibilidade ocorre com a escolha do nível de significância. O RiskMetrics© do J.P Morgan usa um nível de 5%. O Bankers Trust, 1%. A escolha deste valor depende da finalidade do VaR e do grau de aversão ao risco do usuário.

O problema de utilizar os modelos paramétricos surge quando os retornos do ativo (ou carteira de ativos) em questão se distanciam da distribuição usada. Na prática, os retornos dos ativos financeiros demonstram características não normais:

- "Clusters" de volatilidade – existem concentração de dias de alta volatilidade e outros de baixa volatilidade. Assim, não valeria a regra da "raiz quadrada do tempo"[2], segundo a qual, para calcularmos a volatilidade de um determinado período de T dias (a partir de um VaR diário) devemos multiplicar a de um dia pela raiz quadrada de T.
- Caudas Pesadas – a distribuição dos retornos apresenta caudas mais pesadas do que o esperado em uma distribuição normal. Eles tendem a se concentrar mais ao redor da média, mas a ocorrência de valores extremos é maior que em distribuição normal. Isto significa que a suposição de normalidade levaria a uma subestimação

[2] Ver Danielson, Jon and C.G. de Vries, 1997. Pág.3.

dos eventos extremos.

3.3 .2 – Modelos Não-Paramétricos e Semi-Paramétricos

Dentro da classe dos modelos não paramétricos , podemos destacar dois principais: Simulação Histórica e Simulação de Monte Carlo.

A simulação histórica é um metodo simples, que requer poucos pressupostos. Resumidamente, o que este método faz é usar variações ocorridas nos preços e taxas do mercado para construir a distribuição dos retornos futuros. Desta, pode-se, então, tirar o VaR como sendo a perda que superou este limite 5% das vezes, para um nível de significância de 5%. A distribuição dos retornos é construída com o valor atual do portfolio, sujeitando este às variações abservadas no passado. Se tivermos N retornos observados, poderemos construir uma curva com N novos valores para o nosso portfolio. O problema deste método é que estamos limitados ao número de observações passadas que possuímos. Além disso, não podemos fazer previsões fora da amostra.

Na simulação de Monte Carlo encontamos algumas semelhanças com a simulação histórica. A principal diferença é que ao invés de fazer a simulação com os valores observados no passado, são geradas N observações para os retornos do portfolio. Para fazer esta simulação devemos construir um processo estocástico para os ativos analisados. As variâncias e correlações podem ser obtidas através de dados históricos ou de informações contidas em opções, nas volatilidades implícitas[3] . Usando técnicas computacionais, geramos retornos hipotéticos. Uma grande vantagem deste método é que não ficamos

[3] Estudos empíricos têm mostrado que, sempre que possível. devemos utilizar as volatilidades implícitas por serem mais eficientes. Isto ocorre porque elas contém mais informação que a classe das volatilidades históricas.

limitados apenas às observações passadas, mas podemos criar infinitos retornos hipotéticos. O principal problema está em descobrir uma função de distribuição que se aproxime da verdadeira, ou também descrever o processo estocástico dos ativos com equações. Além deste, também devemos levar em consideração os custos computacionais. Apesar das dificuldades, este é o método mais poderoso para mensurar o VaR. Podemos usá-lo para medir diversas categorias de risco, inclusive relações não lineares entre preços, e até risco de modelagem. Nestes também podemos, também, incorporar uma estrutura variável para a volatilidade, caudas pesadas nos retornos e cenários extremos. Mas sem dúvida, para carteiras compostas em sua maioria por opções devemos usar este modelo. Para outras, mais lineares, outros métodos compensam a menor sofisticação com a maior simplicidade.

Além destes métodos acima existem ainda outros chamados de semi-paramétricos. Danielsson e de Vries (1997) desenvolvem uma metodologia que combina o método não paramétrico de simulação histórica com uma estimação paramétrica das caudas. O estudo é baseado em recentes estudos sobre a teoria de valores extremos, o que possibilita uma estimação mais precisa das caudas de um portfolio.

Outro tipo de metodologia é proposta por Butler and Schachter (1996) utiliza *kernel estimation* para traçar a distribuição amostral, de maneira a melhorar o método de simulação histórica.

3.4 - *"RISK MAPPING"*

Com o objetivo de calcular o VaR, precisamos identificar quais fatores influenciam o valor da nossa carteira de ativos. Este é um dos passos cruciais. É necessário identificar somente os fatores mais importantes pois, caso contrário o nível de complexidade aumentaria enormemente, inviabilizando o trabalho. Instrumentos como opções, opções exóticas, swaps são bastante complicados de se tratar, exigindo cuidadosa modelagem do problema. Como exemplo, podemos citar o caso de uma firma situada nos EUA que tenha fechado um contrato a termo para comprar Libras em troca de dólares, com maturidade em 90 dias. Os fatores relevantes seriam basicamente três: o preço spot, a taxa de juros de três mêses inglesa e a taxa de juros americana de três meses. Por ser este um contrato a termo, sujeito ao risco de crédito, a taxa usada deverá ser a LIBOR.

Modelando desta maneira, achando "fórmulas" para o preço de ativos em função de fatores como juros, câmbio e outros, ganhamos uma enorme vantagem na análise. Desta maneira nosso modelo captará de maneira mais completa as mudanças de valor do portfolio em função das variações dos preços e taxas de mercado. E ainda levará em consideração o efeito da diversificação do portfolio.

Na metodologia usada neste trabalho, a Delta-Normal, é bastante importante este processo de "risk mapping", como veremos a seguir.

IV. O "VALUE AT RISK" DELTA -NORMAL

4.1 – O VaR DELTA-NORMAL

Este modelo é baseado na hipótese de que todos os fatores de mercado subjacentes seguem uma distribuição normal multivariada. Como assume linearidade entre os parâmetros, tudo que é necessário para o seu cálculo é a combinação das posições e a matriz covariância. Usando estes pressupostos, e mais alguns que serão vistos adiante, podemos determinar a distribuição dos ganhos e perdas do portfólio "marked-to-market" [1], que também é normal. Uma vez obtida esta distribuição, as propriedades padrão da distriuição normal são usadas para achar o VaR. Este seria :

VaR = 1,96 x (Desvio padrão das mudanças no valor do portfólio)

O 1,96 que foi multiplica o desvio padrão é obtido a partir de uma propriedade da distribuição normal, que diz que valores 1,96 desvios padrão abaixo da média só ocorrem 2,5% das vezes. Se o nível de significância fosse de 5% este valor seria de 1,65.

Esta metodologia pode parecer bastante rígida, pois é baseada em um conjunto de fórmulas estatísticas. Mas nela estão presentes as noções de variabilidade e de movimentos conjuntos, com os conceitos estatísticos de desvio padrão (ou variância) e correlação. O conjunto destes determina a matriz covariância da distribuição normal dos fatores de mercado.

