

PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DO RIO DE JANEIRO  
DEPARTAMENTO DE ECONOMIA

MONOGRAFIA DE FINAL DE CURSO

DERIVATIVOS CLIMÁTICOS:  
A BUSCA DE UM MODELO DE PRECIFICAÇÃO PADRONIZADO.

MANUELLA BESSADA LION  
Nº 0611220

ORIENTADOR: MARCIO JANOT

RIO DE JANEIRO  
23/06/2010

PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DO RIO DE JANEIRO  
DEPARTAMENTO DE ECONOMIA

MONOGRAFIA DE FINAL DE CURSO

DERIVATIVOS CLIMÁTICOS:  
A BUSCA DE UM MODELO DE PRECIFICAÇÃO PADRONIZADO.

MANUELLA BESSADA LION

Nº 0611220

ORIENTADOR: MARCIO JANOT

“Declaro que o presente trabalho é de minha autoria e que não recorri para realizá-lo, a nenhuma ajuda externa, exceto quando autorizado pelo professor tutor.”

---

Manuella Bessada Lion

RIO DE JANEIRO

23/06/2010

“As opiniões expressas neste trabalho são de responsabilidade única e exclusiva do autor”

## **AGRADECIMENTOS**

Dedico esta obra inteiramente ao meu pai, pois sem ele eu nunca conseguiria ter produzido o que quer que fosse.

## Resumo

Os derivativos climáticos são instrumentos financeiros que possibilitam o gerenciamento do risco associado às flutuações climáticas inesperadas. A volatilidade da temperatura acarreta alterações significativas no lucro de diferentes setores da economia. A falta de um modelo seguro de precificação dos derivativos climáticos motivou a desenvoltura deste trabalho. Foram modeladas, então, as temperaturas médias diárias das cidades de Aracaju e João Pessoa, para que seus valores futuros pudessem ser robustamente estimados. A partir destas, os índices CDDs (*Heating Degree Days*) negociados no mercado climático são automaticamente calculados. Neste sentido, foram avaliados e comparados os modelos de *Holt-Winters* e *Box & Jenkins*. Os resultados mostram que o primeiro apresentou os menores erros, sendo escolhido como o melhor modelo para as técnicas de apreçamento atualmente utilizadas no exterior.

## SUMÁRIO

<b>Resumo .....</b>	<b>4</b>
<b>1 Introdução .....</b>	<b>6</b>
<b>2 O Mercado de Derivativos Climáticos .....</b>	<b>8</b>
<b>3 Precificação dos Derivativos Climáticos .....</b>	<b>11</b>
<b>3.1 Introdução aos Derivativos Financeiros.....</b>	<b>11</b>
<b>3.2 Principais Índices .....</b>	<b>12</b>
<b>3.3 Precificação .....</b>	<b>14</b>
<b>3.3.1 Arcabouço Teórico.....</b>	<b>14</b>
<b>3.3.2 Desenvolvimento .....</b>	<b>16</b>
<b>4 Modelagem da Série Temporal .....</b>	<b>20</b>
<b>4.1 Análise da Série.....</b>	<b>21</b>
<b>4.2 Holt Winters .....</b>	<b>24</b>
<b>4.2.1 Modelo Sazonal Aditivo .....</b>	<b>25</b>
<b>4.2.2 Modelo Sazonal Multiplicativo .....</b>	<b>25</b>
<b>4.3 Box &amp; Jenkins .....</b>	<b>25</b>
<b>4.3.1 Modelo Auto Regressivo (AR).....</b>	<b>27</b>
<b>4.3.2 Modelo de Médias Móveis (MA) .....</b>	<b>27</b>
<b>5 Escolha do Melhor Método .....</b>	<b>29</b>
<b>5.1 Estudo Estatístico.....</b>	<b>29</b>
<b>5.1.1 Aracaju .....</b>	<b>29</b>
<b>5.1.1.1 Holt Winters .....</b>	<b>29</b>
<b>5.1.1.2 Box &amp; Jenkins .....</b>	<b>31</b>
<b>5.1.2 João Pessoa.....</b>	<b>35</b>
<b>5.1.2.1 Holt Winters .....</b>	<b>35</b>
<b>5.1.2.2 Box &amp; Jenkins .....</b>	<b>37</b>
<b>5.2 Exemplos.....</b>	<b>41</b>
<b>Conclusão.....</b>	<b>43</b>
<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....</b>	<b>46</b>

## 1 Introdução

Este trabalho objetiva desenvolver e analisar o mercado de derivativos do clima iniciado em 1997 na Bolsa de Mercadorias de Chicago. A elaboração de um método seguro de precificação e gerenciamento do risco é essencial para a existência de tais transações no mercado brasileiro. Apesar de pouco explorados no mercado brasileiro, estes contratos representam um mecanismo fortíssimo de proteção do risco ambiental incorrido por empresas dos mais variados setores, como energia elétrica, agricultura, turismo e construção civil. No entanto, serão enfatizados os contratos voltados ao *hedge* energético pelo maior volume de dados e informações. Além de representar um importante mecanismo de proteção contra variações nos preços das *commodities*, os derivativos climáticos ainda podem ser utilizados como forma de diversificação de carteira dos investidores, já que apresentam baixa correlação com os derivativos financeiros.

Como salientado por Cão e Wei (1999), as empresas de energia elétrica nos Estados Unidos, utilizam os contratos climáticos para se protegerem de um inverno mais quente que o normal, quando a demanda por equipamentos de aquecimento é menor do que a esperada. Antigamente, os empresários aumentavam o preço da energia para compensar a perda no volume vendido. No entanto, a partir de 1978, quando foram dados os primeiros passos a caminho da liberalização, a competitividade entre as empresas passou a limitar o poder das firmas sobre a formação dos preços.

Desta forma, a solução encontrada para mitigar a exposição climática a que estavam submetidas foi o desenvolvimento do mercado de derivativos climáticos, tornando fatores ambientais, como a temperatura diária, instrumentos financeiramente negociáveis.

A desregulamentação do setor elétrico ocorreu em muitos países, inclusive no Brasil. Desde o governo Sarney em 1988, com a criação da Revisão Institucional do Setor Elétrico (REVISE), o programa de privatização passou a dominar o Sistema Elétrico Brasileiro.

Neste sentido, os participantes deste mercado passaram a incorrer em um risco até então inexistente – a flutuação do preço da energia, agora determinado pelas livres forças do mercado. Além disso, a inelasticidade da oferta e da demanda de energia potencializa a volatilidade do preço.

A constatação da importância dos derivativos climáticos, associada à falta de um nível suficiente de estudos para torná-los possíveis no Brasil, motivou a desenvoltura deste trabalho. O foco, portanto, será a desenvolvimento de modelagem das séries temporais para conferir maior confiança aos investidores através de uma técnica padronizada de precificação. Além dos instrumentos de *hedge*, também serão analisadas as diferentes estratégias financeiras pelas quais os especuladores podem obter lucros neste mercado.

No capítulo seguinte far-se-á uma descrição sobre o incipiente mercado de derivativos climáticos e suas peculiaridades. No Capítulo 3 serão comparados os diferentes métodos de modelagem das séries temporais para a precificação dos derivativos climáticos. Certas distribuições teóricas serão estudadas com o objetivo de resolver os problemas de inferência estatística. No Capítulo 4 será apresentado o mercado de derivativos financeiros e suas possíveis operações. Conceitos fundamentais como *swaps*, contrato futuro e opções serão analisados para que possam ser adaptados ao mercado climático. No Capítulo 5 será realizada uma análise dos resultados e o melhor modelo dentro de cada técnica de previsão será escolhido. A partir das estatísticas geradas pelos modelos desenvolvidos, os derivativos de temperatura poderão ser precificados.

## 2 O Mercado de Derivativos Climáticos

A forte expansão dos mercados financeiros nos últimos anos possibilitou que muitas empresas, de variados setores, se protegessem de alterações inesperadas no preço de seus produtos. Muitas vezes, o prejuízo acarretado por determinada atividade econômica pôde ser recompensado por ganhos auferidos através de operações financeiras.

O incipiente mercado de derivativos climáticos objetiva proteger determinados agentes econômicos da instabilidade climática cada vez mais acentuada em grande parte dos países do mundo. Toda a incerteza científica gerada em torno das questões ambientais fortalece a necessidade do gerenciamento do risco em questão.

Até pouco tempo atrás, os instrumentos de apólices de seguros eram os mais utilizados por empresas que buscavam fazer um hedge climático. No entanto, além de não oferecerem proteção contra variações bruscas nas temperaturas, não havia a possibilidade de se proteger de uma mudança em um mercado concorrente. Com a possibilidade de se transacionar o clima como uma *commodity*, as empresas vulneráveis às suas variações podem se proteger de um risco até então não gerenciável. Vale mencionar, ainda, que para ser recompensado no mercado de seguros, é necessário que se prove os danos financeiros acarretados com a catástrofe, enquanto no mercado climático, o reembolso é automático.

A primeira negociação financeira envolvendo contratos de temperatura ocorreu em 1997 em um contexto de fortes mudanças climáticas causadas pelo El Niño. A empresa investidora foi a *Águila Energy*, operando no mercado de balcão (*over-the-counter market*). A fim de reduzir o risco de inadimplência e proporcionar maior liquidez ao mercado climático, a Bolsa de Mercadorias de Chicago introduziu, em 1999, os derivativos do clima para que pudessem ser transacionados eletronicamente e com completa transparência de preços. Enquanto no mercado de balcão os derivativos eram negociados individualmente através do acordo entre duas partes, na CME (*Chicago Mercantile Exchange*) passaram a ser contratos padronizados e intercambiáveis.

Atualmente, a CME opera os derivativos climáticos para 24 cidades nos EUA<sup>1</sup>, além de 11 cidades na Europa<sup>2</sup>, 6 no Canadá<sup>3</sup>, 3 no Japão<sup>4</sup> e 3 na Austrália<sup>5</sup>. No Brasil,

---

<sup>1</sup> Atlanta, Baltimore, Boston, Chicago, Cincinnati, Colorado Springs, Dallas, Des Moines, Detroit, Houston, Jacksonville, Kansas City, Las Vegas, Little Rock, Los Angeles, Minneapolis – St. Paul, New York, Philadelphia, Portland, Raleigh Durham, Sacramento, Salt Lake City, Tucson, Washington D.C.

apesar da visível influência do tempo no rendimento de muitas empresas, o desenvolvimento de técnicas financeiras para gerenciar o risco climático ainda é muito superficial.

O Departamento do comércio dos EUA estima que aproximadamente 1/3 da economia norte americana, ou \$3,5 trilhões, é afetada pelo clima. As condições climáticas afetam diretamente os rendimentos agrícolas e a demanda de energia, bem como as vendas em diversos setores da economia.

Mesmo com a evolução de estudos acadêmicos direcionados ao assunto, vale mencionar que o custo para uma empresa mensurar corretamente o impacto climático em suas atividades esta longe de ser desprezível, na medida em que o consumo é afetado por outros fatores não naturais como renda disponível e preço, por exemplo.

Além disso, é necessária uma análise do risco de base<sup>6</sup> para se ter certeza de que operações dependentes da variabilidade climática sejam verdadeiramente valiosas para o investidor.

Os derivativos climáticos envolvem contratos de temperatura, pluviometria, vento e neve ou ainda, catástrofes como furacão e terremoto. No entanto, serão explorados os contratos de temperatura na medida em que se trata da variável que mais afeta a demanda de energia elétrica.

Uma importante peculiaridade deste mercado é que o ativo-objeto, no caso, o índice de temperatura, não é negociável, impossibilitando, assim, o uso da Fórmula de Black & Scholes para sua precificação. Além disso, esses contratos acumulam valor até o vencimento, violando a hipótese de volatilidade constante exigida pelo modelo utilizado nos derivativos convencionais.

Neste sentido, as séries históricas de temperaturas das cidades estudadas serão modeladas para posterior precificação dos derivativos do tempo. A partir das características estocásticas da série temporal, os testes econométricos poderão ser realizados a fim de buscar a melhor técnica dentro de cada processo de modelagem realizado.

---

<sup>2</sup> *Amsterdam, Barcelona, Berlin, Essen, London, Madrid, Oslo, Paris, Prague, Rome, Stockholm.*

<sup>3</sup> *Calgary, Edmonton, Montreal, Toronto, Vancouver, Winnipeg.*

<sup>4</sup> *Hiroshima, Osaka, Tóquio.*

<sup>5</sup> *Bankstown, Brisbane Aero, Melbourne.*

<sup>6</sup> risco de base consiste na diferença entre o preço futuro para um determinado vencimento e o preço à vista de determinado ativo financeiro.

