TEXTO PARA DISCUSSÃO

Nº 18

# Estratégia de Racionamento: Uma Generalização

Eduardo Modiano

PUC-Rio – Departamento de Economia
www.econ.puc-rio.br

Novembro de 1981

# Racionamento: Quantidades para o Presente e Preços para o Futuro

## I. Introdução

A discussão sobre estratégias alternativas de racionamento tomou novo impulso logo após o primeiro choque no mercado internacional do petróleo ocorrido em 1973. No período subsequente, os países importadores de petróleo, de uma forma ou outra, recorreram ao racionamento como medida de restrição ao consumo de derivados. Em alguns casos, o racionamento consistiu primordialmente de um controle quantitativo direto sobre o consumo. Os motivos que justificaram o racionamento via quantidades, já bem conhecidos na literatura econômica incluem seu aspecto redistributivo e o controle da taxa de inflação. Outros países, tais como Itália, Inglaterra e Japão, em nome da eficiência econômica preferiram promover o racionamento principalmente através dos preços. Neste sentido, o aumento do preço internacional foi repassado rapidamente aos preços domésticos da energia. Qualquer que tenha sido a opção feita, o dilema de racionar via preços ou quantidades constituiu, em alguns momentos cruciais da década de setenta, o foco principal de debate entre os responsáveis pela formulação da política econômica. Dada a instabilidade do mercado internacional do petróleo, esta discussão poderá voltar a ocupar lugar de destaque em situações de desequilíbrio no decorrer da década de oitenta.

Weitzman (1974, 1977) introduziu a discussão sobre o racionamento via preços ou via quantidades sob condições de incerteza, do ponto de vista das decisões de produção. Arida (1981) analisa a eficácia relativa das duas estratégias do lado do consumo, mais especificamente no caso de choques de oferta em mercadorias de consumo final de difícil substituição. No modelo de Arida, uma função de perda específica procura quantificar o dilema entre o racionamento excessivo que favorece as gerações futuras e o racionamento moderado que favorece a geração presente. Conclui o autor em favor do racionamento via quantidades. Porém, ao considerar a arrecadação tributária, como meta secundaria de política, este resultado se reverte em favor de uma estratégia de preços.

Este trabalho pretende reavaliar os resultados de Arida num contexto intertemporal mais condizente com a busca de uma equidade distributiva entre gerações. O dilema de preços x quantidades, no caso de uma mercadoria importada, não pode ser dissociado do dilema do presente x futuro. Neste sentido na seção II as estratégias de racionamento alternativas são analisadas através de uma função de perda genérica, que permite generalizar o argumento principal de Arida. A seguir, a seção III considera a arrecadação tributária como meta secundária de política. Demonstra-se então a importância das preferencias intertemporais e do grau de aversão ao risco da sociedade ou dos articuladores da política econômica, na determinação do esquema de racionamento ótimo. Finalmente, a seção IV conclui este trabalho.

## II. O Modelo de Arida: Uma Generalização

Nesta seção temos como objetivo analisar a sensibilidade dos resultados de Arida a especificações alternativas da função de perdas. A função quadrática postulada pelo autor é apenas uma possível representação formal do dilema básico da política econômica entre a redução da dívida externa e a promoção do bem-estar da população existente. Além disso, a simetria imposta as perdas de bem-estar no presente e no futuro despreza todo e qualquer critério de preferência intertemporal da sociedade e/ou, dos articuladores da política econômica. É desnecessário enfatizar a importância de incorporarmos a análise normativa do problema de racionamento a questão da equidade distributiva entre gerações, que deve nortear uma estratégia de endividamento externo no médio prazo.

Consideremos, como em Arida, que a regulamentação estatal adequada da economia resulte da minimização dos desvios da quântica de efetiva de consumo $q$ da mercadoria $M$, cujo consumo se deseja reduzir, face à quantidade ótima $q^*$, ou seja[1]:

$$L = h(q^* - q)_+^k + (1-h)(q - q^*)_+^k \qquad k \geq 1, 0 \leq h \leq 1$$

A função de perda especificada acima reflete de forma mais genérica o dilema básico da política econômica. Quando $q^* > q$ o segundo termo da expressão se anula e o racionamento excessivanente severo implica em perda de bem-estar da população existente. Para $q < q^*$, apenas o segundo termo da função de perda é operante, e o endivida mento excessivo compromete o bem-estar das gerações futuras. Os coeficientes positivos $h$ e $1-h$ representam respectivamente os pesos atribuídos a perdas de bem-estar no presente e no futuro decorrentes de uma estratégia de racionamento inadequada. Os erros de política econômica se farão a custos marginais crescentes, constantes ou decrescentes, dependendo da hipótese de um valor para o parâmetro $k$ superior, igual ou inferior à unidade, respectivamente. O problema de controle proposto por Arida é apenas um caso especial, com preferências intertemporais neutras ($h = 0{,}5$) e custos marginais lineares ($k = 2$) simultaneamente.

Sob condições de incerteza, o confronto entre estratégias alternativas de racionamento e possível através da minimização do valor esperado de L, ou seja,

$$\text{MIN E}\{L\} = h\int_0^\infty (q^* - q)^k dF_{q^*-q} + (1-h)\int_{-\infty}^0 (q - q^*)^k dF_{q^*-q} \qquad (1)$$

onde $F_{q^*-q}$ é a função de distribuição de probabilidade da variável aleatória $q^* - q$.