A variância do portflio é dada, então, pelo conjunto de fórmulas:

[1] Dizer que um ativo é "marcado-a-mercado" é simplesmente utilizar no cálculo o valor que este ativo teria, naquele momento, se fosse negociado em mercado. Não é usado o valor histórico de aquisição. As perdas e

$$\text{Variância do Portfolio} = [\, w_1 \quad w_2 \quad \dots \quad w_n] \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & \sigma_{12} & \sigma_{13} \dots & \sigma_{1n} \\ \dots & & \dots & \\ \sigma_{n1} & \sigma_{n2} & \dots & \dots \sigma_n^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ .. \\ w_n \end{bmatrix}$$

$\sigma_p^2 = W' \Sigma W$, onde W é a matriz com os pesos (w_I) de cada ativo e Σ é a matriz covariância.

$$\text{VaR} = 1{,}96 \sqrt{\sigma_p^2}$$

4.2 – A IMPORTÂNCIA DO MAPEAMENTO DOS FATORES DE RISCO

Este é um passo fundamental. Significa pegar os componentes da nossa carteira e "mapeá-los" em posições mais simples e padronizadas. Cada uma dessas posições padronizadas é associada com um único fator de mercado. Por exemplo, para o contrato a termo citado anteriormente os três fatores de mercado seriam o preço spot, a taxa de juros de três mêses inglesa e a taxa de juros americana de três meses. As posições equivalentes seriam um título zero-cupom de três meses em dólar, um título zero-cupom de três meses

ganhos são descontados e fica o novo valor.

em libras (exposto apenas às variações na taxa de juros britânicas) e, para o caso de uma empresa baseada nos EUA que estivesse fazendo esta operação, a taxa spot da libra.

Para alguns casos a decomposição é direta. Para casos mais complicados esta ficará a critério de cada um. Quanto mais fatores-padrão usarmos para decompor nossas posições, maior será a complexidade e o número de cálculos que teremos que efetuar. O ganho marginal em precisão poderá não compensar.

4.3 – OS VÉRTICES TEMPORAIS

Como sabemos, a cada dia que passa o valor de um instrumento de renda fixa muda de valor simplesmente porque um dia se passou. Isso ocorre pois, conforme o tempo passa, este instrumento terá menos um dia até o vencimento, isto é menos uma "taxa de juros diária". Por isso, instrumentos com diferentes dias até a maturidade devem ser tratados como ativos diferentes, e devemos mapeá-los em posições padronizadas. Caso não adotássemos este procedimento teríamos que calcular a volatilidade e as correlações para cada vencimento diferente. O número de cálculos explodiria rapidamente, conforme aumentasse o número de títulos com diferentes vencimentos. Como exemplo, em uma uma carteira com 50 ativos diferentes teriamos que calcular 1275 valores (50 variâncias e 1225 covariâncias). Se este número subisse para 100, este número subiria para 5050. Para 250, este seria de 31375.

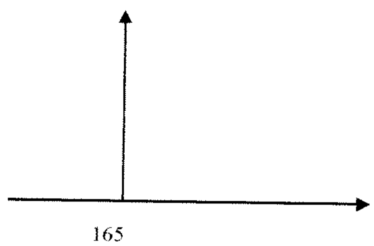
Se a carteira fosse composta de ações poderíamos utilizar artifícios como utilizar o modelo diagonal[2], que diminui bastante o trabalho, às custas de um pouco de precisão.

[2]Este modelo assume que variações comuns em todos os ativos é causada apenas por um fator, o mercado.

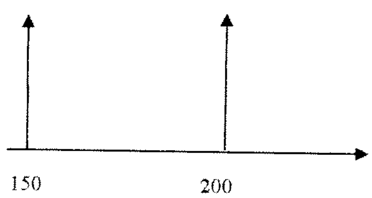
Já no caso de instrumentos de renda fixa o procedimento é outro. O que devemos fazer é escolher os vértices temporais, que são um conjunto de pontos no tempo (vencimentos) que usaremos para decompor toda a carteira de títulos. Os vértices utilizados são os de 1, 5, 20, 40, 60, 80, 100, 150, 200, 250 e 300. Esta decomposição deve seguir alguns critérios[3]:

- O valor de mercado deve ser preservado - O valor presente total dos dois fluxos de caixa resultantes deve ser igual ao valor do fluxo original.
- O risco de mercado é preservado - O risco de mercado do portfolio dos fluxos resultantes deve ser igual ao risco do portfolio original.
- O sinal deve ser preservado - Os fluxos de caixa resultantes devem preservar o sinal dos originais.

Graficamente o que é feito é o seguinte:



Ex.: Seguindo a metodologia descrita acima, dividiríamos o primeiro fluxo de caixa de t=165 em outros dois, de 150 e 200. Fazemos isso pois, para os vértices de 150 e 200 já temos as volatilidades e correlações.



[3] Ver RiskMetrics Technical Document - Fourth Edition, Capítulo 6, pág. 118.

Os procedimentos que devem ser utilizados, e o foram neste trabalho, são os seguintes:

1. Para encontrar o valor presente do fluxo foi construída uma curva de taxa de juros a cada dia e, assim descontado o valor pela taxa de mercado ("mark-to market").

2. O risco de cada fluxo (a volatilidade-preço) foi calculada através de uma interpolação linear entre as volatilidades do vértice anterior e do seguinte. Na medida que a estrutura a termo da volatilidade-preço apresentou ter a concavidade voltada para cima, esta atitude mostrou ser mais conservadora, superestimando a volatilidade . A fórmula é a seguinte:

$$\sigma_t = k\sigma_x + (1-k)\sigma_y \quad , \quad 0 < k < 1$$

onde $k = (y-t)/(y-x)$

σ_t - Volatilidade do vencimento que vamos mapear
σ_x - Volatilidade do vértice anterior
σ_y - Volatilidade do vértice posterior
y - Vencimento do vértice posterior
t - Vencimento do vértice a ser mapeado
x - Vencimento do vértice anterior

3. Achar o peso que daremos para o vértice anterior (α) e para o vértice posterior ($1-\alpha$), seguindo a fórmula:

$$\text{Variância } (r_t) = \text{Variância } [\alpha r_x + (1-\alpha) r_y]$$

$$\sigma_t^2 = \alpha^2\sigma_x^2 + 2\alpha(1-\alpha)\rho_{x,y}\sigma_x\sigma_y + (1-\alpha)^2\sigma_y^2$$

Esta equação pode ser escrita da seguinte maneira:

$$a\alpha^2 + b\alpha + c = 0 \quad , \text{ onde}$$

$$a = \sigma_x^2 + \sigma_y^2 - 2\rho_{x,y}\sigma_5\sigma_7$$

$$b = 2\rho_{x,y}\sigma_5\sigma_7 - \sigma_y^2$$

$$c = \sigma_y^2 - \sigma_x^2$$

A solução para α será dada por:

$$\alpha = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Esta equação nos dará duas soluções. A escolhida será aquela que atender as condições anteriores. Tanto α quanto $(1-\alpha)$ devem estar entre 0 e 1.

V. MODELANDO AS TAXAS DE JUROS BRASILEIRAS

5.1 – A ESTRUTURA A TERMO DAS TAXAS DE JUROS

Uma tarefa fundamental para o cálculo do Value-at-Risk é a identificação dos fatores de risco, como já foi visto. É a partir deste passo que podemos construir um modelo, simplificado, que explique com boa precisão as variações de preço dos ativos de um portfolio a partir da mudança em variáveis mais elementares. Deve-se ressaltar que aqui só estamos interessados no cálculo do risco de mercado.