Serão utilizados os dados de temperatura média diária das capitais brasileiras Aracaju (SE) e João Pessoa (PB), por serem cidades com características climáticas semelhantes, facilitando a utilização dos modelos financeiros de precificação,

A fonte de recolhimento das informações foi o INMET – Instituto Nacional de Meteorologia – e a amostra consiste no período de 01/03/2000 à 28/02/2010. Segundo Jewson (2004), a análise de uma série de 10 anos é crucial para que qualquer ciclo, tendência ou sazonalidade possa ser captada pelo modelo estatístico.

As temperaturas são coletadas através de uma estação meteorológica convencional composta de vários sensores isolados que registram continuamente os parâmetros meteorológicos. Eles são lidos e anotados por um observador humano a cada intervalo, que os envia a um centro coletor por um meio de comunicação qualquer.

## 3 Precificação dos Derivativos Climáticos

### 3.1 Introdução aos Derivativos Financeiros

Os derivativos são contratos cujos valores derivam de um outro ativo, também chamado ativo-objeto ou ativo-subjacente. Os derivativos financeiros consistem em operações sobre taxa de juros, cambio, ações ou índices. Já os não financeiros são compostos de petróleo e ativos agropecuários.

Um derivativo pode ser negociado em quatro mercados diferentes entre si: o mercado a termo, o mercado futuro, o mercado de opções e o mercado de swaps.

O mercado a termo estabelece contratos de compra e venda de um ativo com montante, preços e prazos definidos pelas partes. Como não existem ajustes diários, a liquidação financeira (ou física) ocorre na data determinada pelo contrato.

No mercado futuro são negociados contratos padronizados por intermédio de uma bolsa para um vencimento futuro. Diferenciando-se dos contratos a termo, apresentam ajustes diários de posições e margens, de acordo com as flutuações no preço do ativo-objeto.

As opções consistem em instrumentos financeiros em que o titular tem o direito de comprar (*call*) ou vender (*put*) o ativo a um preço e data determinados. O ativo ao qual a opção está vinculada pode ser uma ação, um índice, uma *commodity* e etc.

Para facilitar o entendimento dos exemplos que serão abordados mais adiante, é importante ressaltar que o comprador de uma opção assume a posição “longa”, enquanto o vendedor assume a posição ”curta”.

Já os *swaps* caracterizam-se pela troca de índices entre dois investidores sem incluir a troca do principal.

No mercado a termo, um investidor acreditando na alta do preço do ativo negociado entra na operação como comprador. Assim, garante a compra pelo preço predeterminado, mesmo que no momento de aquisição ele seja superior. Se por outro lado o preço cair, ele deverá pagar a quantia combinada podendo incorrer em fortes prejuízos.

Uma característica essencial deste tipo de negociação é o depósito de margens de garantias calculadas pelas câmaras de compensação de acordo com o grau de risco do

contrato. Caso uma das partes não seja capaz de honrar sua posição, a bolsa fica responsável por cobrir as perdas acarretadas para o mercado.

Para que possamos entender a funcionabilidade do mercado financeiro é importante analisar os seus participantes (*hedgers*, arbitadores e especuladores).

O *hedger* busca reduzir o seu risco. Normalmente, sua atividade econômica principal está diretamente relacionada com a produção ou o consumo da mercadoria.

Trazendo para o foco deste trabalho, é plausível de se esperar que uma empresa de energia elétrica opere contratos de temperatura, uma variável fortemente correlacionada com a demanda da *commodity*.

O especulador viabiliza a transferência de riscos e forma a expectativa dos preços. Eles estão dispostos a assumir o risco dos *hedgers*, conferindo, assim, maior liquidez aos contratos.

Os arbitadores, por sua vez, são fundamentais para equilibrar o preço à vista em mercados diferentes e o preço futuro, na medida em que auferem lucros sem risco através de operações de arbitragem.

As transações financeiras podem ocorrer em dois mercados. O mercado primário e o mercado secundário. O mercado primário corresponde ao primeiro lançamento de ações por uma empresa e conseqüente subscrição dos investidores. A abertura inicial de capital, por exemplo, ocorre no mercado primário. Assim, as transações entre os *hedgers* e os especuladores são realizadas neste mercado.

Já no mercado secundário ocorrem as negociações sobre ações já emitidas e em circulação. Como neste caso é possível analisar a série histórica para tomada de decisão, é comum encontrarmos os especuladores como principais participantes.

### **3.2 Principais Índices**

A fim de precificar os contratos do clima é necessária a introdução de dois novos índices que possibilitaram a existência deste mercado. Estes, por sua vez, serão o ativo objeto desses contratos.

O número de CDDs (*Cooling Degree Day*) em um dia é calculado a partir da diferença da temperatura média diária de 65 Fahrenheit. O HDD (*Heating Degree Day*) é análogo ao CDD, isto é, resulta da diferença entre 65 Fahrenheit e a temperatura média diária.

Os primeiros são utilizados para medir o aumento de temperatura nos meses do verão, e a conseqüente alta da demanda por energia elétrica para refrigeração. Já os segundos, muito utilizados no hemisfério norte, mensuram uma brusca queda de temperatura nos meses de inverno, levando a um forte aumento do uso de equipamentos para aquecimento.

A utilização do *cutoff* de 65 Fahrenheit (aproximadamente 18°C) é explicada pelo fato de que quando a média do dia está acima deste valor, variações térmicas não mais afetam a demanda por gás natural.

Adaptando o modelo ao caso brasileiro, serão estudadas somente as séries de CDDs baseadas em 23°C como a temperatura de referência, levando em consideração que quando a temperatura está abaixo deste valor não há influência do tempo na demanda por energia elétrica.<sup>7</sup>

Neste sentido, um empresário buscando gerenciar o risco de suas atividades, ou um especulador com o objetivo de auferir lucros, poderão transacionar um determinado número de CDDs no mercado futuro ou de opções.

Definindo matematicamente:

$$CDDi = Máx(Ti - T^*, 0)$$

$$HDDi = Máx(T^* - Ti, 0)$$

Onde  $i$  indica um dia específico,  $Ti$  indica a temperatura média calculada para o determinado dia e  $T^*$  indica a temperatura de referência (no caso, 23°C).

Supondo um período  $N$ , o índice CDD que será chamado de  $Ic$  será:

$$Ic = \sum_{i=1}^N CDDi$$

Analogamente, o índice HDD ( $Ih$ ) consiste na soma dos HDDs do período:

$$Ih = \sum_{i=1}^N HDDi$$

---

<sup>7</sup> A alteração da temperatura de referência não influencia o resultado dos modelos de previsão já que será subtraído (ou somado) a todos os dados.

Existem diversas maneiras de agregar a variável temperatura a fim de gerar o índice analisado.

No Japão, o índice é conhecido como “média da média” na medida em que é calculado a partir da média das médias diárias de temperatura para um certo período de tempo estabelecido no contrato.

Na Europa, os índices são estruturados separadamente para os meses de verão e para os meses de inverno. De junho a setembro, o chamado *CAT* (*Cumulative Average Temperature*) consiste na soma das temperaturas médias diárias observadas no período do contrato. Já de dezembro a março, o índice representante do contrato é o *HDD* (*Heating Degree Day*), como abordado anteriormente.

Nos Estados Unidos, além da utilização dos *HDDs* para os meses de inverno, são utilizados os índices *CDDs* para os meses de verão.

### 3.3 Precificação

#### 3.3.1 Arcabouço Teórico

Tendo introduzido os principais índices utilizados no mercado climático, é necessário que se defina o *strike price* para os *swaps*, o prêmio associado às opções e o *tick*.

O *strike* corresponde ao índice calculado a partir dos *CDDs* diários. O prêmio consiste no valor que o vendedor da opção recebe por fornecer um direito ao comprador. Como o índice subjacente não é diretamente negociável, o *tick* mensura o valor monetário de cada *DD* – ou seja, determinará o retorno financeiro do investidor.

Agora, para que seja possível converter o índice em fluxo de caixa, é necessário definir a função *payoff* dos contratos.

O *payoff* esperado para uma opção *CDD* pode ser calculada a partir do seguinte cálculo:

$$E = M \int_{CDD=0}^{\infty} P(CDD)Q(CDD)d(CDD)$$

Onde  $M$  é o valor de cada CDD estabelecido no contrato;  $P(\text{CDD})$  é a distribuição de probabilidade da CDD,  $Q(\text{CDD})$  é o *payoff* da opção em unidades de CDD e  $d(\text{CDD})$  é a diferencial.

O preço dos contratos, então, poderá ser determinado como o *payoff* esperado calibrado com uma medida de apetite ao risco dos agentes envolvidos.

Para simplificar o entendimento basta pensar que a função *payoff* vai determinar quanto que a instituição financeira terá que pagar para um dado resultado do índice ( $I_c$  ou  $I_h$ ).

Suponha que uma empresa de energia elétrica queira se proteger de um verão muito quente, em que a demanda por resfriamento aumente demasiadamente. Como a energia não pode ser estocada, é natural que se espere uma oferta abaixo do valor demandado, com isso, o PLD<sup>8</sup> (Preço de Liquidação das Diferenças) subirá e a empresa incorrerá em altos custos para suprir os seus consumidores.

A fim de amenizar a perda financeira de uma alta brusca da temperatura, a empresa poderia comprar uma opção de compra CDD. Ou seja, se efetivamente o verão for muito quente (índice  $I_c$  muito alto), ela honra o contrato e tem ganhos extraordinários – podendo muitas vezes reverter a perda da compra de energia no mercado *spot*.

Por outro lado, se o índice  $I_c$  for baixo, significando que a temperatura média no verão ficou próxima da temperatura de referência, a empresa perde somente o valor do prêmio da opção.

Como os derivativos climáticos ainda não existem no Brasil, a função de distribuição dos índices de temperatura e dos *payoffs* dos contratos deverão ser realizadas atuarialmente, ou seja, analisando a base histórica dos dados selecionados.

O objetivo principal da precificação atuarial para os *swaps* é estabelecer um valor esperado para o índice que, por sua vez, corresponderá ao preço justo da operação.

É importante ressaltar que um especulador vendendo *swaps* não venderá ao preço justo já que adicionam risco às operações, e, ainda, o *hedger* pode pagar além deste valor na medida em que reduzirá o risco de suas atividades empresariais.

Posteriormente a estes cálculos, será determinado o prêmio associado à opção. A análise é um pouco mais complicada se comparada com o modelo de precificação dos

---

<sup>8</sup> PLD é utilizado para valorar a compra e venda de energia no mercado de curto prazo a partir do benefício presente do uso da água e benefício futuro de seu armazenamento.

*swaps*, já que o *payoff* trata-se de uma função não linear. Neste caso, o foco é a distribuição de probabilidade do índice de temperatura, e não o seu valor esperado.

### 3.3.2 Desenvolvimento

Os derivativos climáticos são estruturados nos padrões convencionais do mercado, isto é, envolvem opções, *swaps*<sup>9</sup>, *collars*, *straddles*, *strangles* e contratos futuros.

Para os *swaps* e as opções, já definidos na seção 2.1, serão analisadas somente as funções *payoffs*. Já para as estratégias *collars*, *straddles* e *strangles*, será feita uma abordagem mais profunda.

A partir da previsão para o índice CDD, a função *payoff* do comprador pode ser definida conforme as equações abaixo. Para o vendedor, basta utilizar a função oposta. Com a finalidade de se evitar ganhos (ou perdas) extraordinários, os contratos são limitados através de um *payoff* máximo, como definido abaixo.

Além disso, é importante ressaltar que tais cálculos foram feitos considerando-se que a série de temperatura segue uma distribuição normal.

Swaps:

$$P(x) = \left\{ \begin{array}{l} -L_{\$} \longrightarrow x \leq L_1 \\ D(x - k) \longrightarrow L_1 \leq x \leq L_2 \\ L_{\$} \longrightarrow x \geq L_2 \end{array} \right\}$$

Onde  $x$  é o índice (real),  $D$  é o *tick*,  $k$  é o *strike* (índice previsto),  $L_{\$}$  é o limite expresso em reais, e  $L_1$  e  $L_2$  são os limites superiores e inferiores expressos em unidade do índice  $x$ .

Fazendo  $L_{\$} = D(k - L_1)$  e  $L_{\$} = D(L_2 - k)$  é possível escrever o valor do *payoff*  $P(x)$  como  $\max(-L_{\$}, \min(D(x - k), L_{\$}))$ .