Para simplificar a solução do problema (1), é necessário definir as funções complementares não-negativas de grau $k$[2]:

---

[1] Utilizaremos a notação $f(q^*, q) = (q^* - q)_+^k$ para denotarmos a função que assume o valor nulo para $q^* < q$ e $(q^* - q)^k$ para $q^* > q$.

[2] Para uma variável aleatória normal, estas funções foram tabuladas para $k = 2$ por Pratt.

$$\ell_{\Psi_y^k}[x] = \int_{-\infty}^{x} (x-y)^k dF_y \geq 0 \qquad (2.a)$$

e

$$r_{\Psi_y^k}[x] = \int_{x}^{\infty} (x-y)^k dF_y \geq 0 \qquad (2.b)$$

onde $F_y$ é a função de distribuição de possibilidade da variável aleatória padronizada $y$. Observa-se que as funções complementares de grau zero coincidem respectivamente com a função de distribuição de probabilidade e seu complemento, ou seja, $\ell_{\Psi_y^0}(x) = F_y(x)$ e $r_{\Psi_y^0}(x) = 1 - F_y(x)$. Algumas propriedades destas funções relevantes para desenvolvimentos posteriores podem ser trivialmente verificadas, tais como:

Proposição 1: As derivadas das funções complementares podem ser determinadas recursivamente.

$$\frac{d\ell_{\Psi_y^k}}{dx} = k\ell_{\Psi_y^{k-1}} \qquad (3a)$$

$$\frac{dr_{\Psi_y^k}}{dx} = -kr_{\Psi_y^{k-1}} \qquad (3b)$$

Proposição 2: No caso de uma variável aleatória com função de densidade de probabilidade simétrica,

$$\ell_{\Psi_y^k[x]} \lesseqgtr r_{\Psi_y^k[x]} \text{ se e somente se } x \lesseqgtr 0 \qquad (4)$$

Admitindo que o valor preciso do consumo ótico seja desconhecido pelos responsáveis pela política econômica, as incertezas com relação a $q^*$podem ser representadas por

$$q^* = \bar{q} + \eta \qquad (5)$$

onde $\eta$ é uma variável aleatória com $\mathrm{E}[x] = 0$ e variância $\sigma_\eta^2$.

A utilização ótima do racionamento via quantidades (RQ) consiste em prefixar o consumo efetivo de M em um nível $\hat{q}$, que minimize o valor esperado de L. No esquema de RQ, o problema (1) é equivalente a:

$$\underset{\{q\}}{\mathrm{MIN}}\, E\{L\} = h \int_{q}^{\infty} (q^* - q)^k dF_{q^*} + (1-h) \int_{-\infty}^{q} (q - q^*)^k \, dF_{q^*} \qquad (6)$$

onde $F_{q^*}$ é a função de distribuição de probabilidade da variável aleatória $q^*$ cujo valor esperado é $\bar{q}$ e a variância é $\sigma_\eta^2$. A transformação de variáveis $q^* = \sigma_\eta y + \bar{q}$ e a definição das funções complementares de grau $k$, (2a) e (2b), permitem reescrever (6) como:

$$\underset{\{x\}}{\mathrm{MIN}}\, E\{L\} = \sigma_\eta^k \left\{ hr_{\Psi_y^k}[x] + (1-h)\ell_{\Psi_y^k}[x] \right\} \qquad (7)$$

onde $x = (q - \bar{q})1/\sigma_\eta$. Utilizando-se as relações (3a) e (3b), a solução ótima do problema (7), denominada $\hat{x}$, deve satisfazer a condição

$$\frac{\ell_{\Psi_y^{k-1}}[\hat{x}]}{r_{\Psi_y^{k-1}}[\hat{x}]} = \frac{h}{1-h} \qquad (8a)$$

ou, de forma equivalente,

$$\Gamma[\hat{x}] \equiv \frac{\ell_{\Psi_y^{k-1}}[\hat{x}]}{\ell_{\Psi_y^{k-1}}[\hat{x}]+r_{\Psi_y^{k-1}}[\hat{x}]} = h \qquad (8b)$$

Por conseguinte, a utilização ótima do RQ consiste em fixar o consumo efetivo em

$$\hat{q} = \sigma_\eta \hat{x} + \bar{q} \qquad (9)$$

Supondo que a função de densidade de probabilidade da variável aleatória $\eta$, que representa as incertezas com relação a $q^*$, é simétrica, a relação (9) nos permite derivar um resultado, ainda que intermediário, distinto de Arida quanto à magnitude de $\hat{q}$. Se o peso relativo atribuído a perdas de bem estar da população existente via-à-vis o comprometimento do consumo futuro via endividamento externo é maior que a unidade $(h > 0{,}5)$ o valor ótimo ex-ante de PQ do ponto de vista da política econômica, $\hat{q}$ tenderá a exceder o valor esperado $\bar{q}$. Formalmente isto ocorre porque pela Proposição 2, $h > 0{,}5$ implicará em $\hat{x} > 0$ e, portanto, $\hat{q} > \bar{q}$. Ao contrário, se a economia já se encontra num nível de endividamento excessivo que ameaça o bem-estar das gerações futuras, o valor ótimo para RQ devera prefixar $\hat{q}$ em um nível inferior ao valor esperado. Este resultado é característico do fenômeno de aversão ao risco. Somente quanto as preferências intertemporais são neutras $(h = 0{,}5)$ é que o valor ótimo ex-ante do consumo efetivo deverá coincidir com o valor esperado.