No caso dos títulos públicos federais pré-fixados, BBC's e LTN's, estas variáveis se resumem às taxas de juros. Portanto variações das taxas de juros geram variações de preços nestes títulos, como também já vimos. Isto ocorre pois, em títulos pré-fixados, todo o fluxo de caixa já está determinado no momento de sua aquisição. O único fator de incerteza é a taxa de juros futura, que usaremos para descontar o fluxo de caixa (fixo), para acharmos seu valor presente. De maneira simplificada podemos escrever o fator de desconto para cada momento como:

$$fd_n = \frac{1}{(1 + i_t)^n}$$

Sendo assim, aumentos da taxa de juros aumetarão o fator de desconto, e vice-versa.

Vista a importância que a determinação das taxas de juros têm para o cálculo do VaR, devemos, então, construir uma "yield curve" , ou estrutura a termo da taxa de juros, isto é, uma curva com as diversas taxas de juros para os diversos vencimentos.

Existem vários métodos para o cálculo da estrutura a termo. Dentre os mais simples podemos destacar dois: "Bootstrap" e "Exponential Splines".

Atualmente existem modelos para a determinação das taxas de juros que podem ser mutio mais precisos que estes dois métodos. De forma bastante simplificada, o que estes modelos fazem é assumir que a taxa de juros sigue um processo estocástico, da mesma maneira que é feito para as ações, só que com características próprias. Segundo estes, a taxa de juros seguiria um passeio aleatório, também conhecido como Movimento Browniano Geométrico.

É isto que fazem os modelos de Merton, Vasicek, Cox, Ingerssol e Ross, Hull e White. O primeiro tem o inconveniente de que as taxas de juros podem subir eternamente, o que contraria a teoria econômica. Já o modelo de Vasicek consegue corrigir este problema, apresentando um processo de reversão à média. Mas neste surge outro problema: pode haver taxa de juros nominal negativa. Isto ocorreria quando a taxa de juros já fosse bem pequena e recebesse um choque (estocástico) que poderia torná-la negativa. O modelo de Cox, ingerssol e Ross foi criado para corrigir este problema mas, ao fazê-lo, aumenta enormemente a complexidade do modelo. O modelo de Hull e White apresenta uma média variável, à qual o processo é atraído ao longo do tempo. Repetindo, esta descrição dos modelos é altamente baseada na intuição do autor, e feita de modo bastante simplificado, dada a pouca familiaridade com os mesmos. Além disso, para um conhecimento mais aprofundado destes modelos é necessário o domínio do cálculo estocástico de Ito. Só a título de curiosidade, o Movimento Browniano não é diferenciável em nenhum de seus pontos, não sendo possível, portanto , utilizar as técnicas de cálculo convencionais.

Entretanto, apesar de serem muito mais simples, os métodos "Bootstrap" e "Exponential Splines" não são descartáveis. Têm uma grande aliada, que é a própria simplicidade. Em determinados casos podem até se mostrar melhores que os modelos estocásticos de taxas de juros. Um exemplo são os mercados novos, dos quais temos pouco histórico, o que dificulta a modelagem.

"BOOTSTRAP"

O bootstrapping é talvez a maneira mais simples e intuitiva de se calcular a curva de taxas de juros. Precisamos, para o seu cálculo, de uma série de títulos zero-cupons[1]. Quando não tivermos uma série destes, podemos ainda assim fazer o cálculo, bastando para isso que tenhamos um zero-cupom para o primeiro período. As taxas a termo estão implícitas nas taxas à vista para os diversos prazos de vencimento. Se um título de uma ano para juros de 10%a.a e outro, de dois anos, paga 11%a.a, temos as seguintes taxas: para o primeiro ano a taxa de mercado é de 10%a.a. A taxa a termo para o segundo ano é de 12%a.a. A seguir um exemplo que ajudará no entendimento do método:

Ano	Taxa à vista para investimento por n anos (% ao ano)	Taxa a termo (% ao ano)
1	10,0	-
2	11,0	12,0
3	11,8	13,4

Este cálculo é importante para mais tarde podermos achar o retorno dos ativos de renda fixa. Por exemplo, se a taxa de um ano ficasse inalterada e a de dois anos mudasse para 11,4% a.a, só mudaria o preço dos ativos com vencimento de mais de um ano. A taxa a termo para dois anos passaria, no quadro acima, para 12,81% a.a.

5.2 - O MERCADO BRASILEIRO DE TAXA DE JUROS

No caso brasileiro, a taxa de juros básica da eonomia, o CDI diário, deve ter seu comportamento futuro projetado através do mercado futuro de taxa de juros negociado na BM&F, o DI Futuro. Este contrato negocia a taxa de juros da seguinte maneira: o contrato é negociado com desconto sobre 100.000, que é o valor que ele valerá no dia do vencimento. Este, por sua vez, é o primeiro dia útil do mês de vencimento. A este valor descontado da-se o nome de PU. O que é negociado no mercado é o PU. Deve-se tomar cuidado para não haver confusão pois, na medida que a taxa de juros cresce, aumenta o desconto sobre 100.000, diminuindo o valor do PU. Quando vendermos contratos de DI não estaremos apostanto em uma queda de juros, mas justamente ao contrário, apostamos no seu aumento. Voltaremos à questão quando falarmos de volatilidade e volatilidade-preço da taxa de juros.

Deve-se ressaltar que o CDI projetado é o do dia de negociação do contrato, inclusive, até o vencimento. Para que possamos achar a taxa de juros para um mês futuro, novembro por exemplo, devemos tirar a razão entre os PU's do contrato deste mês e o do seguinte . Isto seria o mesmo que dividir o PU do contrato de novembro pelo PU pelo contrato de dezembro. O resultado é a taxa estimada para novembro. Este procedimento nada mais é que o método de "bootstrapping" do qual falamos acima.

---

[1]Títulos que não têm fluxo de pagamentos intermediários, só o pagamento do principal.

Alguns problemas surgem no caso brasileiro. Primeiro é o horizonte com o qual os contratos são negociados. Só mais recentemente, com o advento da estabilização provocada pelo Plano Real, os contratos de DI Futuro começaram a ser negociados a prazos mais longos, o mesmo ocorrendo com os títulos da dívida pública. Estes prazos curtos são conseqüência de anos de convivência com uma inflação mensal elevadíssima, que inviabilizava qualquer possibilidade de investir em renda fixa por prazos maiores que um mês. Pequenos erros de previsão ou choques na economia poderiam levar a enormes perdas. Por isso, como veremos, foi necessário adotar algum artifício para encontrar a curva de juros para vencimentos mais longos.