Para *swaps* sem limite, a expressão é definida simplesmente como  $D(x - k)$ .

---

<sup>9</sup> *Swaps* podem ser negociados como contratos a termo – geralmente negociados no mercado de balcão para um número amplo de cidades e utilizando diferentes índices, ou contratos futuros – negociados na CME como contratos mensais ou sazonais.

Opções de Compra (call):

$$P(x) = \left\{ \begin{array}{l} 0 \longrightarrow x \leq k \\ D(x - k) \longrightarrow K \leq x \leq L \\ L_s \longrightarrow x \geq L \end{array} \right\}$$

Sendo,  $L_s = D(L - k)$ , é possível reescrever o *payoff* esperado para o titular de uma *call* como  $\min(L_s, \max(D(x - k), 0))$ .

Opções de Venda (put):

$$P(x) = \left\{ \begin{array}{l} L_s \longrightarrow x \leq L \\ D(k - x) \longrightarrow L \leq x \leq k \\ 0 \longrightarrow x \geq k \end{array} \right\}$$

Neste caso,  $L_s = D(k - L)$ , e  $P(x) = \min(L_s, \max(D(k - x), 0))$ .

Os *collars*, *straddles* e *strangles* consistem em possíveis estratégias no mercado de opções. Apesar de algumas diferenças conceituais, apresentam forte proteção contra tendências extremistas do índice negociado. Ou seja, considerando-se um investidor na posição longa (comprada) destas estratégias, seu lucro aumentará conforme o índice se distancia do nível do preço de exercício. Os *straddles* e os *strangles* são chamados, no jargão do mercado, de “compra da volatilidade”.

O *collar* é caracterizado pela combinação de posições opostas em uma opção de compra e venda, normalmente com diferentes *strikes*, mas com o mesmo *tick* e o mesmo limite. Se o prêmio pago pela *call* é exatamente igual ao preço da *put*, não há dispêndio por parte do investidor, e a estratégia pode ser chamada de *zero cost collar*.

$$P(x) = \left\{ \begin{array}{l} -L_s \longrightarrow x \leq L_1 \\ D(x - k_1) \longrightarrow L_1 \leq x \leq k_1 \\ 0 \longrightarrow k_1 \leq x \leq k_2 \\ D(x - k_2) \longrightarrow k_2 \leq x \leq L_2 \\ L_s \longrightarrow x \geq L_2 \end{array} \right\}$$

Onde,  $L_s = D(L_2 - k_2)$ , e ainda,  $L_s = D(k_1 - L_1)$ .

$$P(x) = \max(-L_s, \min(D(x - k_1)), \max(0, \min(D(x - k_2), L_s))).$$

O *straddle* consiste em assumir a mesma posição em uma opção de compra, e em uma opção de venda, com o mesmo limite, *strike*, *tick* e, ainda, com a mesma data de vencimento.

$$P(x) = \left\{ \begin{array}{l} L_s \longrightarrow x \leq L_1 \\ D(k - x) \longrightarrow L_1 \leq x \leq k \\ D(x - k) \longrightarrow k \leq x \leq L_2 \\ L_s \longrightarrow x \geq L_2 \end{array} \right\}$$

Onde  $L_s = D(k - L_1)$  e  $L_s = D(L_2 - k)$ .

$$P(x) = \min(L_s, \max(D(k - x), \min(D(x - k), L_s))).$$

O *strangle* é uma estratégia semelhante ao *straddle*, com a particularidade de apresentar diferentes *strikes* para as opções negociadas, com a restrição de que o *strike* da *put* deve ser menor que o da *call*.

$$P(x) = \left\{ \begin{array}{l} L_s \longrightarrow x \leq L_1 \\ D(k_1 - x) \longrightarrow L_1 \leq x \leq k_1 \\ 0 \longrightarrow k_1 \leq x \leq k_2 \\ D(x - k_2) \longrightarrow k_2 \leq x \leq L_2 \\ L_s \longrightarrow x \geq L_2 \end{array} \right\}$$

Onde,  $L_s = D(k_1 - L_1)$  e  $L_s = D(L_2 - k_2)$

$$P(x) = \min(L_s, \max(D(k_1 - x), \max(0, \min(D(x - k_2), L_s)))).$$

Para que seja possível calcular o lucro ou prejuízo para o comprador de uma opção, é necessário deduzir o prêmio do *payoff* calculado a partir das expressões acima. O prêmio justo para uma opção corresponde ao valor esperado do *payoff* e é definido considerando-se que o lucro esperado para ambas as partes seja zero, ignorando os custos de transação e corretagem.

Para uma opção de compra (*call*), o valor justo do prêmio pode ser calculado de acordo com a fórmula desenvolvida abaixo.

$$P_c = [(E(x/x > K) - K)w(x > K)D]e^{-rT}$$

Onde K é o nível do *strike*, x é o índice (ICDD ou IHDD), w é a probabilidade que o índice x fique acima do *strike* K, D é o *tick* (definido no momento do contrato), e o fator  $e^{-rT}$  desconta o pagamento ao longo da duração do contrato (T) utilizando a taxa de juros da economia r.

O prêmio para uma opção de venda (*put*) pode ser calculado de forma análoga. Assim,

$$P_p = [(K - E(x/x < K))w(x < K)D]e^{-rT} .$$

## 4 Modelagem da Série Temporal

Apesar da enorme evolução dos métodos estatísticos para precificar os derivativos financeiros, os derivativos climáticos carecem de uma fórmula segura e consistente para que os investidores sintam-se aptos a utilizá-los.

De acordo com Geoffrey Considine da Águila Energy (primeira empresa a operar os contratos de temperatura), na maioria dos casos, a distribuição Gaussiana explica consistentemente a distribuição de probabilidade das CDDs e HDDs. No entanto, este método não leva em consideração o prêmio de risco ao qual o comprador da opção está incorrendo ao realizar a transação.

Ao assumir a hipótese de que a série analisada segue uma distribuição gaussiana, o cálculo da distribuição de probabilidade é automático. Tal consideração só foi possível devido ao Teorema do Limite Central o qual descreve que toda soma de variáveis aleatórias independentes de média finita e variância limitada é aproximadamente Normal, desde que o número de termos da soma seja suficientemente grande.

De acordo com Jewson e Brix (2004), os dois métodos mais utilizados para a precificação dos derivativos climáticos são a análise histórica (“*Burn Analysis*”) e a modelagem do índice. Na primeira, os contratos são avaliados de acordo com os *payoffs* que teriam implicado no passado, e, assim, não incorporam previsões climáticas na precificação. Já na modelagem estatística do índice subjacente, objetivo principal deste trabalho, é crucial a definição da melhor distribuição que se ajuste aos dados analisados.

Os autores fizeram uma análise empírica e concluíram que as melhores combinações são 10 anos de dados sem modelagem da tendência, ou 30 anos de dados com modelagem linear da tendência da série.

Garman, Blanco e Erickson mostram, ainda, que dentro das técnicas de modelagem existem diferentes maneiras de precificação. Enquanto alguns modelam as séries de HDD ou CDD diretamente, outros modelam a série de temperatura média diária da cidade estudada.

Neste trabalho, em particular, será modelada a série de temperatura média diária para as cidades de Aracaju e João Pessoa, no período de 01/03/2000 à 28/02/2010 (10 anos). Normalmente, a base utilizada para modelagem contém de 5 a 50 anos de observações.

Após a identificação estrutural da série os valores futuros poderão ser estimados. Um contrato realizado para o período de março a maio de 2010, por exemplo, terá o *strike* definido como a soma dos DDs deste período<sup>10</sup>, gerados pelo modelo.

Após a análise fora da amostra será escolhido o melhor método dentro de cada técnica econométrica. Em seguida, as estatísticas geradas pelo modelo de *Holt-Winters* e pelo modelo de *Box & Jenkins* poderão ser comparadas.<sup>11</sup>

#### 4.1 Análise da Série

“Uma série temporal é um conjunto de observações de uma dada variável, ordenado segundo o parâmetro tempo, geralmente em intervalos equidistantes.” (SOUZA; CAMARGO, 2004, p.13). Na realidade, a temperatura<sup>12</sup> deveria ser modelada como um valor contínuo no tempo, no entanto, como a fonte de dados disponível para estudo consiste em dados diários, a estimação dos parâmetros será feita considerando-se variáveis discretas.

Em geral, a primeira coisa que fazemos ao estudar uma série temporal é construir um gráfico para mostrar a sua evolução ao longo do tempo. Desta maneira pode-se identificar se existe ou não tendência, como se comporta o fator sazonal, se existem valores muito distantes da média e etc.

Gráfico 1 – Temperatura Média Diária – Aracaju (01/mar/2000 a 28/fev/2010):

---

<sup>10</sup> Como especificado anteriormente, o CDD diário consiste na subtração da temperatura média diária da temperatura de referência (23°C).

<sup>11</sup> O aplicativo utilizado para as previsões foi o Forecast Pro for Windows 3.50 (FPW).

<sup>12</sup> Como a série de CDD diário deriva diretamente da série de temperatura média diária, é possível conciliar o entendimento nas análises seriais.

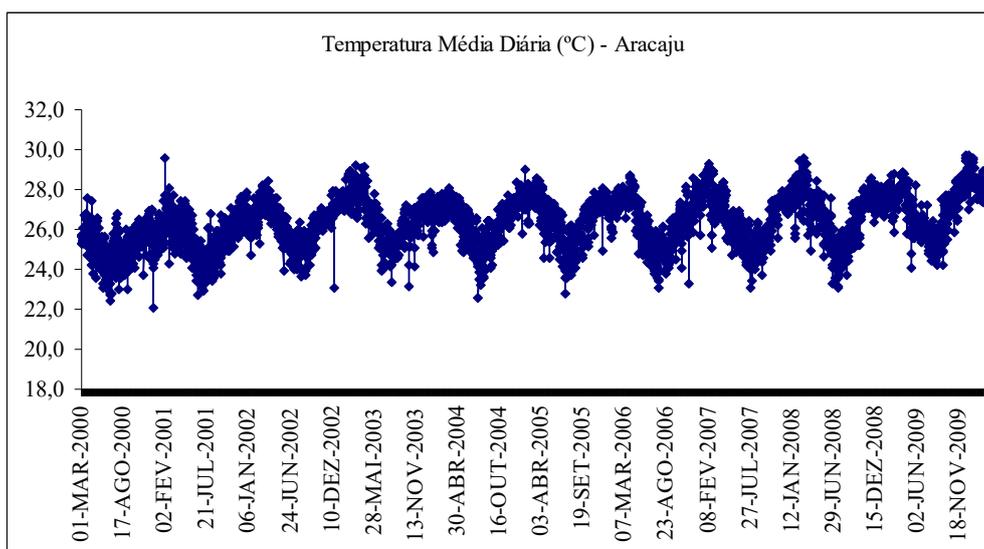


Gráfico 2 – CDD Diário – Aracaju (01/mar/2000 a 28/fev/2010):

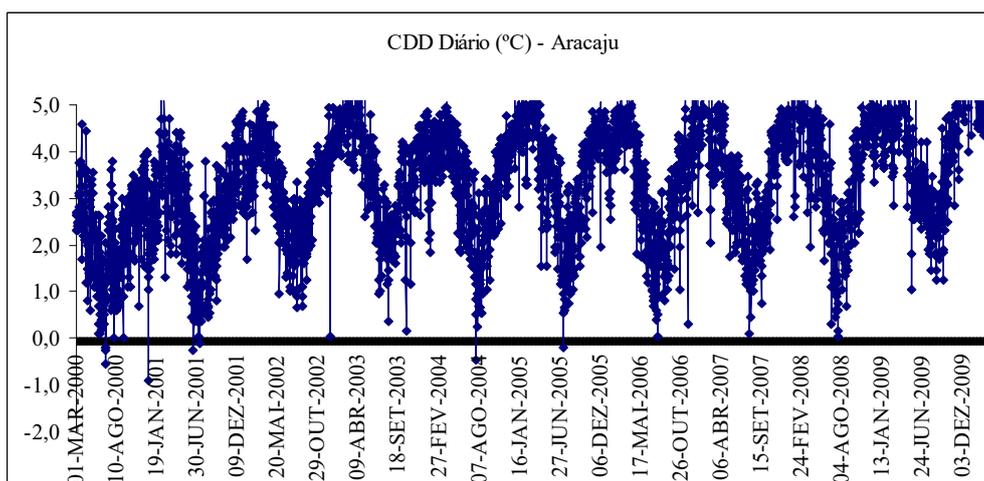


Gráfico 3 – Temperatura Média Diária – João Pessoa (01/mar/2000 a 28/fev/2010):