Com relação a mudanças na estrutura das preferências intertemporais da sociedade podemos demonstrar que

$$\frac{d\hat{x}}{dh} = \frac{r_{\Psi_y^{k-1}}[\hat{x}] + \ell_{\Psi_y^{k-1}}[\hat{x}]}{(k-1)\{h\ell_{\Psi_y^{k-2}}[\hat{x}] + (1-h)r_{\Psi_y^{k-2}}[\hat{x}]\}}$$

À medida que se intensificam as preferências pelo bem-estar da população existente, maior deverá ser o nível de consumo pré-fixado em RQ se as perdas se fazem a custos marginais crescentes $(k > 1)$.

No caso do racionamento via preços (RP), supomos que a demanda agregada por M seja caracterizada por

$$q = \alpha - \beta p + \varepsilon \qquad (10)$$

onde $\varepsilon$ é uma variável aleatória com $\mathrm{E}\{\varepsilon\} = 0$ e variancia $\sigma_\varepsilon^2$. Racionar o consumo via preços consiste cm anunciar um preço $\hat{p}$ tal que a demanda induzida em (10) minimize o valor esperado de L. Neste caso o problema (1) é equivalente a

$$\underset{\{p\}}{\mathrm{MIN}}\, E\{L\} = h\int_0^\infty (q^* - q)^k\, dF_{q^*-q} + (1-h)\int_{-\infty}^0 (q - q^*) dF_{q^*-q} \qquad (11)$$

com $q = \alpha - \beta p + \varepsilon$.

Após a transformação de variáveis $q^* - q = \sigma_{\varepsilon-\eta} y + (\bar{q} - \alpha + \beta p)$, onde $\sigma_{\varepsilon-\eta}$ é o desvio-padrão da variável aleatória $\varepsilon - \eta$, as definições (2a) e (2b) permitem a reformulação de (11) como

$$\underset{\{x\}}{\mathrm{MIN}}\, E\{L\} = \sigma_{\varepsilon-\eta}^k \{hr_{\Psi_y^k}[x] + (1-h)\ell_{\Psi_y^k}[x]\} \qquad (12)$$

À exceção de constantes, os problemas (7) e (12) são idênticos e, portanto, a solução ótima $\hat{x}$ é também determinada pela condição de primeira ordem (8). A utilização ótima de RP consiste, então em anunciar o preço

$$\hat{p} = \frac{1}{\beta}(\alpha - \bar{q} - \sigma_{\varepsilon-\eta}\hat{x}) \qquad (13)$$

O impacto das preferências intertemporais sobre o preço da mercadoria M em RP é simétrico à prefixação do consumo em RQ. Quanto maior o peso atribuído a perda de bem-estar da população existente vis-à-vis as gerações futuras, menor deverá ser o preço pré-fixado pelos responsáveis pela política econômica.

Após a substituição de (13) em (10) o valor esperado do consumo em RP é dado por

$$E_{RP}\{q\} = \bar{q} + \sigma_{\varepsilon-\eta}\hat{x} \qquad (14)$$

A1ternativamente, utilizando (9), $E_{RP}\{q\}$ pode ser comparado ao consumo pré-fixado em RQ através da relação

$$E_{RP}\{q\} = \hat{q} + (\sigma_{\varepsilon-\eta} - \sigma_{\eta})\hat{x} \geq \hat{q} \qquad (15)$$

No caso de preferência pelo bem-estar no presente $h > 0{,}5$ e $\sigma_{\varepsilon-\eta} > \sigma_{\eta}$, o que seria o caso na hipótese de erros não correlacionados, o RP gera uma expectativa de demanda superior ao consumo efetivo prefixado em RQ. Este resultado parcial, se mal interpretado, pode sugerir argumentos em favor do RP. Isto, porque o valor esperado do consumo por si só não é o critério advogado para uma análise de estratégias alternativas de racionamento, mas o valor esperado da função de perda L. No modelo de Arida esta questão não ocorre, pois a neutralidade das preferências intertemporais ($h = 0{,}5$) é tal que $E_{RP}\{q\} = \bar{q} = \hat{q}$.

A análise comparativa da eficácia relativa das duas estratégias de racionamento resulta do confronto entre o valor esperado da função de perda L sob os dois regimes, quando utilizados de maneira ótima, ou seja:

$$E_{RQ}\{L\} = \sigma_{\eta}^{k}\{h^{r}\Psi_{y}^{k}[\hat{x}] + (1-h)^{\ell}\Psi_{y}^{k}[\hat{x}]\}$$

$$E_{RP}\{L\} = \sigma_{\varepsilon-\eta}^{k}\{h^{r}\Psi_{y}^{k}[\hat{x}] + (1-h)^{\ell}\Psi_{y}^{k}[\hat{x}]\}$$

Conclui-se portanto que, prevalecendo a hipótese de Arida de erros não correlacionados ($\sigma_{\varepsilon-\eta}^2 = \sigma_{\varepsilon}^2 + \sigma_{\eta}^2$) e o conhecimento imperfeito da demanda por parte dos responsáveis pela política econômica ($\sigma_{\varepsilon}^2 > 0$, a estratégia do racionamento via quantidades é mais atrativa que o racionamento via preços. Este resultado, cuja base intuitiva e a maior precisão decorrente do controle direto da política econômica sobre o consumo em RQ, é robusto a existência de preferencias intertemporais e a especificações alternativas da função de perda.