Outros pontos que tornam o mercado brasileiro diferente dos outros são os seguintes[2]: Um é o fato de o Banco Central trabalhar com uma taxa de juros do mês fechado. Além disso, o mercado brasileiro trabalha com uma calendário de dias úteis, ao invés de dias corridos. Por isso, mesmo que a taxa de juros mensal seja constante, a diária pode estar variando bastante. Por exemplo, se as taxas de juros para os meses de fevereiro e março de uma ano fossem iguais, de 3 %, as taxas diárias seriam bastante diferentes. Se fevereiro tivesse 17 dias úteis e março 21, as taxas diárias seriam de 0,174% e 0,1408%, respectivamente.

Para que possamos levar adiante nosso trabalho de construção da curva de taxas de juros, devemos atentar para algumas características do CDI diário. O CDI sinaliza a taxa de juros para o dia seguinte, a taxa SELIC. No último dia do mês ele indica a taxa do mês seguinte que, como vimos acima, pode ser muito diferente somente devido à diferenças do número de dias úteis. Com isso, não podemos ratear uma taxa prevista para um mês igualmente entre os dias deste mês. A previsão para o CDI do último dia do mês deve ser a taxa diária prevista para o mês seguinte. Esta é obtida através da razão entre os PU's do primeiro e do seguinte, rateada pelo número de dias úteis do mês seguinte. Com este valor, descontamos a previsão para este

---

[2]Ver Barcinski - Tese de Mestrado, PUC-Rio (1997).

mês, e esta taxa descontada é que deve ser rateada pelo número de dias que faltam para o final do mês menos um, o último dia. Com um exemplo fica mais fácil de se entender:

No dia 02 de maio de 1997, o contrato de junho fechou a 98.404,72 e o de julho a 96.807,33. O primeiro estava a 20 dias úteis do vencimento e o segundo a 41 dias úteis. O fator diário de julho estava sendo previsto para $1{,}0165007^{(1/21)}$, ou 2,3389 de taxa over. Esta deve ser a mesma previsão para o último dia de maio. O CDI negociado para o mês de maio era de 1,1621 , para 20 dias, incluindo o último. Por isso, devemos tirar deste acumulado o valor do último dia que não será, a menos de uma grande coincidência, igual aos outros. O valor descontado deve, finalmente, ser rateado entre 19 dias. Esta será a taxa de juros para os dias de maio, exceto a do último dia. Resumindo, a taxa estimada do último dia de maio é de 2,3389 , enquanto que a dos outros dias é de 2,41709 (todas taxas over).

De posse destes valores, se agora quisermos calcular a taxa de juros para 7 dias, dos quais 3 sejam os últimos três dias de maio e os restantes os primeiros dois dias de junho, faríamos da seguinte maneira:

$$(1{,}000805697)^2 \times (1{,}000779633) \times (1{,}000781308)^4 = (1{,}00552932)$$

Este 1,000552932 correspondem a uma taxa de 0,05529% ou, o que costumou-se convencionar de taxa over, de 2,3641%. A taxa over nada mais é a taxa de juros diária menos 1, vezes 3000. Para aplicações de mais de um dia, a taxa over é equivalente a uma taxa média diária de rendimento.

$$\text{Taxa Over} = [(1+\text{taxa de n dias})^{1/n} - 1] \times 3000$$

Agora que já vimos como calcular a estrutura a termo da taxa de juros, podemos entender como foi feito o cálculo dos retornos.

5.3 - OS RETORNOS

Os instrumentos de renda fixa tem algumas peculiaridades. Como o valor do contrato futuro é fixado em 100.000 no dia do vencimento, seu valor presente de mercado será dado por aquele valor futuro descontado até hoje. Só que este valor mudará não somente devido à mudanças nas expectativas dos agentes, mas também pelo simples passar do tempo. A cada dia que passa serão menos dias, e portanto menos fatores de juros diários, até o vencimento. A cada dia, portanto, um contrato mudará de valor só pelo fato de que um dia se passou. Quando formos calcular o retorno deveremos tirar esta variação, já esperada. Outro problema decorrente deste fato é que como o número de dias diminui, diminui a incerteza embutida em alguma previsão. Se hoje faltam n dias para o vencimento do contrato, amanhã estaremos negociando n-1 dias com este contrato.

Estamos interessados no cálculo do retorno dos preços dos instrumentos de renda fixa, e com as taxas observadas no mercado podemos obter estes preços. Como vimos o mercado futuro de DI tem algumas peculiaridades que dificultam o cálculo tanto do preço quanto do retorno. Este deve ser calculado da seguinte maneira:

Não podemos simplesmente calcular a variação de preço do contrato do fechamento de um dia até o fechamento do dia seguinte pois estaríamos comparando duas coisas diferentes. O primeiro teria n taxas enquanto o segundo n-1. Como o objeto do contrato de DI futuro são as taxas de CDI acumuladas de hoje até o vencimento, o procedimento correto será calcular a variação do preço de fechamento do contrato hoje, descontado da taxa que ocorreu hoje , com o fechamento de amanhã. No momento que descontarmos a taxa já ocorrida hoje, o contrato terá apenas n-1 dias (amanhã até o vencimento), os mesmos do contrato de amanhã. Se pensarmos em função do preço, o retorno será a variação do preço de fechamento de t-1, "carregado" para t com o CDI de t-1, com o preço de fechamento de t. A fórmula usada foi a seguinte:

$$\text{Retorno} = \frac{\left(\dfrac{1}{\left[1+tx_n^{to}\right]}\right)}{\left(1 \Big/ \left(\dfrac{\left[1+tx^{t-1}{}_{n+1}\right]}{\left[1+\dfrac{CDI_{t-1}}{3000}\right]}\right)\right)} - 1$$

5.4 - O CÁLCULO DAS VOLATILIDADES-PREÇO

A metodologia aqui adotada é a de calcular a volatilidade através de um modelo GARCH. Mais precisamente, foi adotada a metodologia do RiskMetrics. O modelo que este utiliza é um modelo de decaimento exponencial, que nada mais é que um IGARCH(1,1) sem constante.

$$h_t = \lambda h_{t-1} + (1-\lambda)r^2_{t-1}$$

Onde λ é chamado de fator de decaimento, e deve ser menor que um. Este modelo tem a grande vantagem de ser mais fácil de ser implementado, pois só tem um parâmetro. Assim, é menos suscetível a erros de estimação. A solução pode ser dada de forma recursiva :

$$h_t = \lambda h_{t-1} + (1-\lambda)r^2_{t-1}$$

$$h_{t-1} = \lambda h_{t-2} + (1-\lambda)r^2_{t-2}$$

...

$$h_t = \lambda[\ \lambda h_{t-2} + (1-\lambda)r^2_{t-2}\ ]+$$

...

$$h_t = \lambda^n\ h_{t-n} + (1-\lambda)r^2_{t-1} + \lambda(1-\lambda)r^2_{t-2} + \lambda^2(1-\lambda)r^2_{t-3} + \ldots + \lambda^n(1-\lambda)r^2_{t-n}$$

Como o fator de decaimento deve ser menor que um, conforme caminhamos para trás os pesos vão diminuindo.