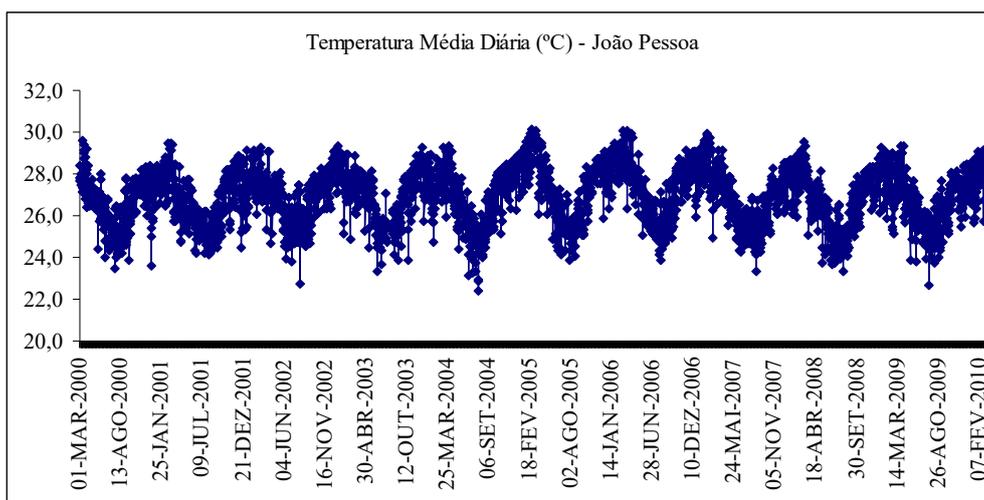
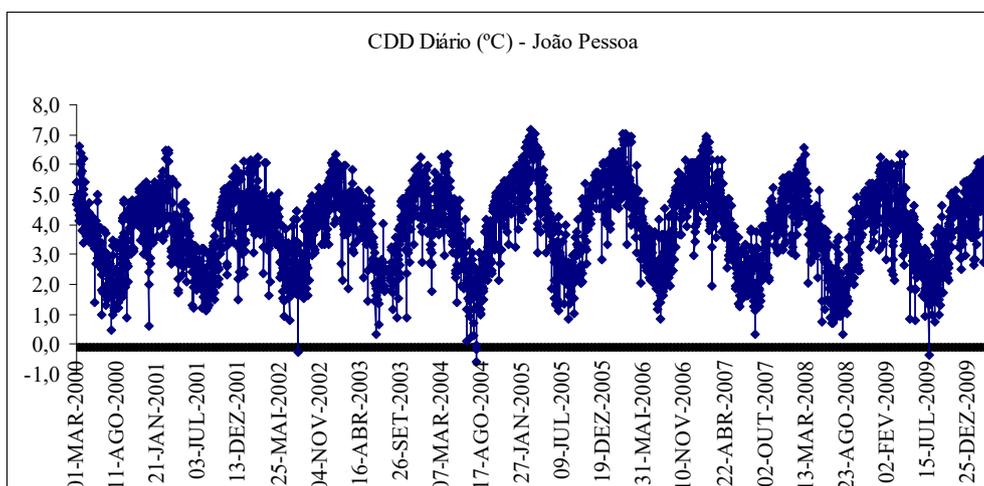


Gráfico 4 – CDD Diário - João Pessoa (01/mar/2000 a 28/fev/2010):



A partir de uma análise gráfica da série de temperatura média diária, é possível concluir que existe sazonalidade e a tendência não é significativa. Além disso, não são observados movimentos esporádicos ou irregulares ao longo da série, contribuindo para sua modelagem.

Neste trabalho, haverá a suposição de que a temperatura futura depende única e exclusivamente da série histórica dos dados observados. Desta forma, os modelos podem ser considerados univariados facilitando os cálculos e o entendimento do estudo em questão.

Além da análise gráfica, é crucial decompor a série estudada nas componentes de tendência, ciclo e sazonalidade.

A tendência indica o comportamento de longo prazo da série, isto é, se ela sobe, desce ou permanece estável. A sazonalidade indica a repetição de um padrão da série dentro do período de um ano. Os ciclos indicam padrões que se repetem na série em um período superior a um ano.

As previsões pelo modelo de *Holt-Winters* serão feitas, então, através da extrapolação dos índices de nível, tendência e sazonalidade, atribuindo maior peso aos índices mais recentes em detrimento dos demais. Já o modelo de *Box & Jenkins* extrai as correlações e as utilizam para efetuar as previsões. Portanto, quanto maior a correlação da variável com os seus valores históricos, maior a capacidade preditiva deste modelo.

## 4.2 Holt Winters

Os modelos de alisamento exponencial podem ser de vários tipos: modelos de alisamento exponencial simples, modelos de alisamento exponencial duplo e modelos de *Holt-Winters* com e sem sazonalidade. Todos eles ponderam a informação obtida para gerar o valor previsto.

O modelo de alisamento exponencial simples é bastante similar ao modelo de média móvel, no qual a cada instante a previsão é apenas a média das últimas  $N$  observações. A diferença é que no alisamento exponencial simples as informações mais recentes são evidenciadas pela aplicação de um fator que determina essa importância.

A técnica de alisamento exponencial duplo, também conhecido como método de Brown, consiste na aplicação repetida do alisamento exponencial simples, a fim de reconhecer a presença de tendência, não captada por este.

O método de *Holt-Winters*, por sua vez, é considerado o mais eficaz dentre os de alisamento exponencial, podendo manipular séries temporais com um comportamento mais complexo. Tal mecanismo é bastante utilizado por sua praticidade e simplicidade, além de fácil entendimento e baixos custos de aplicação.

As desvantagens são as dificuldades em determinar os valores mais apropriados das constantes de suavização e a impossibilidade e/ou dificuldade de estudar as propriedades estatísticas, tais como média e variância de previsão e, conseqüentemente, construção de um intervalo de confiança. (MORETTIN, Pedro; TOLOI, Clélia. *Análise de Séries Temporais* – Pág. 102).

Através deste método pode-se ajustar a série em dois modelos diferentes: modelo sazonal aditivo e modelo sazonal multiplicativo.

### 4.2.1 Modelo Sazonal Aditivo

O modelo sazonal aditivo é definido por:

$$Z_t = \alpha_1 + \alpha_2 t + \rho_t + \varepsilon_t$$

Onde:

$\alpha_1$  é o nível, componente da média;

$\alpha_2$  é a inclinação, tendência linear;

$\rho_t$  é o fator sazonal aditivo.

Este modelo é adequado quando a soma dos fatores sazonais é nula e, isto ocorre, quando a amplitude do ciclo sazonal independe do nível médio da série, o que não ocorre no caso multiplicativo, pois, como sugere o nome, a componente sazonal está multiplicada pela componente de tendência e pelo nível, como será visto a seguir.

### 4.2.2 Modelo Sazonal Multiplicativo

Diferentemente do caso anterior, aqui a amplitude do ciclo sazonal depende do tempo. Desta forma,  $\rho_t$ , que neste caso é chamado de fator sazonal multiplicativo, cresce em função do tempo.

A duração do ciclo sazonal já é conhecida ao serem iniciadas operações com modelos deste tipo. Assim, sua estrutura é dada por:

$$Z_t = (\alpha_1 + \alpha_2 t) * \rho_t + \varepsilon_t$$

A decisão de qual método utilizar vai depender do comportamento da série ao longo do tempo. A partir da análise *out-of-sample* foi possível escolher o melhor método de ajuste da série de temperatura média diária para posterior extrapolação dos dados.

## 4.3 Box & Jenkins

Uma metodologia bastante utilizada na análise de modelos univariados é conhecida como abordagem de *Box & Jenkins* (1970). Tal metodologia consiste em ajustar modelos auto-regressivos integrados de médias móveis, ARIMA  $(p,d,q)$ , a um determinado conjunto de dados.

- $p$  representa a ordem da parte autoregressiva;
- $d$  o número de diferenciações necessárias para estacionarizá-la;
- $q$  a ordem da parte média móvel.

O método estuda a estrutura de dependência no tempo dos valores da série através das funções de autocorrelação e autocorrelação parcial. Além disso, existem importantes pré requisitos para a sua utilização, como observações espaçadas em intervalos iguais no tempo e estacionariedade da série.<sup>13</sup>

Como a escolha do modelo depende dos próprios dados, é necessário seguir alguns passos para posterior aplicabilidade do método.

1. Especificação. Uma classe geral de modelos é considerada para análise;
2. Identificação. Um determinado modelo é escolhido com base na análise das autocorrelações, autocorrelações parciais e outros critérios;
3. Estimação. Os parâmetros do modelo são estimados;
4. Verificação. Diagnosticar se a série efetivamente tornou-se estacionária após as devidas integrações.

A autocorrelação é a autocovariância padronizada. Serve para medirmos o comprimento e a memória de um processo, ou seja, a extensão para a qual o valor tomado no tempo  $t$  depende daquele tomado no tempo  $t - k$ . A autocorrelação de defasagem  $k$  é definida como:

$$\rho_k = \frac{\lambda_k}{\lambda_0} = \frac{Cov(Z_t, Z_{t+k})}{\sqrt{Var(Z_t) * Var(Z_{t+k})}}$$

A autocorrelação parcial representa a correlação entre duas observações seriais  $Z_t$  e  $Z_{t+k}$ , eliminando a dependência dos termos intermediários,  $Z_{t+1}, Z_{t+2}, \dots, Z_{t+k-1}$ . A autocorrelação parcial é definida como:

$$Cor(Z_t, Z_{t+k} | Z_{t+1}, \dots, Z_{t+k-1})$$

---

<sup>13</sup> As características estocásticas como média, variância e covariância devem ser mantidas ao longo da série, ou seja, as médias das partes não podem ser significativamente diferentes da média de toda a amostra.

### 4.3.1 Modelo Auto Regressivo (AR)

De acordo com este modelo,  $y_t$  é descrito apenas por seus valores passados e pelo ruído branco  $\varepsilon_t$ .

Logo,  $y_t = \varepsilon_t + \phi_1 y_{t-1} + \phi_2 y_{t-2} + \dots + \phi_p y_{t-p}$ , onde

$$E(\varepsilon_t) = 0; E(\varepsilon_t^2) = \sigma^2; E(\varepsilon_t \varepsilon_s) = 0, \text{ para } t \neq s.$$

A condição de estacionariedade exige, então, que  $|\phi| < 1$ .

### 4.3.2 Modelo de Médias Móveis (MA)

Para este modelo, a série  $y_t$  resulta da combinação linear dos choques aleatórios (ruídos brancos) ocorridos no período corrente e nos períodos passados.

$$\text{Logo, } y = \varepsilon_t - \delta_1 \varepsilon_{t-1} - \delta_2 \varepsilon_{t-2} - \dots - \delta_q \varepsilon_{t-q}.$$

Os modelos foram comparados usando o MAPE, o RMSE e o BIC. O erro percentual absoluto médio, e a raiz do erro quadrático médio, mostram a diferença entre o valor estimado e o realizado. O critério de informação *Bayesiano* penaliza a entrada de variáveis irrelevantes mostrando o *trade-off* entre a redução da soma do quadrado dos resíduos e a parcimônia do modelo.

Definindo matematicamente,

$$\text{MAPE} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \left| \frac{a_k - y_k}{a_k} \right| * 100$$

$$\text{RMSE} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \left( \frac{a_k - y_k}{a_k} \right)^2}$$

Onde,  $N$  é o número de padrões,  $a_k$  é o valor real no instante  $t$  e  $y_k$  é o valor previsto para o instante  $t$ .

$$\text{BIC} = T \cdot \ln(\text{SQR}) + k \ln T$$

Onde  $k$  é o número de parâmetros estimados e  $T$  o número de observações utilizadas para análise.

Quanto menor os valores dos erros e do BIC, melhor o ajustamento do modelo. Para saber se o modelo obtido descreve os dados adequadamente, é realizado o teste de *Durbin-Watson*. Se o modelo estiver corretamente especificado, os erros não devem apresentar nenhuma correlação serial.

O teste estatístico de *Durbin-Watson* resume-se à seguinte equação:

$$d = \frac{\sum_{t=2}^T (e_t - e_{t-1})^2}{\sum_{t=1}^T e_t^2}, \text{ onde } e_t \text{ é o resíduo associado à observação no instante } t.$$

## 5 Escolha do Melhor Método

### 5.1 Estudo Estatístico

A partir da previsão para a temperatura média diária, basta calcular o CDD para cada dia da previsão e somá-los de acordo com o período do contrato.