## III. Arrecadação Tributária

Consideramos nesta seção o impacto das preferências intertemporais na análise da arrecadação tributária como meta secundária de política econômica. Tal como em Arida, se uma estratégia de racionamento é apontada como superior em termos da meta secundária, esta é implementada em seu nível de utilização ótima determinado por (9) e (13) para o RQ e o RP, respectivamente. Aceitando a superioridade do regime de cupons vis-à-vis o regime de quotas para o racionamento via quantidades, restringiremos a análise a apreciação da eficácia do racionamento via preços e via quantidades sob a forma de cupons.

A título de simplificação, denotaremos a solução de (8) por $\hat{x} = \Gamma^{-1}[h]$. Pela Proposição 2, $\Gamma^{-1}$ é uma função crescente de $h$ com $\Gamma^{-1}(0{,}5) = 0$, $\Gamma^{-1}(1) = +\infty$ e $\Gamma^{-1}(0) = -\infty$.

Suponhamos que o custo de obtenção da mercadoria M seja representada por $\theta$. Neste caso, em RP o imposto ou subsídio unitário será dado por $\hat{p} - \theta$. A arrecadação tributária é, no entanto, desconhecida a priori devido à incerteza quanto à demanda a esse nível de preço. Assumindo como critério de avaliação das estratégias de racionamento, segundo a meta secundária, a arrecadação tributária esperada, esta pode ser computada para o RP por

$$T_{RP}[h] = (\hat{p}[h] - \theta)E_{RP}\{q[h]\}$$

Substituindo $E_{RP}\{q\}$ pelo valor esperado do consumo efetivo quando o RP é utilizado de forma ótima, derivado em (14) , teremos

$$T_{RP}[h] = (\hat{p}[h] - \theta)(\bar{q} + \sigma_{\varepsilon-\eta}\Gamma^{-1}[h]) \qquad (16a)$$

ou ainda utilizando a expressão alternativa (15),

$$T_{RP}[h] = (\hat{p}[h] - \theta)\{\hat{q}[h] + \left(\sigma_{\varepsilon-\eta} - \sigma_{\eta}\right)\Gamma^{-1}[h]\} \quad (16b)$$

As variações na arrecadação tributária esperada modificam as preferencias intertemporais da sociedade são dadas por

$$\frac{dT_{RP}[h]}{dh} = [2\hat{p} - \frac{\alpha}{\beta} - \theta]\sigma_{\varepsilon-\eta}\frac{d\Gamma^{-1}}{dh} \qquad (17)$$

Sendo os dois últimos termos positivos por hipótese, o valor esperado da arrecadação tributária aumenta com $h$ o preço pré-fixado é suficientemente alto ($\hat{p} > \frac{\alpha}{2\beta} - \frac{\theta}{2}$) ou, devido a (13), que estabelece uma relação inversa entre $\hat{p}$ e h, quando o peso atribuído às perdas de bem-estar da geração presente $h$ é suficientemente baixo. Neste caso a expansão do consumo esperado é maior que a redução do preço anunciado no RP, e a arrecadação tributária esperada se expande.

A introdução de um esquema de cupons como mecanismo de implementação do racionamento via quantidades reduz o poder de controle direto da política econômica sobre o consumo de M. Isto porque se o custo do cupom $v$, que proporciona o direito ao consumo unitário da mercadoria for exageradamente alto, alguns consumidores na margem tenderão a não retirar seus cupons. A realização da demanda agregada especificada por (10) poderá ser inferior à utilização ótima do RQ determinada em (9). Por outro 1ado, se o custo do cupom for exageradamente baixo, o excesso de demanda somente poderá se refletir sob a forma de ágio no mercado paralelo. O consumo efetivo não pode exceder o volume total de cupons $\hat{q}$. Neste esquema, o consumo efetivo em RQ e dado por:

$$q = \min\{\alpha - \beta v, q\}$$

A probabilidade de que o consumo global seja inferior a utilização ótima do RQ é:

$$1 - z = Prob\{\alpha - \beta v + \varepsilon \leq \hat{q}\} = \Phi[\frac{(\hat{q} - \alpha + \beta v)}{\sigma_\varepsilon}]$$

onde $\Phi$ é a função de distribuição de probabilidade da variável normal padronizada. Supondo como em Arida que os responsáveis pela política econômica fixem $1 - z$ em função do risco de não satisfazer a meta principal, que estão dispostos a incorrer,

$$\hat{v}[z] = \frac{\alpha - \hat{q}}{\beta} + \frac{\sigma_\varepsilon}{\beta}\Phi^{-1}[1 - z]$$

A hipótese de aversão ao risco implica num valor para $z$ no intervalo entre 0,5 e 1. Substituindo o nível de utilização ótima do RQ por sua expressão (9) teremos:

$$\hat{v}[h, z] = \frac{\alpha - \bar{q}}{\beta} - \frac{\sigma_\eta}{\beta}\Gamma^{-1}[h] + \frac{\sigma_\varepsilon}{\beta}\Phi^{-1}[1 - z] \quad (18)$$

O custo do cupom está inversamente relacionado com a aversão ao risco. Quanto mais intensa a aversão ao risco de não satisfazer a meta principal, menor será $1 - z$ e, portanto, menor o custo a ser fixado para o cupom. Também, quanto maior o peso atribuído a perdas de bem-estar da geração presente menor deverá ser $\hat{v}$. Nos casos limites, em que $z = 1$ ou $h = 1$, $\hat{v}[h, z] = -\infty$. O cumprimento da meta só pode ser garantido mediante um custo para o cupom infinitamente negativo. Além disso, a irrelevância das perdas transferidas para as gerações futuras quando $h = 1$ elimina a própria necessidade do racionamento e $\hat{q} = +\infty$.