Para chegarmos no valor do λ poderíamos utilizar técnicas de minimização do erro entre as estimativas e os dados ocorridos. Mas isso seria uma tarefa muito trabalhosa, que se fosse feita para cada ativo do portfolio, em cada período de tempo poderia ser impossível de ser realizada. Além do mais, a utilização de λ's diferentes pode nos levar a correlações maiores que um (!), o que não teria sentido. O que se faz é utilizar uma estimativa de λ que produz menos erro para o portfolio como um todo. O erro é a diferença entre a volatilidade *ex-ante* e a volatilidade *ex-post*. Uma vez que achamos esse valor, devemos procurar atualizá-lo ao longo do tempo, tentando captar mudanças ocorridas no mercado e no portfolio (que podem levar a um l diferente). A covariância é dada pela seguinte fórmula:

$$h_{12,t} = \lambda h_{12,t-1} + (1-\lambda)r_{1,t}\, r_{2,t}$$

Daí chegamos à correlaçao a partir de:

$$r_{12} = \frac{h_{12,t}}{(h_{1,t}\ h_{2,t})^{1/2}} \qquad , \text{ onde } -1 < r < 1$$

Correlações negativas causam uma diminuição no risco do portfolio. Dizer que duas variáveis têm correlação negativa significa dizer que elas tendem a se mover na direção contrária. Portanto, se estamos comprados em um ativo A e em um ativo B, que têm correlação negativa, quando o preço de A cai temos uma perda que tenderá a ser compensada pela subida de B. Existe um problema, porém: tal qual as volatilidades, as correlações também mudam ao longo do tempo. E pior, em momentos de tensão tendem a aumentar, o que de uma hora para outra pode aumentar enormemente o VaR de uma posição, ou causar perdas maiores que o VaR anteriormente previsto. É por isso que os reguladores costumam aplicar fatores multiplicativos para aumentar a margem de segurança do VaR.

O fator aqui utilizado foi de λ=0,95 , escolhido sem fazer a estimação, para não fugir do objetivo principal deste trabalho. Além disso, o ganho que se obtém em fazer a estimação não é significativo para este caso, não compensando. Por isso foi escolhido um valor próximo ao que é sugerido na metodologia do RiskMetrics, de 0,94 para séries diárias.

VI. RESULTADOS DO VaR

Os dados referentes aos títulos públicos foram fornecidos pelo DEMAB, Departamento de Operações de Mercado Aberto, do Banco Central, com informações até o dia 01 de outubro de 1997. Os valores foram trazidos para uma mesma data, 01 de outubro de 1997, utilizando-se o CDI para tal tarefa.

Os títulos analisados são os BBC's e as LTN's, que representam a quase totalidade dos títulos pré-fixados. Ambos são títulos zero-cupons, isto é, não têm pagamento de cupons intermediários.

Primeiro foi feita a construção de uma planilha onde foram colocados os valores referentes aos PU's de todos os contratos negociados. Para os vencimentos mais longos, onde não havia contratos sendo negociados pelo mercado, adotou-se uma curva horizontal de juros, a partir da última taxa. Com essas informações, e com o número de dias úteis até cada vencimento, foi possível construir as taxas estimadas pelo mercado para qualquer vencimento desejado, em especial para os vértices. Depois, com as taxas estimadas a cada dia, o CDI deste dia e as taxas efetivas ocorridas nos dias seguintes, foram calculados os retornos de acordo com a metodologia descrita na seção 3 do capítulo 5.

Uma vez calculada a série com todos os retornos para os vértices, foi feito o cálculo das volatilidades, seguindo um modelo de decaimento exponencial com fator de decaimento de $\lambda=0{,}95$. Como já foi mencionado, este valor foi determinado sem nenhum tipo de estimação, pois seguiu-se a recomendação contida no manual do RiskMetrics (de utilizar $\lambda=0{,}94$ para séries diárias). O valor elevado de λ determina maior persistência na volatilidade. O valor inicial para a variância foi obtido através da fórmula que é denominada de variância *ex-post*, no RiskMetrics. Ela é feita para um dia t utilizando-se a fórmula de variância simples, com valores de t-15 até t+10. Da mesma maneira que para as volatilidades, também foi feito o cálculo das correlações.

A seguir foi efetuado o mapeamento dos vértices, seguindo também as instruções contidas no manual do RiskMetrics. Para cada dia foi construído um fluxo de caixa. Este fluxo foi transformado no fluxo padronizado, isto é, contendo apenas os vértices escolhidos.

O valor para o VaR foi obtido, então, para todos os dias desde 01 de agosto de 1994, utilizando-se o seguinte procedimento para o cálculo (repetindo o que foi visto no capítulo que explica o VaR Delta-Normal):

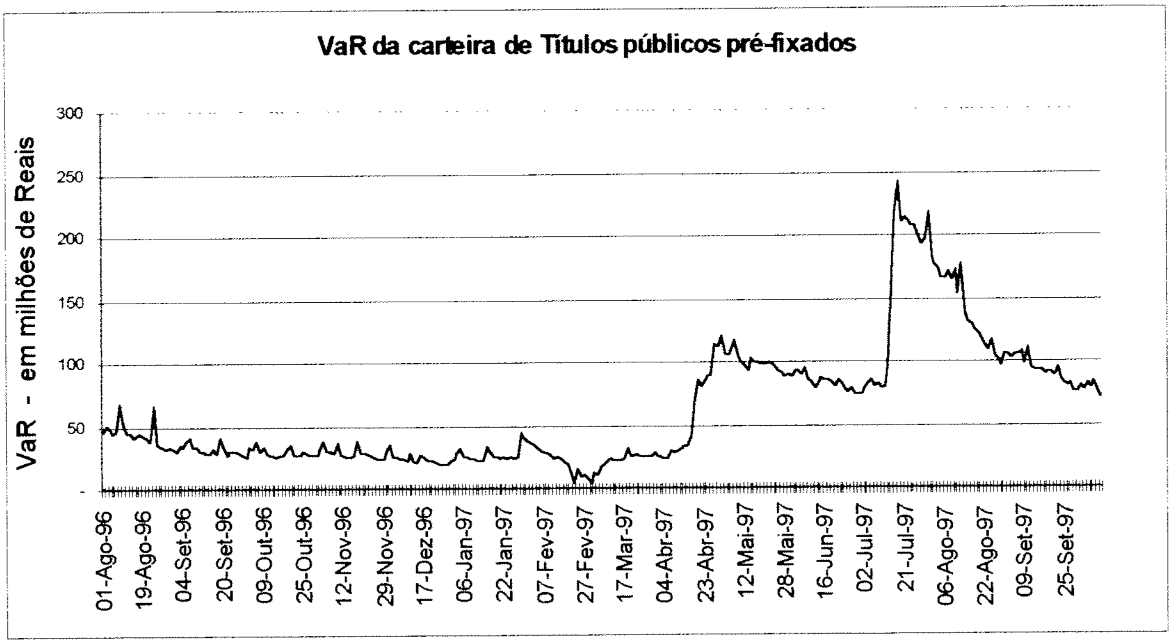
$$\text{Variância do Portfolio} = [\, w_1 \quad w_2 \quad \ldots \quad w_n] \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & \sigma_{12} & \sigma_{13} \ldots & \sigma_{1n} \\ \ldots & & \ldots & \\ \sigma_{n1} & \sigma_{n2} & \ldots \quad \ldots & \sigma_n^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ .. \\ w_n \end{bmatrix}$$

$\sigma_p^2 = \boldsymbol{W'} \Sigma \boldsymbol{W}$, onde W é a matriz com os pesos (w_I) de cada ativo e Σ é a matriz covariância.