Como normalmente os contratos são mensais ou trimestrais, as previsões foram realizadas 92 passos-à-frente, ou seja, englobando os meses de março, abril e maio.

Os últimos dois meses da amostra (fevereiro e janeiro de 2010) foram retirados através do recurso *holdout* (59) para que a análise fora da amostra pudesse ser feita.

Primeiramente serão analisados os métodos estatísticos aplicados para a cidade de Aracaju, e, em seguida, o mesmo procedimento será adotado para João Pessoa.

#### 5.1.1 Aracaju

Quadro 1 – Estatísticas Descritivas:

Estatísticas Descritivas	
Amostra	3652 observações
Mínimo	22,1
Máximo	29,75
Média	26,36
Desvio Padrão	1,263

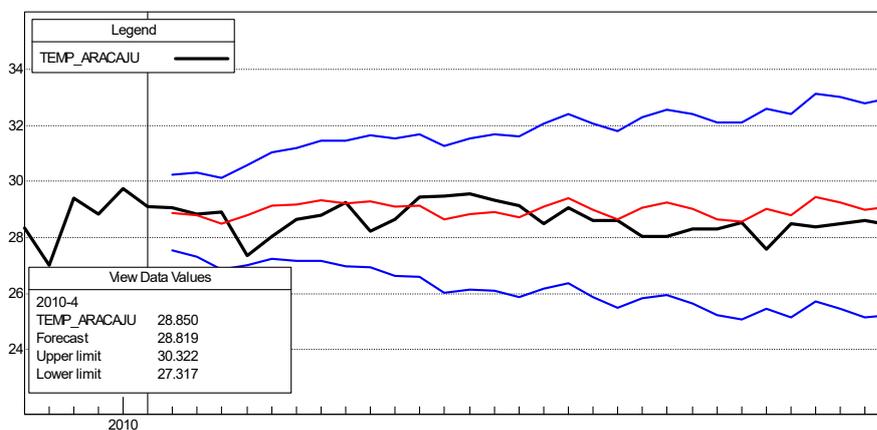
Quadro 2 – Decomposição Serial:

Decomposição Serial - Aracaju	
Ciclo	0,1296
Componente Sazonal	0,5566
Irregularidade	0,3137

##### 5.1.1.1 Holt Winters

O melhor modelo estatístico para a previsão na metodologia de *Holt-Winters* não possui tendência, é multiplicativo e apresenta sazonalidade.

Gráfico 5 - Modelo *Holt-Winters* fora da amostra:

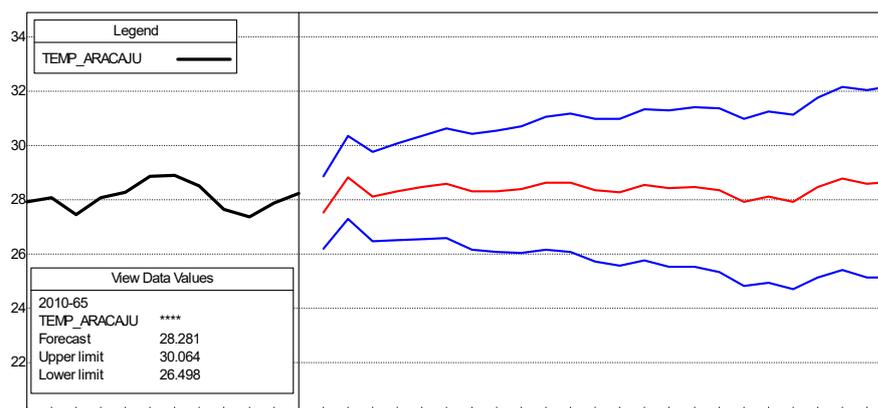


Quadro 3 – Critérios comparativos na análise fora da amostra:

Critérios Comparativos	
Durbin-Watson	1,999
MAPE	0,01999
MAD	0,5218
RMSE	0,6864
BIC	0,688

O valor da estatística de *Durbin-Watson*, leva a aceitação da hipótese nula de que os resíduos são não autocorrelacionados.

Gráfico 6 – Modelo *Holt-Winters* na amostra:

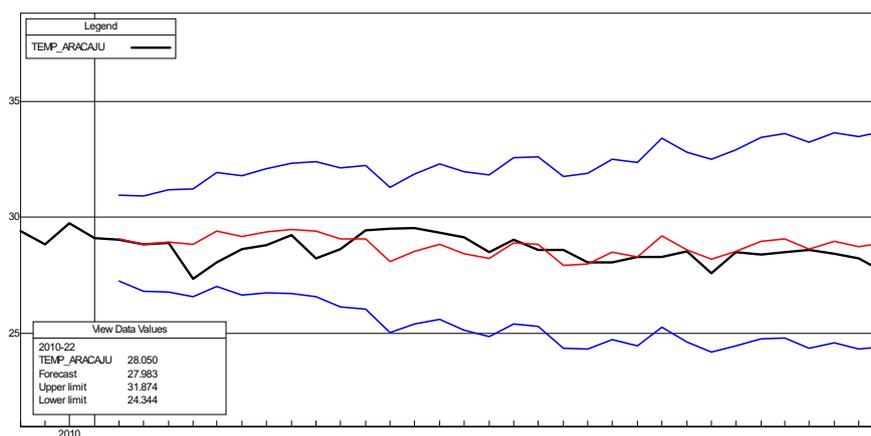


### 5.1.1.2 Box & Jenkins

A fim de se determinar as variáveis  $p$ ,  $q$  e  $d$  expostas no capítulo 3, além da comparação entre os erros gerados pelos modelos, foram analisadas as funções de autocorrelação (FAC) e autocorrelação parcial (FACP).

O melhor modelo para a previsão da temperatura média diária para a cidade Aracaju foi um SARIMA (2,1,2) com a aplicação da transformação de raiz quadrada.

Gráfico 7 – Modelo Box & Jenkins fora da amostra:



Quadro 4 – Estatísticas Comparativas:

Critérios Comparativos	
Durbin-Watson	2,025
MAPE	0,0231
MAD	0,6054
RMSE	0,8372
BIC	0,8482

Gráfico 8 – Correlograma dos erros:

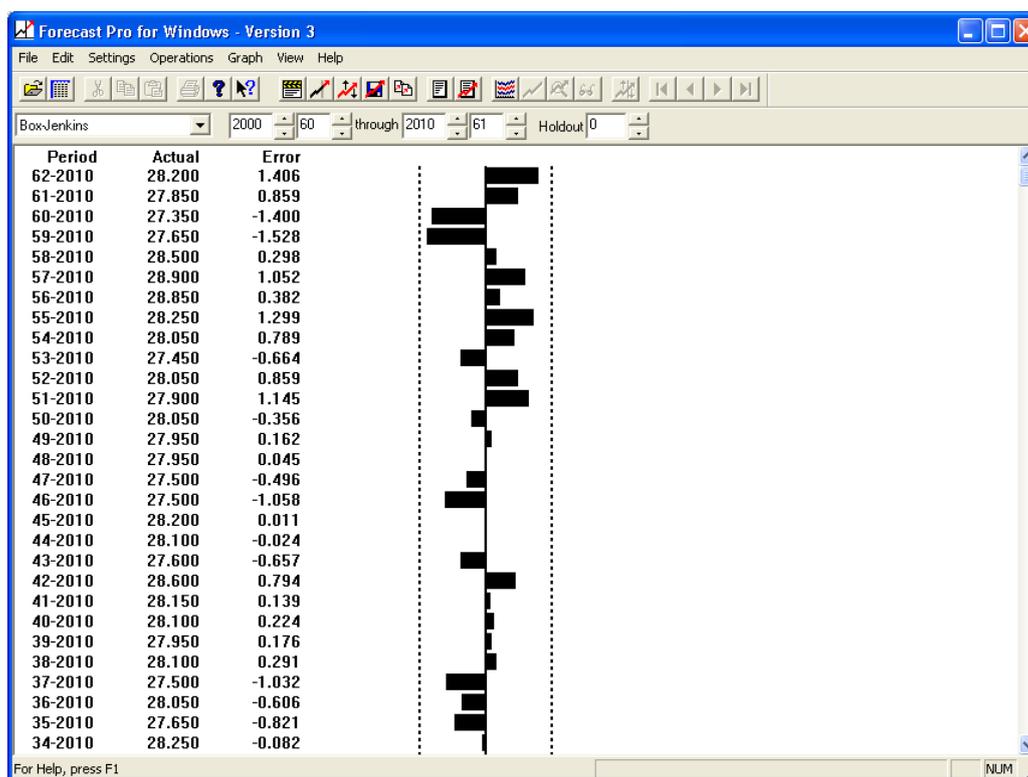


Gráfico 9 – Função de Autocorrelação (FAC) dos erros:

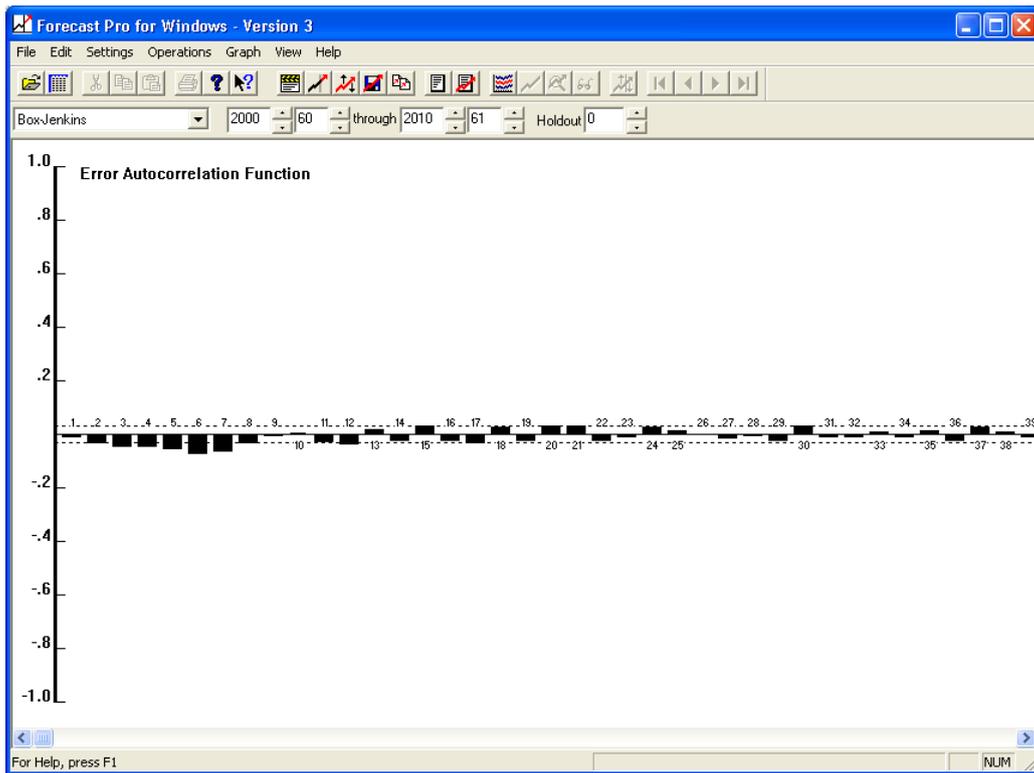


Gráfico 10 – Função de Autocorrelação (FAC):