É possível relacionar o custo do cupom em RQ com o preço anunciado em RP ao subtrairmos (13) de (18), ou seja,

$$\hat{v}[h, z] - \hat{p}[h] = \left(\frac{\sigma_{\varepsilon-\eta} - \sigma_\eta}{\beta}\right)\Gamma^{-1}[h] + \frac{\sigma_\varepsilon}{\beta}\Phi^{-1}[1 - z] \qquad (19)$$

Quando os responsáveis pela política econômica demonstram neutralidade quanto ao risco ($z = 0{,}5$) e quanto às preferências intertemporais ($h = 0{,}5$), o custo do cupom em RQ coincide com o preço anunciado em RP. Uma vez que o ultimo termo em (19) é não-positivo para $0{,}5 \leq z \leq 1$, que o primeiro termo, é não-negativo no caso de preferências intensas pelo bem-estar da população existente ($0{,}5 \leq h \leq 1$) e que os erros são não-correlacionados ($\sigma_{\varepsilon-\eta} > \sigma_\eta$), o valor do cupom poderã exceder o preço anunciado se

$$h > \Gamma\{\frac{\sigma_\varepsilon}{\sigma_\eta - \sigma_{\varepsilon-\eta}}\Phi^{-1}[1 - z]\}$$

O resultado de Arida de que $\hat{v} \leq \hat{p}$ em decorrência da aversão ao risco só se confirma para uma função de perda simétrica, ou seja, $h = 0{,}5$.

O consumo esperado em RQ (forma cupom) é dado por

$$E_{RQ}\{q\} = \hat{q}z + \int_{-\infty}^{\hat{q}-\alpha+\beta\hat{v}} (\alpha - \beta\hat{v} + \varepsilon) dF_{\varepsilon} \qquad (20)$$

onde $F_{\varepsilon}$ é a função de distribuição de probabilidade da variável aleatória normal $\varepsilon$ com média zero e variância $\sigma_{\varepsilon}^{2}$. Utilizando a definição (2a), podemos expressar (2) como:

$$E_{RQ}\{q\} = \hat{q} + A[h,z] \leq \hat{q} \qquad (21)$$

onde

$$A[h,z] = -\sigma_{\varepsilon}, \ell_{\Psi_{y}^{l}} \frac{\hat{q} - \alpha + \beta\hat{v}}{\sigma_{\varepsilon}} \leq 0$$

e y representa a variável aleatória normal padronizada. Demonstra-se ainda para o consumo efetivo esperado que

$$\frac{\partial E_{RQ}\{q\}}{\partial h} = z \frac{\partial \hat{q}}{\partial h}$$

e

$$\frac{\partial E_{RQ}\{q\}}{\partial z} = \beta(1-z) \frac{\partial \hat{v}}{\partial z}$$

Sendo $\frac{\partial \hat{q}}{\partial h} > 0$ e $\frac{\partial \hat{v}}{\partial z} > 0$, o consumo esperado em RQ sob a forma cupom aumenta com o parâmetro de preferência intertemporal $h$ e com a probabilidade $z$.

A arrecadação tributária esperada em RQ (forma cupom) é então

$$T_{RQ}[h,z] = (\hat{v}[h,z] - \theta) E_{RQ}\{q[h,z]\}$$

onde o custo do cupom é dado por (18) e o consumo esperado pela expressão (21). Os efeitos de variação nos parâmetros de preferência intertemporal e risco são determinados por

$$\frac{\partial T_{RQ}[h,z]}{\partial h} = -\{\frac{E_{RQ}[q]}{\beta} - (\hat{v} - \theta)z\} \frac{\partial \hat{q}}{\partial h} \qquad (22)$$

e

$$\frac{\partial T_{RQ}[h,z]}{\partial z} = [E_{RQ}\{q\} - (\hat{v} - \theta)\beta(1-z)\} \frac{\partial \hat{v}}{\partial z} \qquad (23)$$

Observa-se que no caso de um subsidio em RQ, $\hat{v} \leq \theta$ e $T_{RQ}[h,z] \leq 0$, a despesa com subsídios esperada aumenta quando se intensificam a preferência pelo bem estar da população existente (um aumento em $h$) e a aversão ao risco (um aumento em $z$).

Em ternos da meta secundária de política, as estratégias de racionamento podem ser comparadas pelo diferencial de arrecadação tributária esperada:

$$\Delta = T_{RP} - T_{RQ} = (\hat{p} - \theta) E_{RP}\{q\} - (\hat{v} - \theta) E_{RQ}\{q\}$$

Substituindo pelas expressões do consumo esperado em RP e RQ, (15) e (21), respectivamente, obtemos .