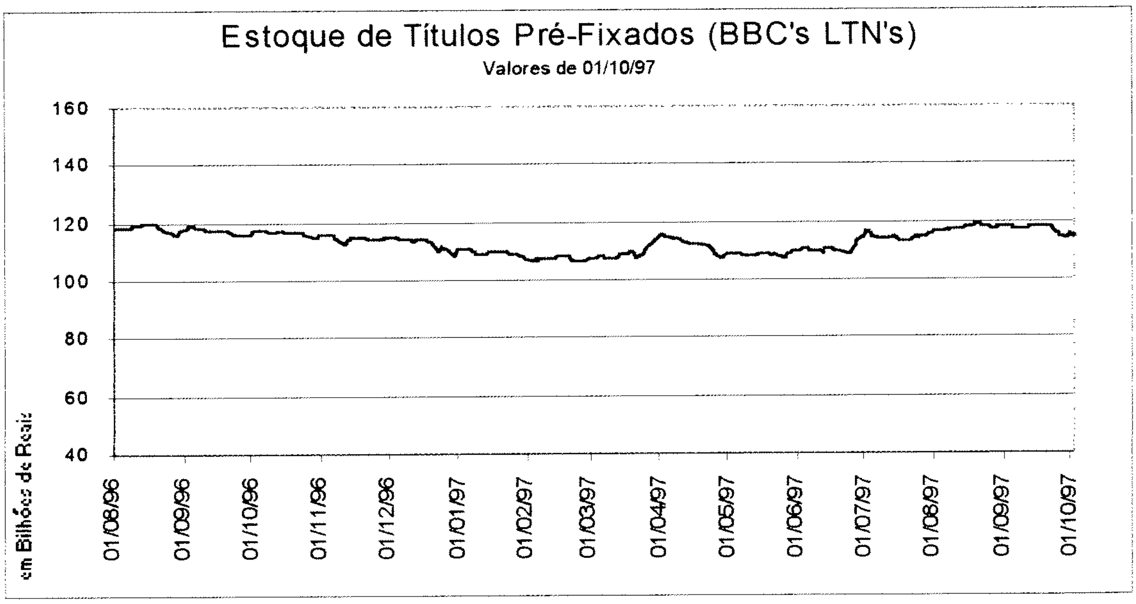
$$\text{VaR} = 1{,}96 \sqrt{\sigma_p^2}$$

Este valor de 1,96 foi obtido na tabela normal padrão para determinar o limite até o qual as perdas só ocorrerão 2,5% das vezes. Deve-se lembrar que foi usado um VaR paramétrico, que assume normalidade para os retornos.

A partir da metade de 1996 até a metade do mês de abril o VaR diário pareceu estar se estabilizando, como podemos ver no gráfico abaixo.

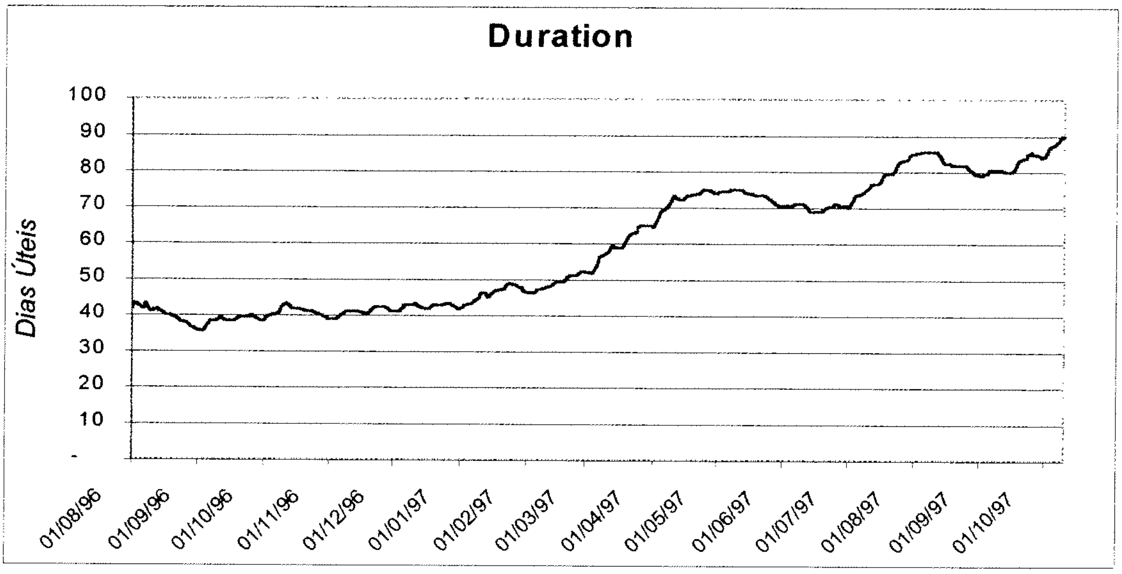


Vale notar que o comportamento seguido pelo VaR diário acima é igual ao do VaR relativo à carteira de títulos em poder do mercado (gráfico na página 54). Isto ocorre pois o valor total dos títulos também parece ter se estabilizado, como podemos ver:



Este resultado é bastante interessante pois, na medida em que os prazos estão se alongando e o risco permanece constante, temos que a incerteza dos agentes quanto as taxas de juros e ao mercado como um todo estão diminuindo. O alongamento de prazos trabalha no sentido de aumentar o risco do mercado enquanto a diminuição da incerteza, representada pela diminuição da volatilidade, vai no sentido contrário.

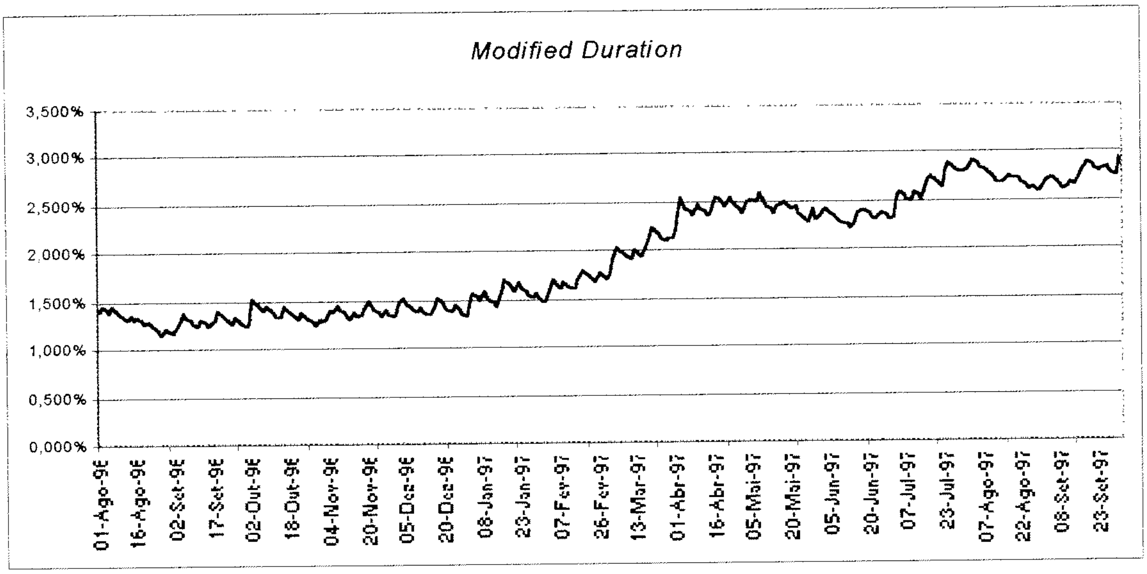
A seguir está o gráfico da Duration, que é o prazo médio da carteira de títulos, indicando que os prazos continuam se alongando. De agosto de 1996 até 01 de outubro de 1997 o prazo médio praticamente dobrou, passando de um valor próximo a 45 até algo em torno de 90 dias úteis.