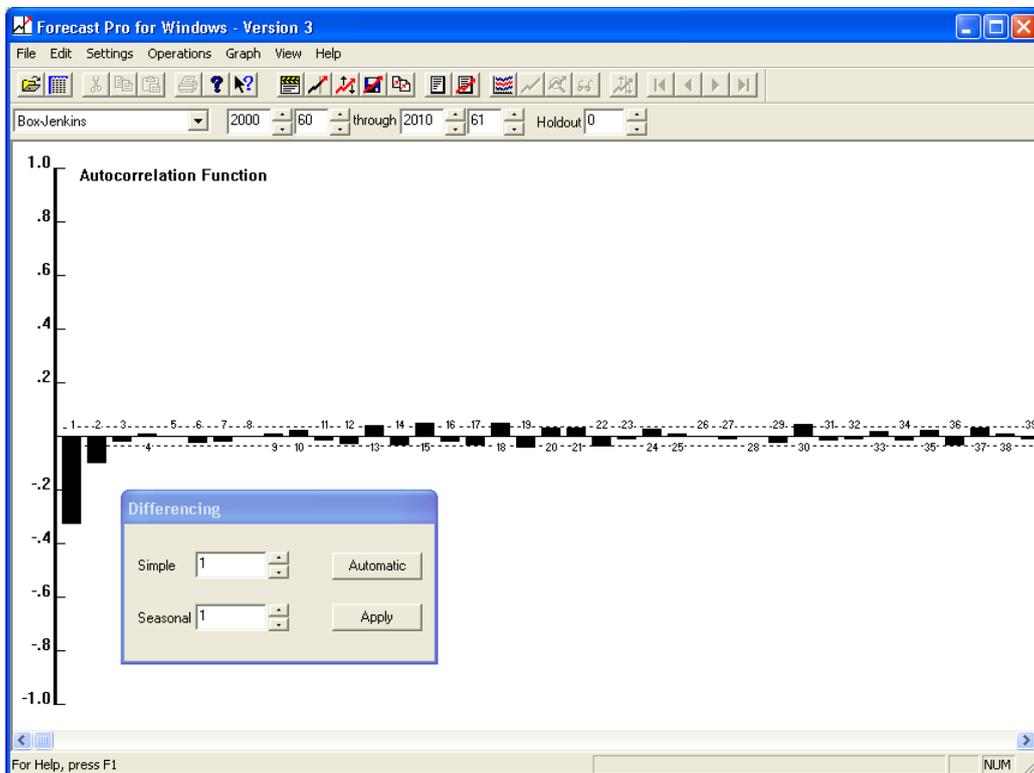
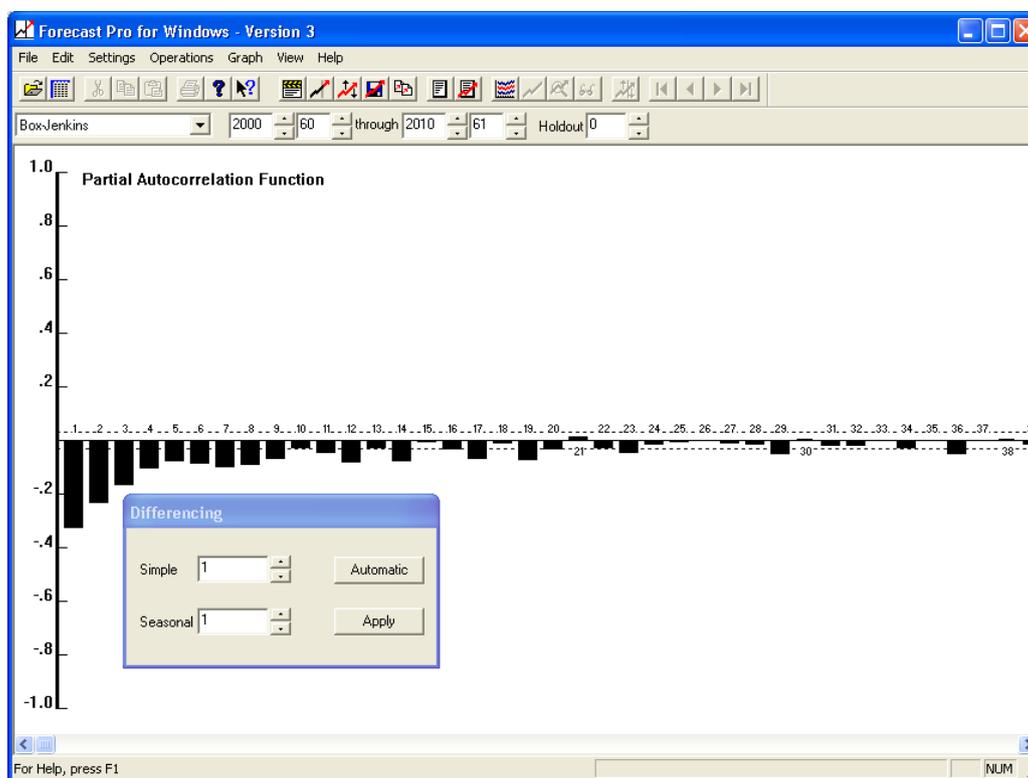
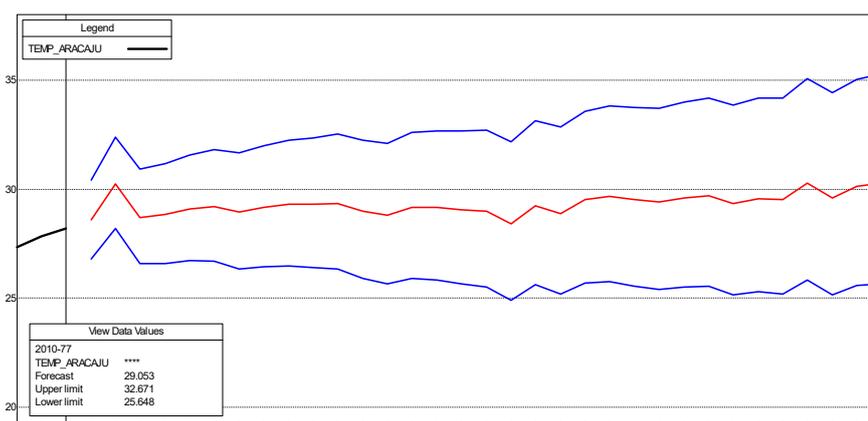


Gráfico 11 – Função de autocorrelação parcial (FACP):

Gráfico 12 – Modelo *Box & Jenkins* na amostra:Quadro 4 – Estatísticas *Holt Winters* vs *Box & Jenkins*:

Comparação	Holt Winters	Box & Jenkins
Durbin-Watson	1,999	2,025
MAPE	0,01999	0,0231
MAD	0,5218	0,6054
RMSE	0,6864	0,8372
BIC	0,688	0,8482

Comparando-se as estatísticas geradas pelos modelos escolhidos, o modelo de *Holt Winters* respondeu melhor às características da série, e poderá ser utilizado para cálculo do índice CDD negociado no mercado climático. A partir deste, o *strike* para os *swaps*, o prêmio para as opções e as funções *payoffs* são determinadas de acordo com as equações desenvolvidas no capítulo 3.

### 5.1.2 João Pessoa

Quadro 5 – Estatísticas Descritivas:

Estatísticas Descritivas	
Amostra	3652 observações
Mínimo	22,4
Máximo	30,15
Média	26,884
Desvio Padrão	1,326

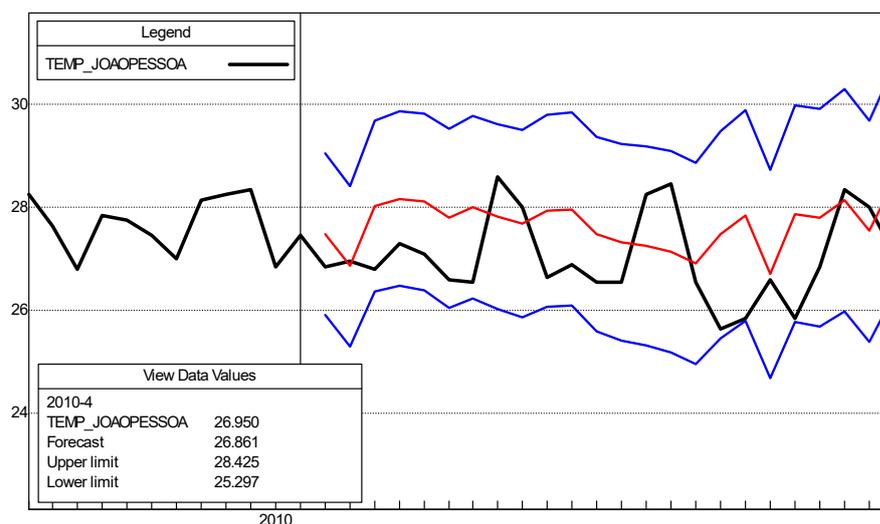
Quadro 6 – Decomposição Serial:

Decomposição Serial - João Pessoa	
Ciclo	0,0342
Componente Sazonal	0,6526
Irregularidade	0,3132

#### 5.1.2.1 Holt Winters

Como na modelagem da série de temperatura média diária da cidade de Aracaju, o melhor modelo estatístico para a previsão na metodologia de *Holt-Winters* não possui tendência, é multiplicativo e apresenta sazonalidade.

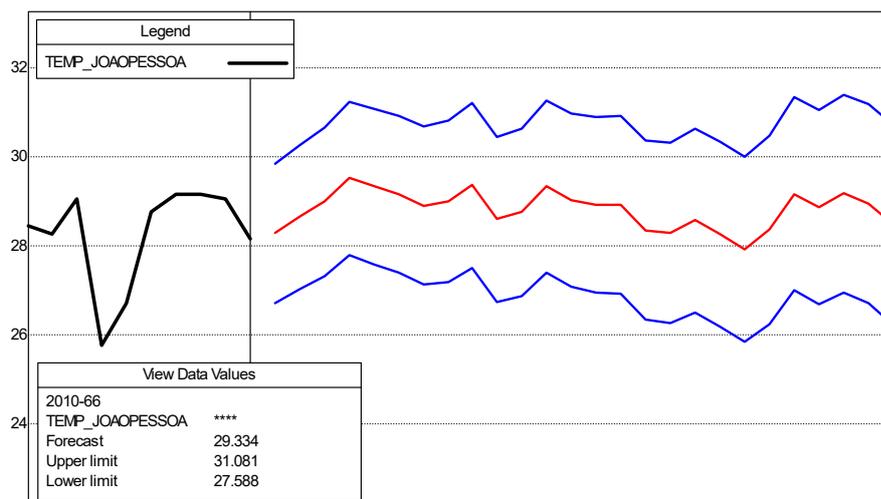
Gráfico 13 - Modelo Holt-Winters fora da amostra:



Quadro 7 – Critérios comparativos na análise fora da amostra:

Critérios Comparativos	
Durbin-Watson	1,522
MAPE	0,02306
MAD	0,6154
RMSE	0,7982
BIC	0,8

Gráfico 14 – Modelo *Holt-Winters* na amostra:

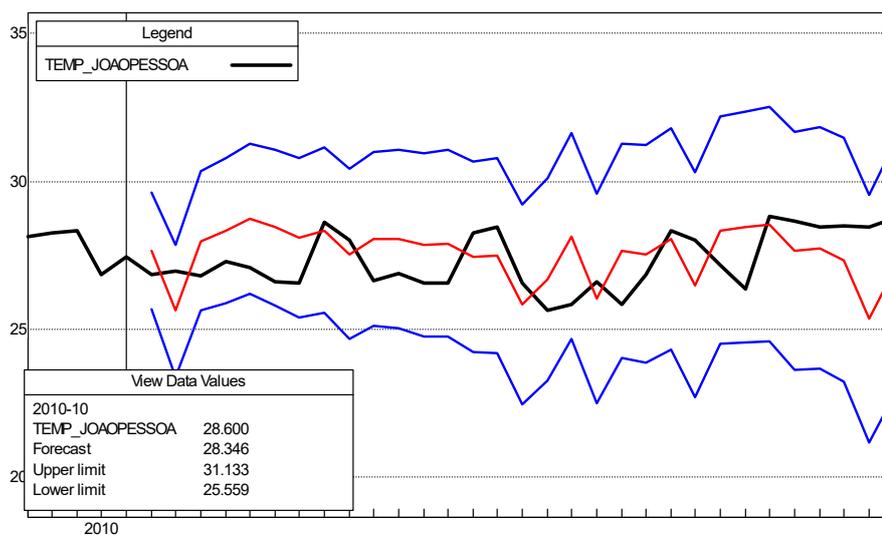


### 5.1.2.2 Box & Jenkins

Assim como na metodologia adotada para Sergipe, foram analisadas, além das estatísticas dos erros, as funções de autocorrelação e autocorrelação parcial.

O melhor modelo para a previsão da temperatura média diária para a cidade João Pessoa foi um SARIMA (1,1,1).