$$\Delta[h,z] = (\hat{p}[h] - \hat{v}[h,z])\hat{q}[h] + (\hat{p}[h] - \theta)B[h] - (\hat{v}[h,z] - \theta)A[h,z]$$

onde

$$B[h] = \left(\sigma_{\varepsilon-\eta} - \sigma_\eta\right)\Gamma^{-1}[h] \geq 0$$

para

$$\sigma_{\varepsilon-\eta} \geq \sigma_\eta \text{ e } h \geq 0{,}5$$

A figura 1 identifica seis regiões possíveis para os valores assumidos pelo valor do cupom em RQ e o preço anunciado em RP. Ao longo da reta de 45º encontram-se os pontos para os quais as combinações de $h$ e $z$ geram um custo para o cupom em RQ idêntico ao preço anunciado em RP, ou seja $\hat{v} = \hat{p}$. Pontos acima desta reta são tais que $\hat{v} > \hat{p}$ e para pontos abaixo, $\hat{v} < \hat{p}$. A reta $z = 0{,}5$ delimita o conjunto factível para um dado $h > 0{,}5$ e $\sigma_{\varepsilon-\eta} > \sigma_\eta$. Pela equação (19), pontos na região hachurada corresponderiam a $z < 0{,}5$, o que é incompatível com a hipótese de aversão ao risco sobre o comportamento dos responsáveis pela política econômica. Observa-se que quando as preferências intertemporais são neutras ($h = 0{,}5$) as regiões IV, V e VI desaparecem e o conjunto factível se resume às regiões I, II e III identificadas por Arida.

Na região I, $\hat{p} \geq \theta$, $\hat{v} \geq \theta$ e $\hat{p} \geq \hat{v}$ e, portanto $\Delta \leq 0$, indicando que o RP é uma estratégia superior. Para a região IV, simétrica à região I, $\hat{p} \leq \theta$, $\hat{v} \leq \theta$ e $\hat{p} \leq \hat{v}$, o RQ sob a forma de cupons maximiza a arrecadação tributária esperada.

A região II implica em subsídios apenas no caso do racionamento via quantidades, uma vez que $\hat{v} \leq \theta \leq \hat{p}$. Assumindo que a incerteza com relação à demanda $\sigma_\varepsilon$ é suficientemente pequena de tal forma que $E_{RQ}\{q\} \geq 0$ para os parâmetros $z$ e $h$ estipulados pelos responsáveis pela política econômica, $\Delta \geq 0$. A estratégia de racionar via preços deverá ser selecionada. Sob as mesmas condições, na região V, que implica em subsídio apenas para o RP uma vez que $\hat{p} \leq \theta \leq \hat{v}$, o racionamento via quantidades através de cupons é preferível, pois $\Delta \leq 0$.

Resta-nos, então, examinar as regiões III e VI. Na região III, o custo de obtenção da mercadoria M é suficientemente alto de tal forma que ambas as estratégias de racionamento requerem um subsídio do Governo ($\hat{v} \leq \theta$ e $\hat{p} \leq \theta$). Porém, ao contrário da região IV, o valor do cupom negociável é inferior ao preço anunciado em RP ($\hat{v} \leq \hat{p}$). Consideremos a fronteira entre as regiões III e IV, ao longo da qua1, $\hat{v} = \hat{p} < \theta$. Neste caso,

$$\Delta[h,z] = (\hat{v}[h,z] - \theta)\{B[h] - A[z,h]\} < 0$$

e o racionamento via quantidades gera uma despesa com subsídios inferior. Á medida que $z$ aumenta, esta situação eventualmente se reverte, pois o valor do cupom se reduz e, portanto, a despesa esperada com subsídios aumenta para o RQ sem alteração para o RP. Para $z > z_{III}^c$ conforme demostra a Figura 1, o RP é a estratégia preferida em termos da meta secundária de política.

Em termos das preferencias intertemporais, o diferencial de arrecadação tributária varia segundo

$$\frac{\partial\Delta[h,z]}{\partial h} = \frac{dT_{RP}[h]}{dh} - \frac{\partial T_{RQ}[h,z]}{\partial h}$$

Utilizando os resultados (17) e (22) obtemos que

$$\frac{\partial\Delta[h,z]}{\partial h} = \{\sigma_{\varepsilon-\eta}\left(\hat{p} - \theta - \frac{E_{RP}\{q\}}{\beta}\right) + \sigma_\eta\left[\frac{E_{RQ}\{q\}}{\beta} - (\hat{v} - \theta)z\right]\}\frac{d\Gamma^{-1}}{dh}$$

Substituindo pelas expressões para $\hat{p}$ e $\hat{v}$ derivadas em (13) e (18), respectivamente, teremos:

$$\frac{\partial\Delta[h,z]}{\partial h} = \{\left(\frac{\sigma_\eta}{\beta}E_{RQ}\{q\} - \frac{\sigma_{\varepsilon-\eta}}{\beta}E_{RP}\{q\}\right) + \frac{(\sigma - \hat{q} - \theta)}{\beta}\left(\sigma_{\varepsilon-\eta} - \sigma_\eta^z\right) - \sigma_\varepsilon\sigma_\eta\Gamma^{-1}[1-z]z$$
$$- \frac{\Gamma^{-1}[k]}{\beta}\left(\sigma_{\varepsilon-\eta}^2 - \sigma_\eta^2\right)\}\frac{d\Gamma^{-1}}{dh}$$

Sob a hipótese de erros não-correlacionados $\sigma_{\varepsilon-\eta} > \sigma_\eta$ e dado que $E_{RP}\{q\} \geq \hat{q} \geq E_{RQ}\{q\}$ por (15) e (21), o primeiro termo da expressão é negativo para qualquer que sejam os valores $z$ e $h$ no intervalo entre 0,5 e 1. Portanto, para $h$ e $(1-z)$ suficientemente altos, $\frac{\partial\Delta}{\partial h} < 0$, ou seja, um aumento em $h$ favorece o racionamento via quantidades.