A "duration" é uma média dos fluxos de caixa trazidos para o valor presente, ponderada pelo tempo de cada fluxo. Ela dá uma idéia de prazo médio, que é mais preciso que a maturidade de um título quando queremos verificar a exposição de um título, ou carteira de títulos, às variações nos juros.

Já a "modified duration" mede o quanto varia percentualmente o valor presente de um título dada uma variação absoluta na taxa de juros.

Quanto à "modified duration" do estoque da dívida pública pré-fixada, que mede a sensibilidade do mercado a eventos extremos, seu comportamento segue o padrão verificado acima. Ela também vinha se estabilizando no começo de 97 em torno de 1,75%. Da metade de fevereiro até o final de abril aumentou até 3,0%, se estabilizando.



O comportamento verificado no período anterior não era tão estável. Na comparação que será feita a seguir serão utilizados dados contidos na Tese de Mestrado de Alexandre Barcinski, cuja referência está na bibliografia.

Desde junho de 1994 a carteira de títulos públicos pré-fixados vinha crescendo constantemente, menos no período entre março e junho de 1995. No início do Plano Real estava próxima de R$ 20 bilhões (valores de 31-12-96). No início de 95 já está próxima dos

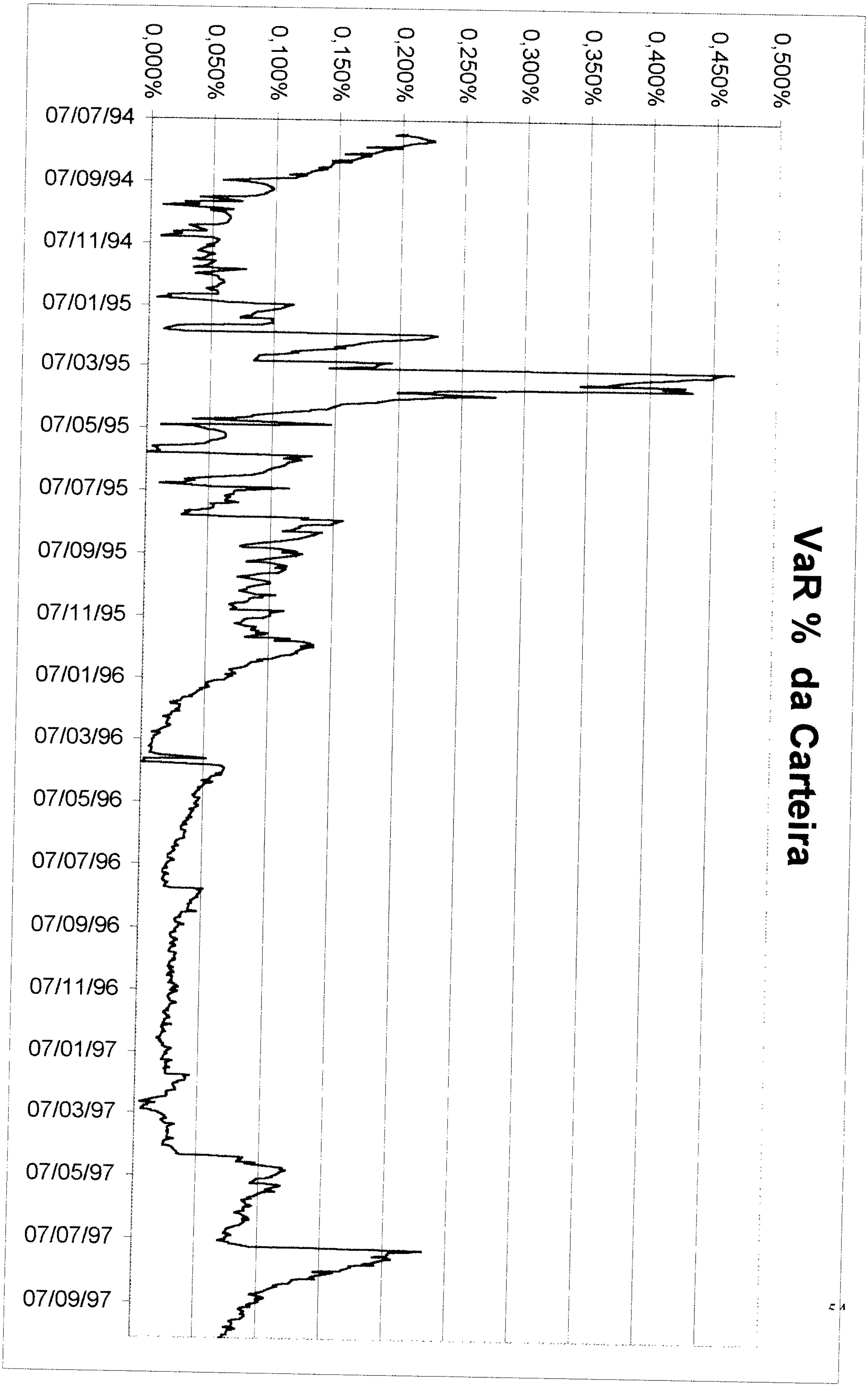
R$ 55 bilhões, caindo para perto de R$ 33 bilhões em junho daquele ano. Daí para frente o estoque da dívida cresceu constantemente, se estabilizando nos patamares atuais.

A "duration" também vem crescendo desde o início do Plano Real. Esta saiu do patamar próximo de 20 dias úteis, oscilando entre este e 30 dias úteis até junho de 95, quando também não parou mais de subir.

Por último a "modified duration". Esta inicia o ano de 95 próxima do valor de 0,6%. Do meio daquele ano até o início de 97 ela também seguiu uma trajetória crescente, chegando até perto de 1,7%.