Gráfico 15 – Modelo *Box & Jenkins* fora da amostra:



Quadro 8 – Estatísticas Comparativas:

Critérios Comparativos	
Durbin-Watson	2,022
MAPE	0,02611
MAD	0,6975
RMSE	0,9544
BIC	0,9587

Gráfico 16 – Correlagrama dos erros:

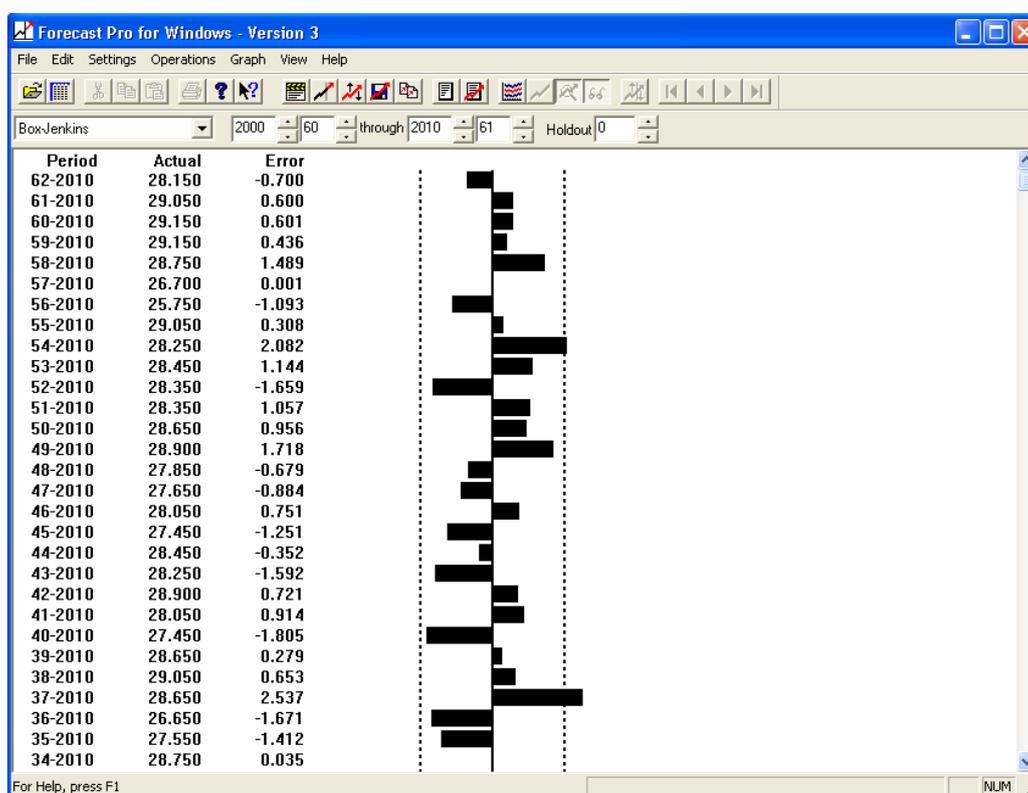


Gráfico 17 – Função de Autocorrelação (FAC) dos erros:

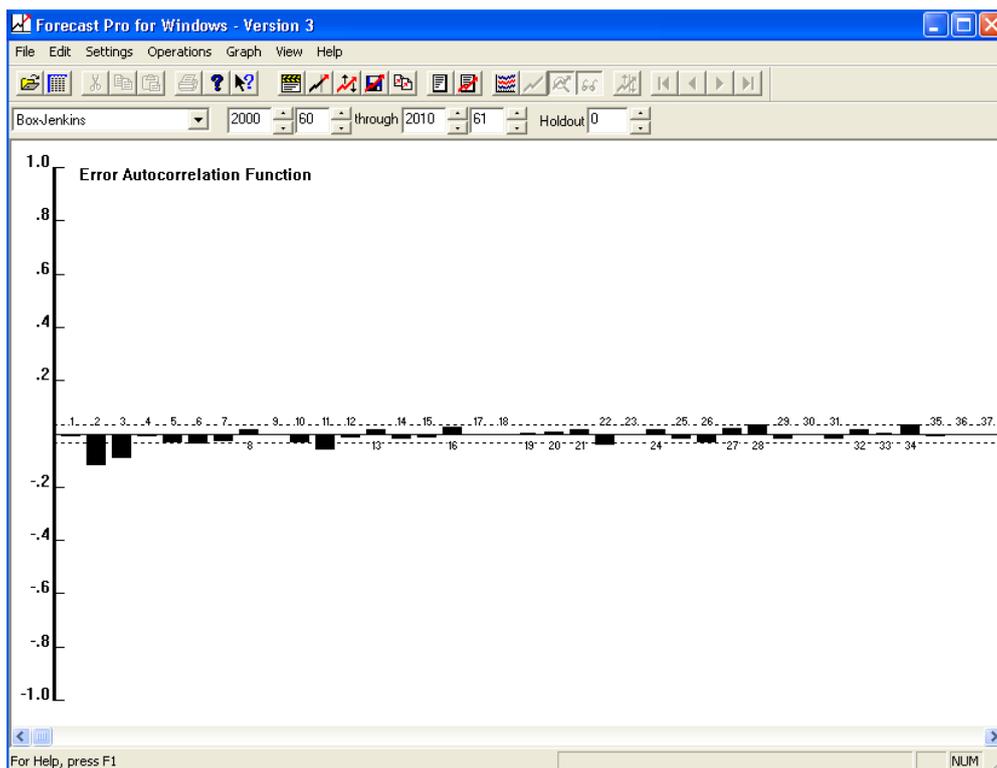


Gráfico 18 – Função de Autocorrelação (FAC):

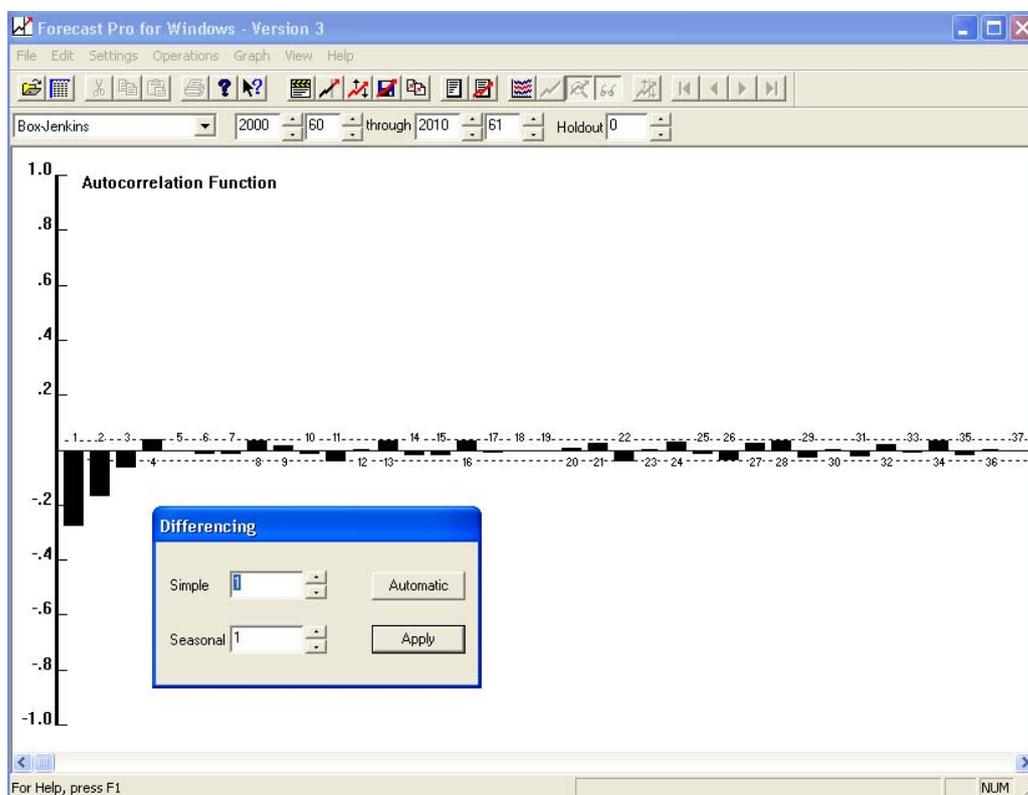


Gráfico 19 – Função de autocorrelação parcial (FACP):

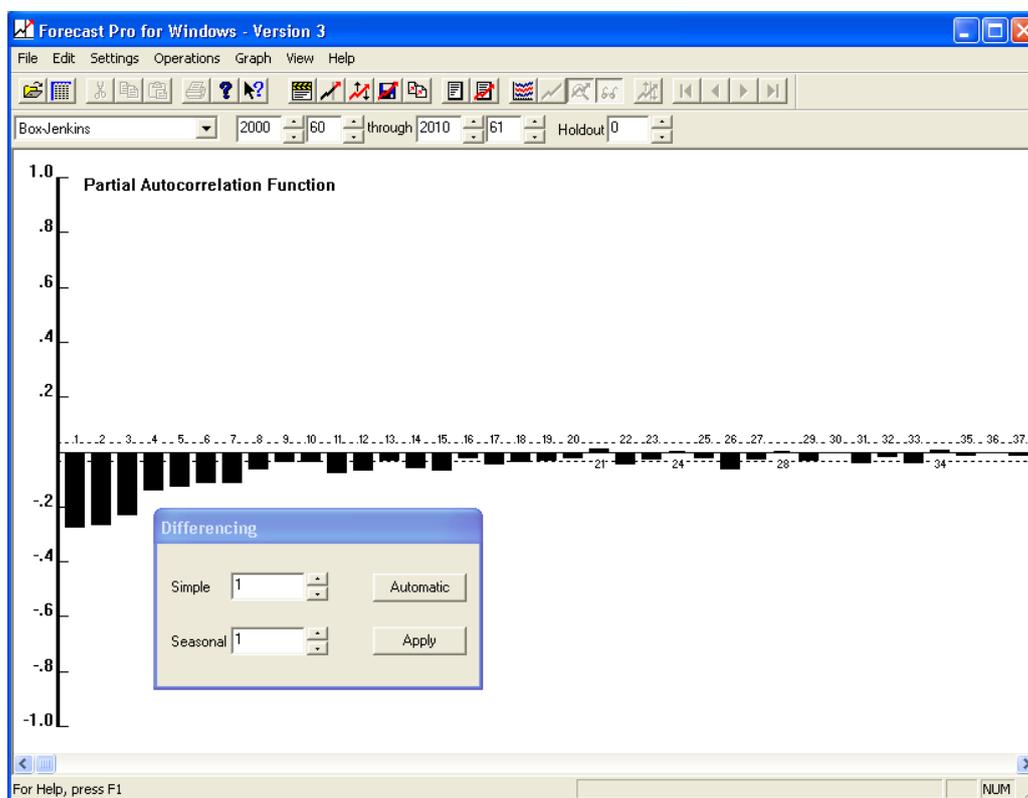
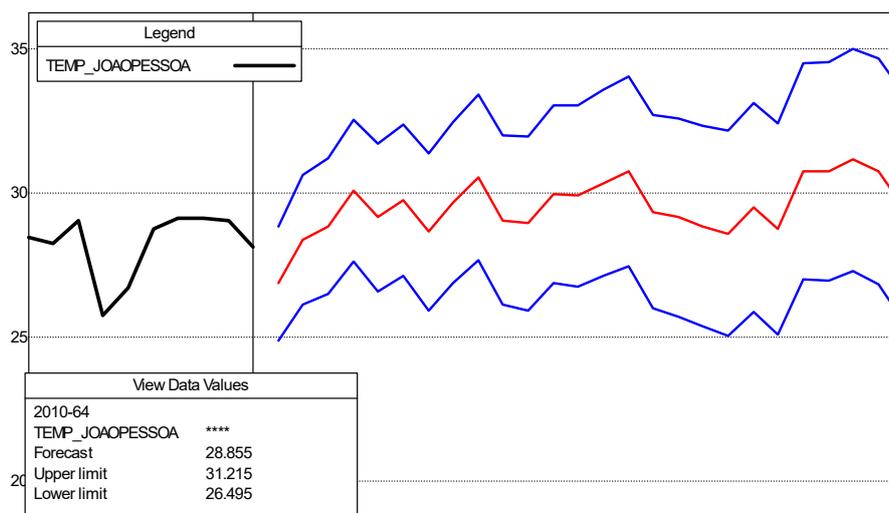


Gráfico 20 – Modelo Box &amp; Jenkins na amostra:



Quadro 9 – Estatísticas Holt Winters vs Box &amp; Jenkins:

Comparação	Holt Winters	Box & Jenkins
Durbin-Watson	1,522	2,022
MAPE	0,02306	0,02611
MAD	0,6154	0,6975
RMSE	0,7982	0,9544
BIC	0,8	0,9587

Como na cidade de Aracaju, o modelo de Holt Winters apresentou uma melhor performance na modelagem da série.