Por outro lado, ao longo da fronteira entre as regiões II e III onde $\hat{p} = \theta$ e $\hat{v} < \hat{p}$,

$$\Delta[h,z] = (\hat{p}[h] - \theta)E_{RQ}[q] < 0$$

e a estratégia de racionar via preços é preferida do ponto de vista da arrecadação tributária. Sucessivos aumentos em $h$ eventualmente atingem o nível $h_{III}^c$ a partir do qual o racionamento via quantidades se torna a estratégia superior, conforme ilustra a Figura 1. Concluímos, portanto, que na região III, para $z$ relativamente baixo e $h$ suficientemente alto racionar via quantidades sob a forma de cupons é a estratégia indicada. Isto porque quanto mais intensas as preferências pelo bem-estar da população existente menor deverá ser o preço anunciado em RT vis-à-vis o custo do cupom em RQ devido à maior "incerteza quanto à demanda induzida via preços. Consequentemente, maior será o subsídio necessário em RP. De forma análoga, quanto menor a aversão ao risco dos responsáveis pela política econômica de não satisfazer o nível de consumo pré-fixado em RQ, maior deverá ser o custo do cupom, implicando em um subsídio menor quando comparado ao RP.

A região VI, caracterizada por $\hat{p} \geq \theta$, $\hat{v} \geq \theta$ e $\hat{v} \geq \hat{p}$, comporta-se de forma simétrica à região III. Ao longo da fronteira entre as regiões VI e I na qual $\hat{v} = \hat{p} > \theta$,

$$\Delta[h,z] = (\hat{p}[h] - \theta)(B[h] - A[h,z]) > 0$$

e o RP gera uma expectativa de arrecadação tributária superior ao RQ. À medida que $z$ se reduz, tanto o valor do cupom quanto à arrecadação tributária em RQ aumentam segundo (18) e (23). Para valores de $z$ inferiores a $z_{VI}^c$ na Figura 1, racionar via quantidades constitui a estratégia preferida do ponto de vista da meta secundária de política.

Para a fronteira entre as regiões V e VI, ao longo da qual $\hat{v} > \hat{p} = \theta$ e

$$\Delta[h,z] = -(\hat{v}[h,z] - \theta)(\hat{q}[h] + A[h,z]) < 0$$

o RQ é preferível do ponto de vista da arrecadação tributária. Tendo sido demonstrado que para baixos valores de $z$ e para altos valores de $h$, $\frac{\partial \Delta}{\partial h} < 0$, uma redução no parâmetro de preferência intertemporal, além de aumentar o custo do cupom e o preço anunciado em RP, favorece o racionamento via preços. Para valores de $h$ inferiores a $h_{VI}^c$, a estratégia de preços maximiza a arrecadação tributária esperada.