No gráfico do VaR percebemos dois choques na série depois de 1996. Em ocorreu em abril de 1997, quando o mercado esperava uma redução das taxas de juros básicas da economia, a TBC e a TBAN, fato que não ocorreu. Este fato provocou perdas e aumento da volatilidade, que passou a cair até que, em julho sofreu novo choque . Este também foi sendo assimilado pelo mercado, que no entanto, sofreu um novo abalo, este bem mais significativo. As perdas provocadas foram muito grandes, e o Banco Central teve que entrar no mercado recomprando os títulos, evitando problemas mais graves devido à falta de liquidez.

Por último, foi realizado para o período de 800 dias até o dia 01 de outubro de 1997 um teste para o VaR, conhecido como *back test*. Significa que da série dos VaR calculados e foram verificadas quantas ele foi superado. Era esperado que este número tivesse ficado próximo de 20. Na prática, foram encontrados 31 falhas (3,875%). Esta diferença não é significativa e não podemos rejeitar o modelo. O problema é que algumas dessas vezes as perdas foram muito grandes. Para os reguladores isso é um problema e, na falta de modelos melhores, o que se costuma fazer é aplicar fatores multiplicativos para o VaR.


VaR % da Carteira
0,000%
0,050%
0,100%
0,150%
0,200%
0,250%
0,300%
0,350%
0,400%
0,450%
0,500%
07/07/94
07/09/94
07/11/94
07/01/95
07/03/95
07/05/95
07/07/95
07/09/95
07/11/95
07/01/96
07/03/96
07/05/96
07/07/96
07/09/96
07/11/96
07/01/97
07/03/97
07/05/97
07/07/97
07/09/97

7 - CONCLUSÃO

O ano de 1997 começou muito bem. O governo estava conseguindo alongar os prazos mantendo o risco de mercado inalterado e, o que é mais importante, relativamente baixo. Esta estratégia sofreu alguns abalos durante o período que vai de abril até outubro, mas pareciam ser fatos temporários. Porém este quadro mudou. Com o início de uma crise que se iniciou na bolsa de Hong Kong e se espalhou rapidamente para o resto do mundo, criou-se um ambiente de nervosismo e incerteza. Para estancar a perda de divisas e evitar um ataque especulativo ao Real o governo se viu obrigado a aumentar bastante a taxa de juros. Isso provocou enormes perdas no mercado. Desde o início da crise até o dia 20 de novembro de novembro de 1997 o Banco Central teve que injetar R$ 12,3 bilhões no sistema financeiro para evitar a quebra de algumas instituições, o que teria efeitos desastrosos para a economia. Desse valor, R$ 5.7 bilhões se referem à recompra de títulos públicos. Mesmo que o quadro melhore daqui para frente é certo que esse trauma levará algum tempo para ser esquecido.

Para evitar estes problemas, cada vez mais freqüentes no mundo globalizado atual, é que devem ser usados modelos de análise e gerenciamento de risco. O VaR é um modelo novo e bastante promissor. Suas vantagens são muitas, destacando-se sua simplicidade. Mesmo sendo simples é poderoso. Capta o risco de portfolios muito complexos levando em consideração os efeitos da diversificação. Ainda permite que se faça análises de sensibilidade, ou *stress tests* (simulações de possívies, mas pouco prováveis, cenários extremos).

Mas como pode ser visto na crise financeira recente, ele não protege, pelo menos ainda, dos movimentos bruscos. As explicações recaem principalmente no fato de que as correlações, em momentos de crise e nervosismo, tendem a aumentar, diminuindo o efeito da diversificação e aumentando a alavancagem. Justameste por isso os reguladores costumam aplicar fatores multiplicativos sobre os resultados calculados pelos modelos internos dos bancos. Para solucionar estes problemas, estão sendo desenvolvidos modelos que incorporam teorias estatísticas de valores extremos, que melhoram as previsões do VaR.

Referências Bibliograficas :

Barcinski, Alexandre de M. A. *Risco de Taxas de Juros no Brasil Pós Plano Real,* Tese de Mestrado, Depto. De Economia da Puc-Rio.

Bernstein, Peter L. *Against the Gods: The Remarkable Story of Risk,* John Wiley & Sons, 1996.

Duarte, A.M. *Risco: Definições, Tipos, Medição e Recomendações para seu Gerenciamento.* Resenha BM&F n°114, 1996.

Duarte, A.M. , Marcelo de A. Pinheiro e Tatiana B. B. Heil. *Estimação de Volatilidade de Ativos e Índices Brasileiros.* Resenha BM&F n° 111.

Duarte, A.M. , Marcelo de A. Pinheiro e Tatiana B. B. Heil. *Previsão de Volatilidade de Ativos e Índices Brasileiros.* Resenha BM&F n° 111.

Enders, Walter. *Applied Econometric Time Series.*

Hull, John. *Introdução aos Mercados Futuros e de Opções.* BM&F, 2° Edição.

Jorion, Phillipe. *Value at Risk: The New Benchmark for Controlling Market Risk,* McGraw-Hill, 1997.

Khang, Chulsson. *Bond Immunization When Short-Term Interest Rates Fluctuate More Than Long-Term Rates.* Journal of Financial Quantitative Analysis, Vol. XIV, n° 5, December 1979.

Kritzman, Mark. *What Practioners Need to Know About Duration and Convexity.* Financial Analysts Journal, Nov.-Dec, 1992.

Mendonça de Barros, José Roberto e Mansueto F. A. J. *Análise do Ajuste do Sistema Financeiro no Brasil.* Ministério da Fazenda, SPE. Maio, 1997.

Pilarinu, Efi. *Yield Curve Strategies.* Derivatives Quarterly, Fall 1994.

Vasicek, O.A. and H. Gifford Fong. *A Risk Minimizing Strategy for Portfolio Immunization.* The Journal of Finance, Vol.XXXIX, n° 5, December 1984.

Vasicek, O.A. and H. Gifford Fong. *Term Structure Modeling Using Sponential Splines.* The Journal of Finance, Vol. XXXVII, n° 2, May 1982.

Veiga, Álvaro , Cristiano Fernandes e Tara Baidya. *Volatilidade do Retorno de Séries Financeiras do Mercado Brasileiro.* Depto. de Engenharia, Puc-Rio.

Obtidas através da Internet:

Butler, J. S. and Barry Schachter. *Improving Value-at-Risk Estimates by Combining Kernel Estimation with Historical Simulation.*

Danielson, J and C. G. de Vries. *Extreme Returns, Tail Estimation and Value at Risk.* July 1997.

Davé, Rakhal D. and Gerhard Sthal. *On the Accuracy of Value at Risk Estimates based on the Variance-Covariance Approach.*

J.P. Morgan Bank. *RiskMetrics Technical Manual,* New York: J.P Morgan Bank, 1995.

Marshall, Christopher and Michael Spiegel. *Value at Risk: Implementing a Risk Measurement Standard.* Wharton, Financial Institution Center, June 1996.

Pearson, Neil D. and Thomas J. Linsmeyer. *Risk Measurement: An Introduction to Value at Risk.* University of Illinois at Urbana-Champaign, July 1996.

Phelan, Michel J. *Probability and Statistics Applied to the Practice of Financial Risk Management: The Case of J.P Morgan's Risk Metrics.* Working Paper 95-19, Wharton.