## 5.2 Exemplos

Após a previsão do índice e a determinação do *payoff* dos contratos, é interessante a análise de operações efetivamente realizadas por investidores estrangeiros. Como descrito anteriormente, o índice mensal de CDD será a soma dos CDDs estimados para determinado mês. De forma análoga, o índice sazonal, por exemplo, para o inverno no hemisfério sul, será a soma dos CDDs estimados no período de 1º de maio a 30 de setembro.<sup>14</sup>

O *payoff* é definido como a multiplicação do *tick*<sup>15</sup> pela diferença entre o *strike* (soma dos CDDs estimados no modelo estatístico) e o verdadeiro índice acumulado no período. Os contratos normalmente são limitados, para que se defina um valor máximo recebido (ou pago) por uma das partes.

No caso das cidades selecionadas para análise neste trabalho, não faz sentido a transação de HDDs já que não é observada temperatura média abaixo da temperatura de referência (23°C). Além disso, a maior demanda pelos instrumentos climáticos provavelmente se daria nos meses do verão, como proteção contra a volatilidade do preço da energia no mercado *spot*, agravada por temperaturas inesperadas.

<sup>14</sup> No hemisfério norte, para os contratos HDDs (transacionados no inverno), é comum a utilização do período de 1 de novembro à 31 de março. Já para os CDDs (transacionados no verão), o período selecionado vai de 1º de maio a 30 de setembro.

<sup>15</sup> Como definido no capítulo 2, o *tick* é determinado pelas partes no momento do contrato e corresponde a uma quantidade de dólares para cada *degree-day*.

Um investidor, portanto, acreditando na alta da temperatura comprará uma *call* (opção de compra), e será compensado se o índice negociado estiver acima de determinado nível.

Um exemplo real negociado por Geoffrey Coisidine da *Águila Energy*, consiste em uma opção de venda sobre HDD para o período de novembro a março. Para um valor médio de 1,933 HDDs para o período (retirada a tendência), foi escolhido um *strike* de 1,833. O valor do *tick* é U\$ 5.000,00 por cada HDD e o prêmio (valor que o comprador pagará) é U\$ 200.000.

Se o HDD for muito alto, indicando que as temperaturas médias diárias ficaram muito abaixo da temperatura de referência, o comprador perde o valor do prêmio. Por outro lado, se o inverno não for muito rigoroso, a empresa recompensará suas perdas no mercado de energia (já que o consumo associado ao aquecimento será menor que o esperado) através do contrato climático descrito acima.

Este exemplo representa um caso em que os *hedgers* utilizam os derivativos climáticos para compensar prejuízos em sua atividade principal associados a variações inesperadas nas temperaturas.

## Conclusão

O novo modelo do sistema elétrico brasileiro iniciado em 1988 com o processo de privatização do governo Sarney, divide as empresas de energia elétrica nos segmentos de geração, transmissão, distribuição e comercialização, criando o livre mercado para contratação de energia.

Os setores de geração e comercialização passaram a atuar competitivamente no mercado, enquanto os de transmissão e distribuição funcionam como monopólios naturais, com regulação do Estado. Assim, os instrumentos climáticos seriam de forte utilização pelos setores nos quais os rendimentos ficaram à mercê das flutuações do mercado.

Nos países em que os contratos climáticos já são realizados, é comum as empresas de distribuição de energia elétrica comprarem opções de compra para se protegerem de uma alta brusca da temperatura, e, conseqüentemente, do aumento na demanda de energia. Por outro lado, os agentes produtores de energia elétrica compram opções de venda na medida em que seu *hedge* climático está associado à diminuição da temperatura e recuo da demanda.

Assim como nos derivativos financeiros, um investidor acreditando que o inverno não será muito rigoroso, aposta na baixa do índice HDD, e, portanto, compra uma opção de venda. De forma análoga, um investidor acreditando que o verão será muito quente, aposta na alta do índice CDD, ou seja, compra uma opção de compra.

Apesar do crescimento dos derivativos climáticos nos últimos anos, ainda não existe um método padronizado de precificação destes contratos aceito plenamente por seus participantes.

Atualmente, os seguros contra catástrofes naturais (evento de alto risco e baixa probabilidade) ainda são amplamente utilizados nos mercados americano, europeu e japonês. No entanto, para os eventos de baixo risco e alta probabilidade, os derivativos climáticos vêm aumentando sua participação nas carteiras dos investidores.

Os derivativos climáticos representam a convergência do mercado de seguros com o mercado financeiro. Como o comportamento estatístico da temperatura média diária é extremamente diferente do comportamento dos preços do seguro, os derivativos climáticos exigem uma nova abordagem para sua precificação.

Além das empresas privadas que buscam se proteger das variações climáticas, as seguradoras, bancos de investimento, bancos comerciais e fundos de *hedge* têm apresentado forte interesse por esse mercado.

Um dos principais pontos relativos ao mercado de derivativos climáticos é a escolha da metodologia de precificação que gerará o valor justo para os diferentes contratos deste mercado. As peculiaridades do índice subjacente (entre elas as variações climáticas) levam a que técnicas desenvolvidas em determinado país não tenha uma aplicação prática direta pelos demais.

Como os derivativos climáticos inexitem no mercado brasileiro e o ativo objeto não é diretamente negociável, a precificação através de modelos baseados em preços de mercado ou na ausência de possibilidades de arbitragem é extremamente complexa, se não impossível, de ser determinada. Assim, o trabalho voltou-se para as técnicas de modelagem da temperatura média diária das cidades de Aracaju e João Pessoa, possibilitando o cálculo imediato do índice CDD negociado no mercado.

Através da análise fora da amostra e da comparação dos erros gerados pelos modelos, foi possível identificar a técnica que está realmente captando as tendências da realidade. No entanto, convém descrever duas desvantagens da modelagem utilizada para a precificação. Os processos aleatórios que descrevem os índices subjacentes são não estacionários e os índices climáticos históricos são altamente correlacionados, reduzindo o número de observações independentes e, conseqüentemente, a qualidade das previsões.

Além disso, algumas observações feitas por participantes do mercado climático são de utilidade para o processo de modelagem da série. Primeiramente, uma simples distribuição não deve ser ajustada diretamente aos dados históricos. Tendências de longo prazo e outras variabilidades são identificadas na série, exigindo, portanto, uma modelagem mais complexa.

Assim como os investidores financeiros baseiam suas estratégias de negociação nas previsões econômicas, os agentes no mercado climático se resguardam nas previsões meteorológicas.

O mercado de derivativos climáticos carece de um modelo padronizado de precificação, para que seus participantes possam se comunicar na mesma linguagem econômica. Conforme documentado por Garman, Blanco e Erickson, os investidores descobriram uma técnica de modelagem apelidada de “caixa-preta”, pela qual não estão dispostos a dividir com os demais participantes.

As fortes discrepâncias entre os diferentes modelos estão impedindo um desenvolvimento mais rápido do mercado climático. Como o modelo de Black & Scholes utilizado nos derivativos financeiros foi um fator crucial para a disseminação acelerada das opções na década de 80, os derivativos climáticos carecem de um denominador comum.

Neste trabalho, foi desenvolvida a modelagem da temperatura média diária para as cidades selecionadas. Foram testadas diferentes técnicas econométricas a fim de se conferir precisão e robustez à precificação dos derivativos climáticos.

Apesar de pouco explorados, o mercado climático apresenta um forte potencial de crescimento, dada a conjuntura atual de fortes variabilidades climáticas. Ao transformar a temperatura em um bem financeiramente negociável, os investidores passam a ter acesso ao gerenciamento de um risco até então não gerenciável.

Para trabalhos futuros, seria interessante a análise de cidades diferentes, bem como períodos observados menores ou maiores, associados à modelagem da tendência. Além disso, é relevante o desenvolvimento de uma abordagem mais flexível e transparente, ou seja, um método padronizado capaz de precificar diferentes contratos climáticos.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ARDITTI, Fred. et al. **Whether to hedge**. 1999.

BENTH, Fred E.; BENTH, Jurate S. **Stochastic modeling of temperature variations with a view towards weather derivatives**. Noruega, 2004. Disponível em: <[http://www.math.uio.no/div/eprint/stat\\_report/2004/01-04.pdf](http://www.math.uio.no/div/eprint/stat_report/2004/01-04.pdf)>. Acesso em: 06 fev. 2010.

BERG, Ernst; SCHMITZ, Bernhard; STARP, Michael. **Weather derivatives as an instrument to hedge against the risk of high energy cost in greenhouse production**. University of Bonn – Department of Food and Resource Economics. Califórnia, 2006. Disponível em: <<http://ageconsearch.umn.edu/bitstream/21378/1/sp06be01.pdf>>. Acesso em: 03 mai 2010.

BESSADA, Octávio M.; BARBEDO, Cláudio H.; ARAÚJO, Gustavo S. **Mercado de derivativos no Brasil**. Rio de Janeiro: Record, 2005.

BOISSONNADE, Auguste C.; HEITKEMPER, Lawrence J.; WHITEHEAD, David. **Weather data: cleaning and enhancement**.

BOX, G. E. P., JENKINS, G.M. (1970). **Time Series Analysis: Forecasting and Control**. San Francisco: Holden Day (Revised Edition, 1976).

CABALLERO, Rodrigo; JEWSON, Stephen; BRIX, Anders. **Long memory in surface air temperature: detection, modeling, and application to weather derivative valuation**: Climate Research. Vol. 21, 127-140, 2002.

Disponível em: <<http://stephenjewson.com/articles/>>. Acesso em: 20 fev. 2010.

CAO, Melani.; WEI, Jason. **Weather derivatives valuation and market price of weather risk**. The Journal of Futures Markets, Vol. 24 n°11, 1065-1089, 2004.

CAO, Melani; WEI, Jason. **Pricing the Weather**. 2000.

COCHRANE, John H. **Time series for macroeconomics and finance**. Chicago, 1997. Trabalho acadêmico de graduação em administração. Universidade de Chicago.

CONSIDINE, Geoffrey. **Introduction to weather derivatives**. Weather Derivatives Group, Aquila Energy. Disponível em: <<http://www.cmegroup.com/trading/weather/>>. Acesso em: 06 fev. 2010.

DISCHEL, Bob. **Weather risk management: Frozen Falls Full Company**. Disponível em: <[http://www.cmegroup.com/trading/weather/files/WEA\\_weather\\_risk.pdf](http://www.cmegroup.com/trading/weather/files/WEA_weather_risk.pdf)>. Acesso em: 13 mar. 2010.

DONANGELO, Mariana (2008). **Apreçamento de derivativos climáticos no Brasil: Análise de modelos atuariais**. Dissertação de mestrado, Instituto COPPEAD de Administração, Universidade Federal do Rio de Janeiro.

DORE, Bruno (2006). **Modelagem de séries temporais focada no apreçamento de derivativos climáticos**. Dissertação de mestrado, Departamento de Engenharia Elétrica, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

GARMAN, Mark; BLANCO, Carlos; ERICKSON, Robert. **Weather derivatives: Instruments and Pricing Issues**. Environmental Finance: Março/2000.

JEWSON, Stephen. **Closed form expressions for the pricing of weather derivatives: part 1 – the expected payoff**. 2003.

JEWSON, Stephen. **Closed form expressions for the pricing of weather derivatives: the expected payoff for t-distributed indices**. 2008.

JEWSON, Stephen. **Introduction to weather derivatives pricing**. 2004.

JEWSON, Stephen. **Weather derivatives and weather derivatives pricing**. 2004.

JEWSON, Stephen; BRIX, Anders. **Weather derivatives pricing and the year ahead forecasting of temperature part 1: empirical results**. Londres: 2004. Disponível em:

<[http://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract\\_id=535142](http://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=535142)>. Acesso em: 10 mai. 2010.

MONTANO, Paulo (2004). **O uso de contratos derivativos como instrumento de gestão de risco na indústria de energia elétrica.** Monografia de Bacharelado, Instituto de Economia, Universidade Federal do Rio de Janeiro.

MORETTIN, Pedro A.; TOLOI, Clélia M. C. **Análise de séries temporais.** São Paulo: Edgard Blücher Ltda., 2004.

SOUZA, Gueibi P.; SAMOHYL, Robert W.; MIRANDA, Rodrigo G. **Métodos simplificados de previsão empresarial.** Rio de Janeiro: Editora Ciência Moderna Ltda., 2008.

SOUZA, Reinaldo C.; CAMARGO, Maria Emilia. **Análise e previsão de séries temporais: Os modelos ARIMA.** 2.ed. Rio de Janeiro: Gráfica e Editora Regional, 2004.

TINDALL, Jon. **Weather derivatives: pricing and risk management applications.** Institute of Actuaries of Australia – Financial Services Forum 2006.