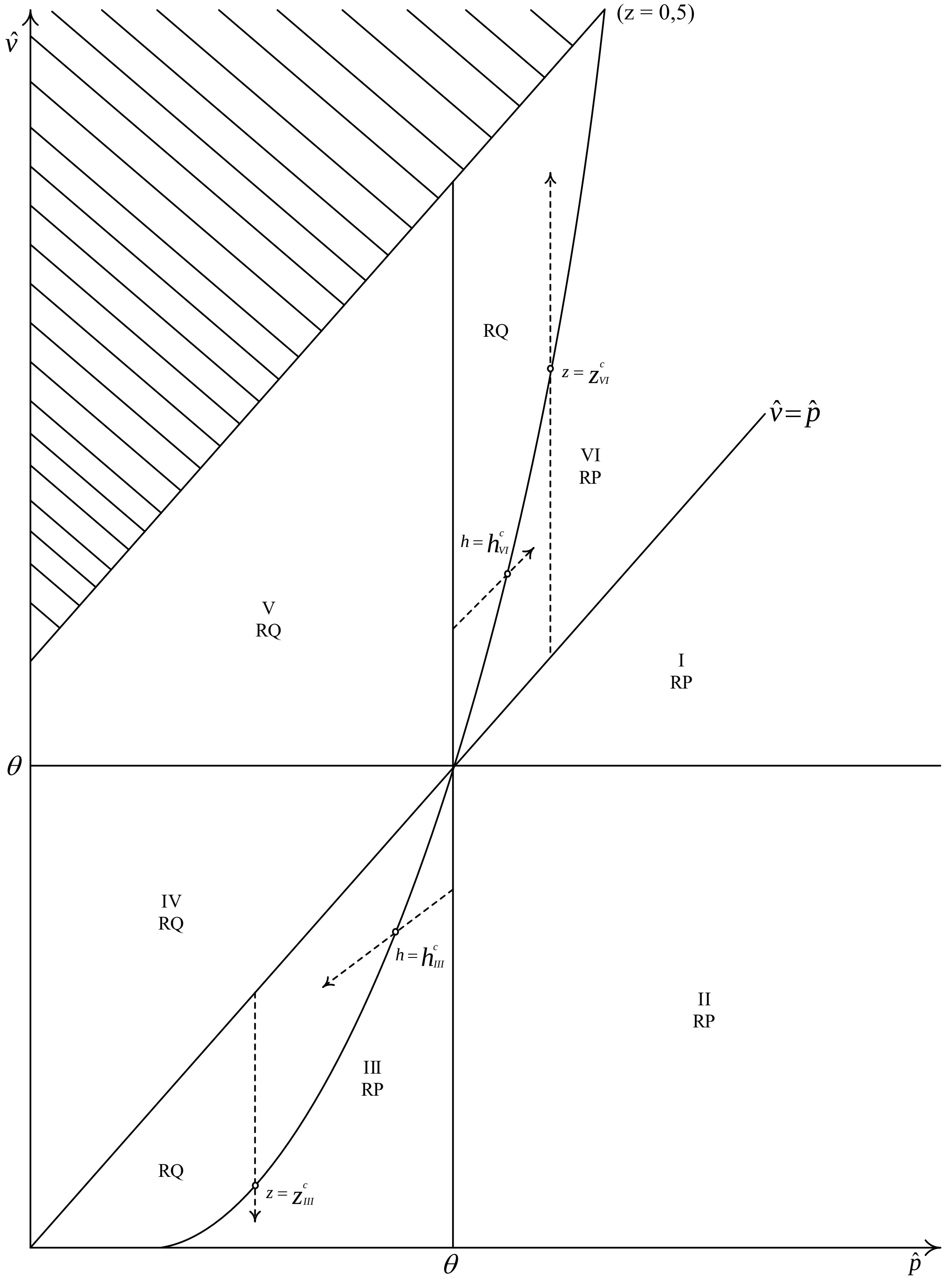


Figura 1

## IV. Conclusões

Na seção II foi proposto um modelo análogo ao de Arida para a avaliação de esquemas alternativos de restrição ao consumo de uma mercadoria importada. Demonstrou-se que a superioridade do racionamento via quantidades, do ponto de vista da perda esperada decorrente de desvios do consumo efetivo em relação ao consumo ótimo, independe do formato da função de perda e da preferência intertempora1 da sociedade. O controle quantitativo direto sobre o consumo efetivo gera uma expectativa de perda inferior à estratégia de racionar via preços, devido à incerteza adicional quanto à realização da demanda neste último esquema. Era ambos os casos, verificou-se que o nível ótimo do racionamento tenderá a ser mais severo quanto maior o peso atribuído às perdas transferidas para as gerações futuras via, por exemplo, o endividamento externo. Em contraste, o efeito sobre o preço anunciado no racionamento via preços é maior, do que o efeito sobre o consumo pré-fixado no esquema de quantidades, quando se intensifica a preferência intertempora1 pelo bem-estar das gerações futuras. Este resultado também decorre do conhecimento imperfeito quanto ã demanda induzida via preços.

A arrecadação tributária esperada como meta secundária de política foi objeto de análise na seção III. Quando o racionamento via quantidades é implementado sob a forma de cupons, não é mais factível um controle absoluto do consumo efetivo, apenas do consumo máximo. De forma análoga ao preço anunciado no racionamento via preços, o valor do cupom esta inversamente relacionado com o parâmetro de preferência intertemporal pelo bem-estar da população existente. À medida que o consumo efetivo possa ser relaxado, em benefício da geração presente, deverá ser atribuído ao cupom um valor menor. Além disso, como em Arida, o valor do cupom está inversamente relacionado com a aversão ao risco de não satisfazer a meta principal, ou seja, o nível ótimo de utilização do racionamento via quantidades. Em termos da arrecadação tributária esperada, uma maior intensidade da preferência intertempora1 pelo presente favorece o racionamento via quantidades. Isto porque para tornar o racionamento menos severo tanto o valor do cupom no esquema de quantidades quanto o preço anunciado no esquema de preços devem ser reduzidos. No entanto, o preço anunciado sofre uma redução maior, pois a incerteza quanto ao consumo efetivo no racionamento via quantidades sob a forma de cupons é menor devido ao truncamento desta distribuição no limite máximo dado pelo nível de utilização ótimo desta estratégia. Também quanto menor o grau de aversão ao risco, maior a arrecadação tributária esperada no esquema de quantidades pois maior será o valor a ser fixado para o cupom. Em resumo, a escolha da estratégia de racionamento do ponto de vista da arrecadação tributária depende da conjunção de dois parâmetros: a aversão ao risco e a preferência intertemporal.

Cabe ressaltar que os resultados aqui obtidos, que advogam em favor do racionamento via quantidades, ainda mais fortemente que as conclusões de Arida, devem ser utilizados com cautela.

Estes resultados se referem essencialmente a uma análise de curto prazo. É razoável admitir que no médio e longo prazo o que se denominou consumo “ótimo” seja não mais um parâmetro estrutural, mas uma variável endógena que dependa da renda permanente, da dívida externa acumulada, da tendência do preço da mercadoria etc. É também plausível que a médio e longo prazo o Governo também tenha urna preocupação maior com a alocação de recursos. Neste caso considerações sobre a eficiência alocativa tenderão a favorecer a estratégia de racionar via preços no médio e longo prazo. Conjetura-se, então, que a estratégia de racionamento ótima deve se constituir, em realidade, de uma combinação de quantidades para o presente e preços para o futuro.

Referências

Arida, P., “Estratégias de Racionamento”, *mimeo*, FIPE /USP, janeiro de 1981.

Weitzman, M., “Prices vs. Quantities”, *Review of Economic Studies*, Outubro de 1974.

Weitzman, M., “Is the Price System or Rationing more effective in Getting a Commodity to Those Who Need it Most”, *Bell Journal of Economics*. Outubro de 1977.